IV Fonction cube

1°) <u>Définition</u> :

Elle est définie   par …

IV Fonction cube

1°) Définition :

$\boxed{\text{Elle est définie sur } \mathbb{R} \text{ par } f(x) = x^3}$

IV Fonction cube

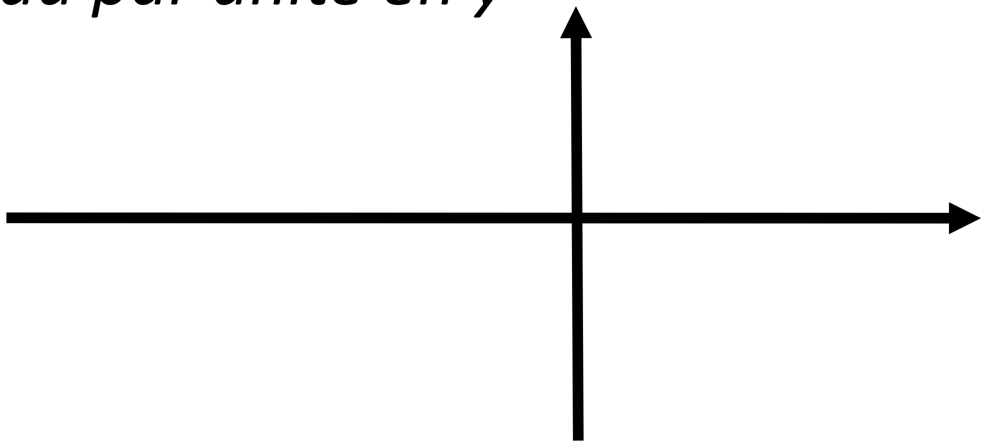
1°) Définition :

Elle est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$

2°) Courbe représentative :

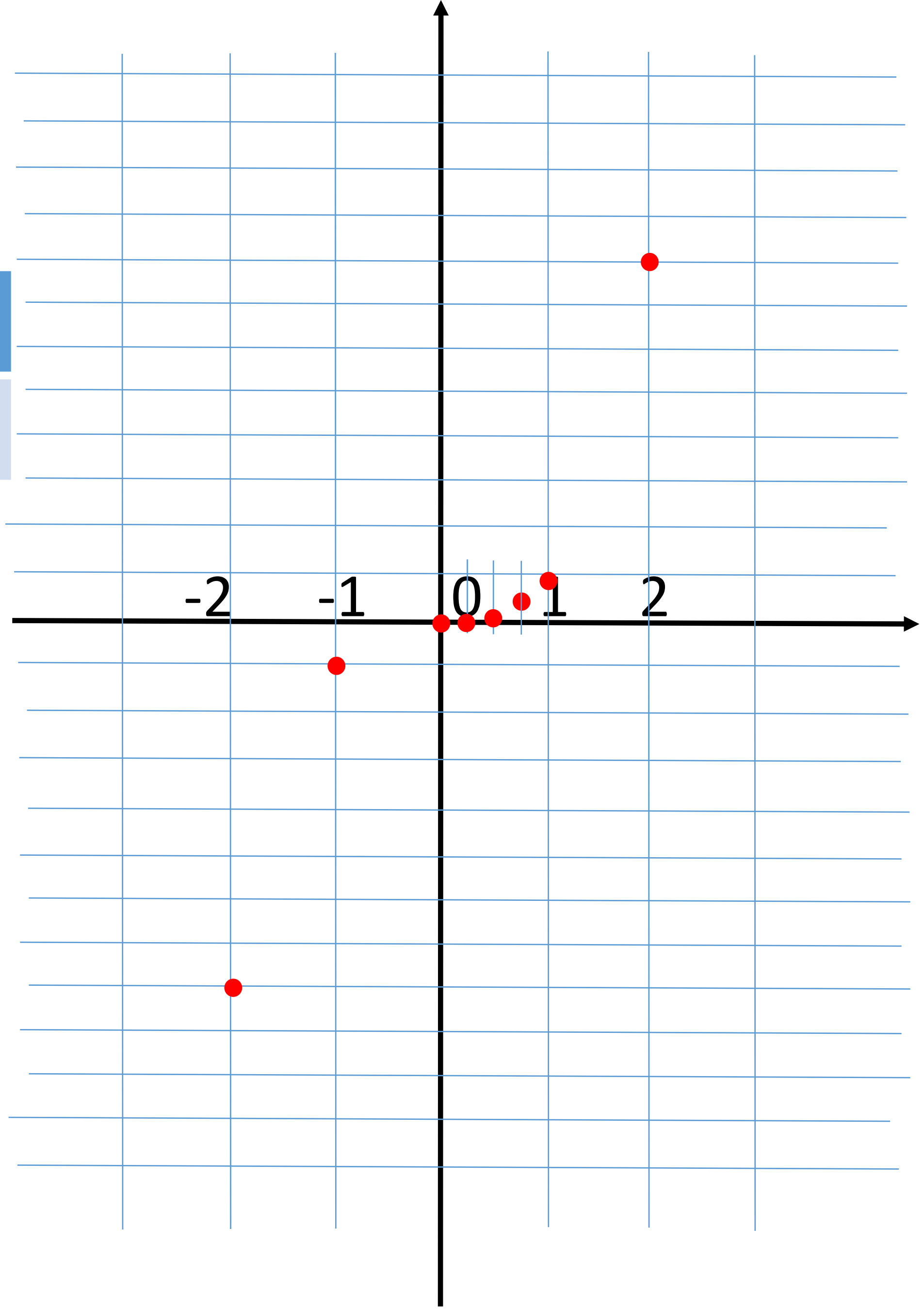
échelle : 2 carreaux par unité en x 1 carreau par unité en y

x	- 2	- 1	-0,5	0	0,5	1	2
f(x)							



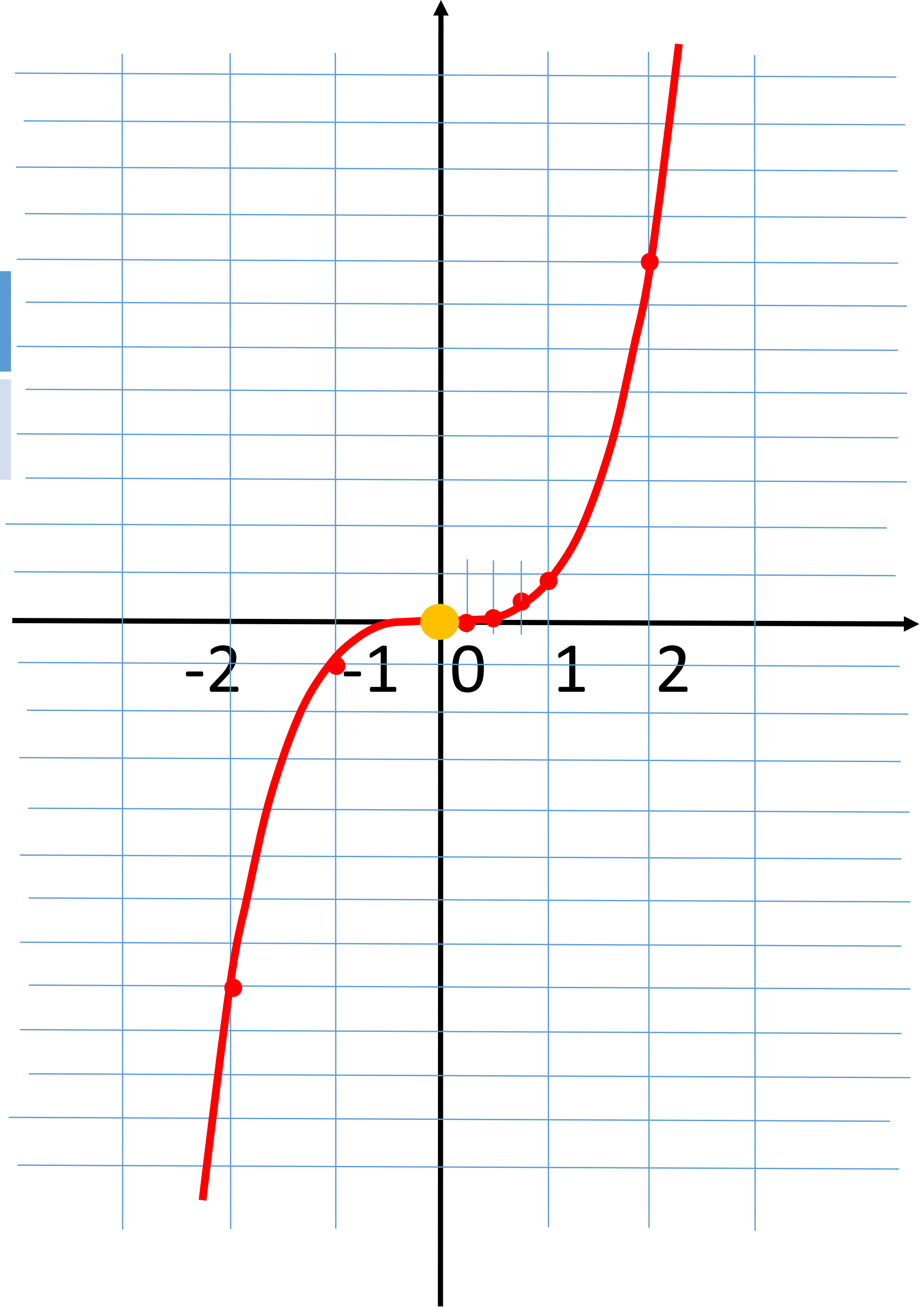
2°) <u>Courbe représentative</u> :

x	- 2	- 1	0	0,25	0,5	0,75	1	2
f(x)	- 8	- 1	0	≈ 0,02	≈ 0,12	≈ 0,42	1	8



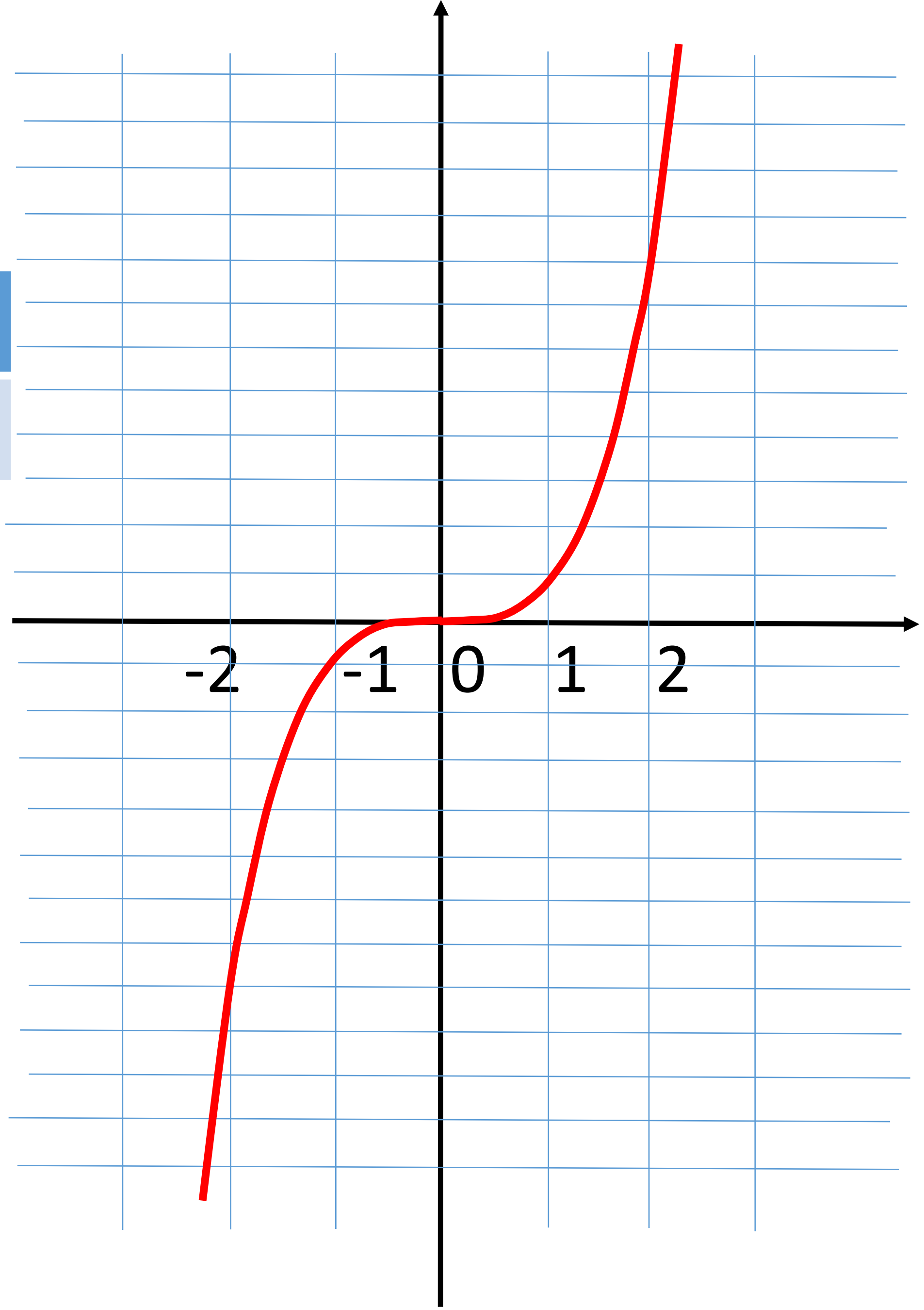
2°) Courbe représentative :

x	- 2	- 1	0	0,25	0,5	0,75	1	2
f(x)	- 8	- 1	0	≈ 0,02	≈ 0,12	≈ 0,42	1	8



2°) Courbe représentative :

x	- 2	- 1	0	0,25	0,5	0,75	1	2
f(x)	- 8	- 1	0	≈ 0,02	≈ 0,12	≈ 0,42	1	8

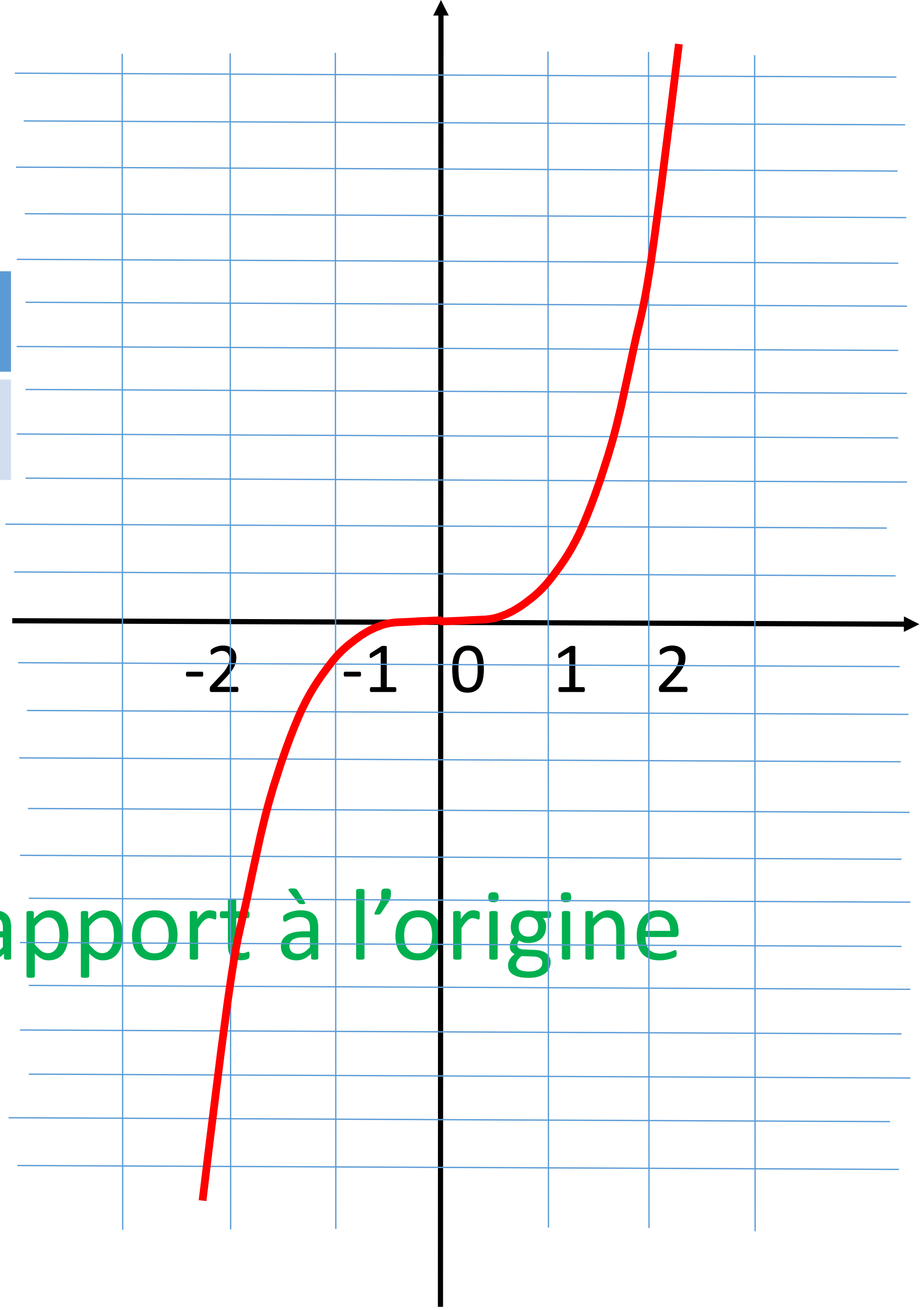


3°) Propriétés :

La courbe …

2°) Courbe représentative :

x	- 2	- 1	0	0,25	0,5	0,75	1	2
f(x)	- 8	- 1	0	≈ 0,02	≈ 0,12	≈ 0,42	1	8



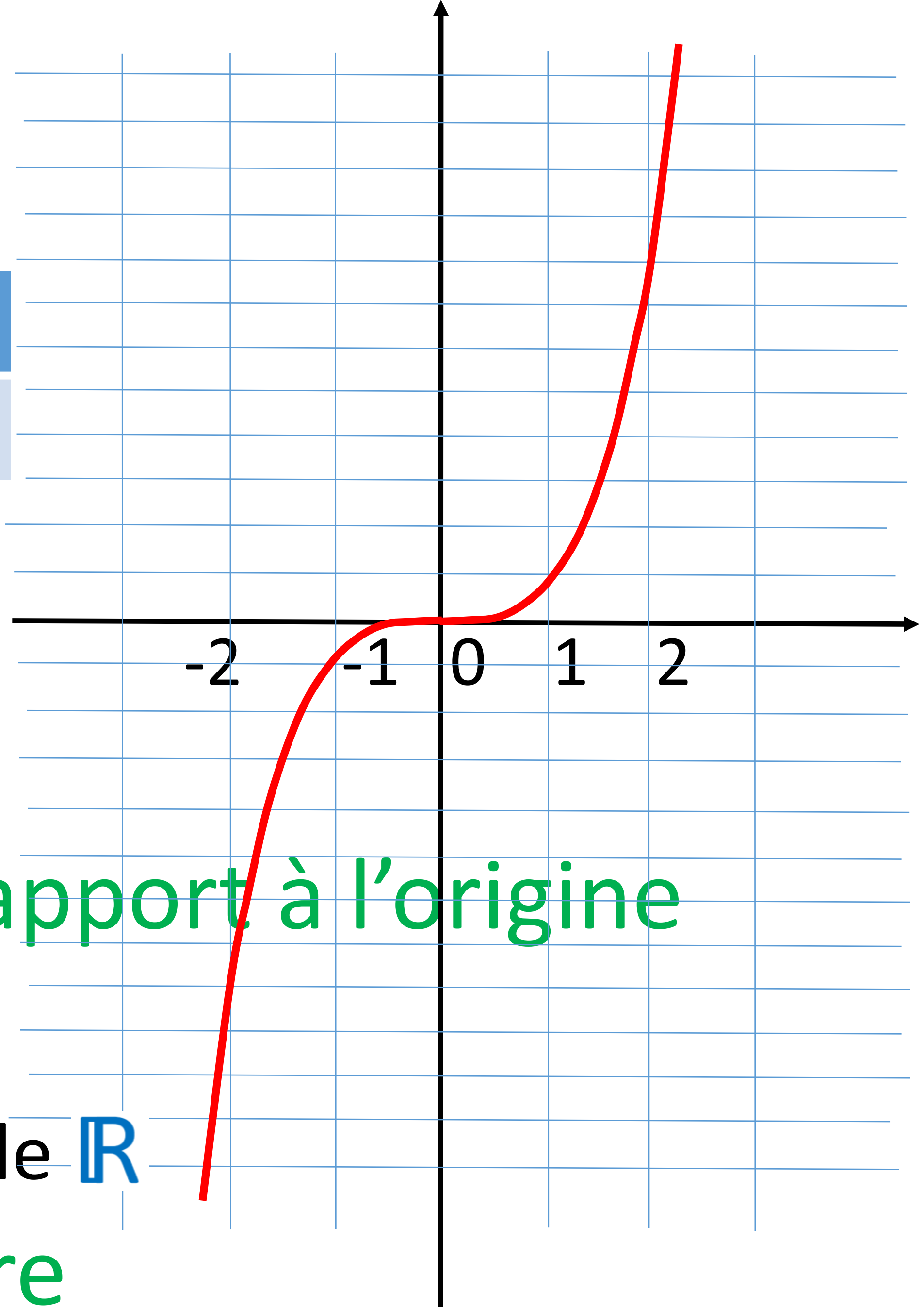
3°) Propriétés :

La courbe est symétrique par rapport à l'origine

car …

2°) Courbe représentative :

x	- 2	- 1	0	0,25	0,5	0,75	1	2
f(x)	- 8	- 1	0	≈ 0,02	≈ 0,12	≈ 0,42	1	8



3°) Propriétés :

La courbe est symétrique par rapport à l'origine

$\Longleftrightarrow$ $(-x)^3 = (-1)^3 x^3 = -x^3$

$\Longleftrightarrow$ $f(-x) = -f(x)$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

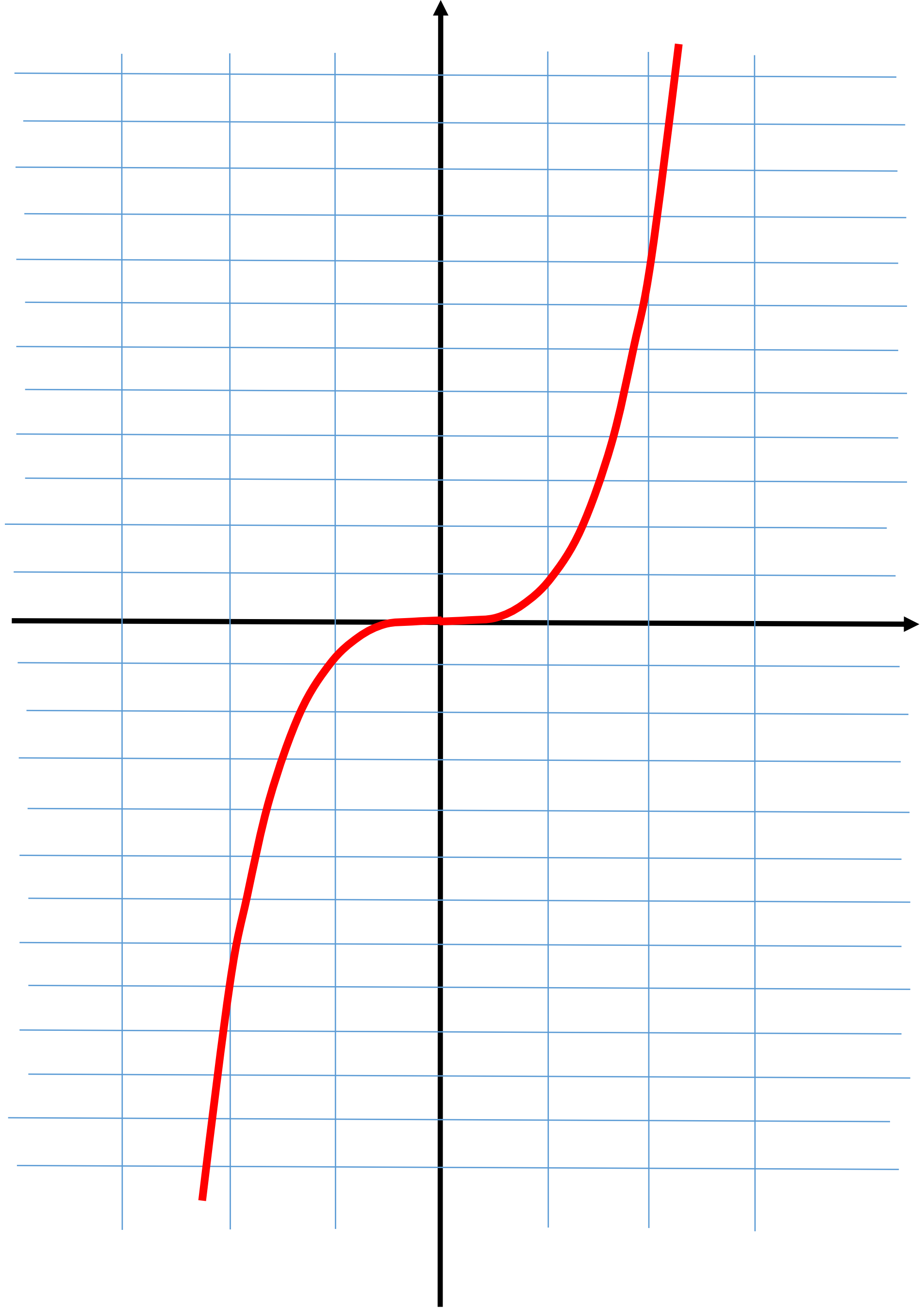
$\Longleftrightarrow$ la fonction cube est impaire

Analyse de la fonction :

1) variations

2) signes

3) extremums



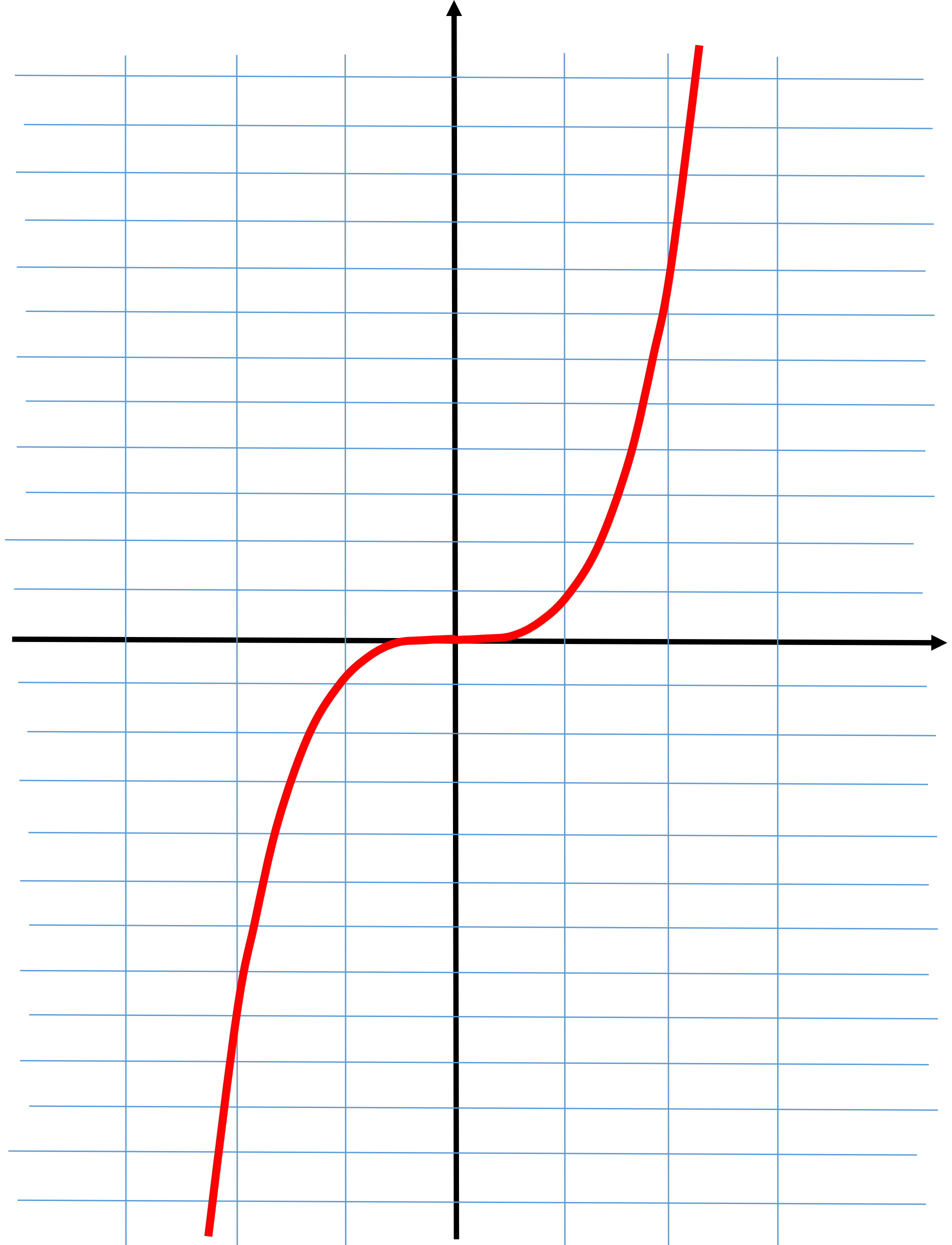
Analyse de la fonction :

1) variations

x	- ∞	+ ∞
f(x)		

2) signes

x	- ∞	0	+ ∞
f(x)	-	0	+



3) extremums

pas de minimum (- ∞) pas de maximum (+ ∞)

Exercice 11 :

1°) Simplifiez $(a - b) (a^2 + ab + b^2)$

2°) Démontrez les sens de variations de la fonction cube.

Exercice 11 :

1°) Simplifiez

$$(a - b) (a^2 + ab + b^2)$$

$$= a (a^2 + ab + b^2) - b (a^2 + ab + b^2)$$

$$= a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3$$

Exercice 11 :

1°) Simplifiez

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$= a(a^2 + ab + b^2) - b(a^2 + ab + b^2)$$

$$= a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3$$

$$= a^3 - b^3$$

2°) Démontrez les sens de variations de la fonction cube.

D'après la courbe, pour tous les x de $\mathbb{R}$ la fonction semble strictement croissante sur $\mathbb{R}$

Démonstration : …

x	- ∞	+ ∞
f(x)	$\nearrow$	

2°) Démontrez les sens de variations de la fonction cube.

D'après la courbe, pour tous les x de $\mathbb{R}$ la fonction semble strictement croissante sur $\mathbb{R}$

On veut démontrer cela :

$$\left.\begin{array}{l} a < b \\ f(a) < f(b) \\ a \text{ et } b \text{ quelconques dans } \mathbb{R} \end{array}\right\} \Leftrightarrow f \text{ est strictement croissante sur } \mathbb{R}.$$

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
f(x)	$\nearrow$

2°) Démontrez les sens de variations de la fonction cube.

D'après la courbe, pour tous les x de $\mathbb{R}$ la fonction semble strictement croissante sur $\mathbb{R}$

Démonstration : Soient a et b deux antécédents quelconques de $\mathbb{R}$ tels que $a < b$.

$f(a) – f(b) = a^3 – b^3 = \ldots$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)		0	

2°) Démontrez les sens de variations de la fonction cube.

D'après la courbe, pour tous les x de $\mathbb{R}$ la fonction semble strictement croissante sur $\mathbb{R}$

Démonstration : Soient a et b deux antécédents quelconques de $\mathbb{R}$ tels que $a < b$.

$f(a) - f(b) = a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ d'après la question 1°. $a - b < 0$ car $a < b$

Supposons a et b …

x	$- \infty$	0	$+ \infty$
f(x)		0	

2°) Démontrez les sens de variations de la fonction cube.

D'après la courbe, pour tous les x de $\mathbb{R}$ la fonction semble strictement croissante sur $\mathbb{R}$

Démonstration : Soient a et b deux antécédents quelconques de $\mathbb{R}$ tels que $a < b$.

$f(a) - f(b) = a^3 - b^3 = (a - b) (a^2 + ab + b^2)$ d'après la question 1°. $a - b < 0$ car $a < b$

Supposons a et b dans $\mathbb{R}^-$ On a alors …

x	$- \infty$	0	$+ \infty$
f(x)		$\nearrow$ 0	

2°) Démontrez les sens de variations de la fonction cube.

D'après la courbe, pour tous les x de $\mathbb{R}$ la fonction semble strictement croissante sur $\mathbb{R}$

Démonstration : Soient a et b deux antécédents quelconques de $\mathbb{R}$ tels que $a < b$.

$f(a) - f(b) = a^3 - b^3 = (a - b) (a^2 + ab + b^2)$ d'après la question 1°. $a - b < 0$ car $a < b$

Supposons a et b dans $\mathbb{R}^-$ On a alors $ab \geq 0$ donc $a^2 + ab + b^2 \geq 0$

Donc …

x	**- ∞**	**0**	**+ ∞**
f(x)		0	

2°) Démontrez les sens de variations de la fonction cube.

D'après la courbe, pour tous les x de $\mathbb{R}$ la fonction semble strictement croissante sur $\mathbb{R}$

Démonstration : Soient a et b deux antécédents quelconques de $\mathbb{R}$ tels que $a < b$.

$f(a) - f(b) = a^3 - b^3 = (a - b) (a^2 + ab + b^2)$ d'après la question 1°. $a - b < 0$ car $a < b$

Supposons a et b dans $\mathbb{R}^-$ On a alors $ab \geq 0$ donc $a^2 + ab + b^2 \geq 0$

Donc le produit est négatif, donc $f(a) - f(b) < 0$ donc $f(a) < f(b)$

x	- ∞	0	+ ∞
f(x)		0	

2°) Démontrez les sens de variations de la fonction cube.

D'après la courbe, pour tous les x de $\mathbb{R}$ la fonction semble strictement croissante sur $\mathbb{R}$

Démonstration : Soient a et b deux antécédents quelconques de $\mathbb{R}$ tels que $\boxed{a < b.}$

$f(a) - f(b) = a^3 - b^3 = (a - b) (a^2 + ab + b^2)$ d'après la question 1°. $a - b < 0$ car $a < b$

Supposons a et b dans $\mathbb{R}^-$ On a alors $ab \geq 0$ donc $a^2 + ab + b^2 \geq 0$

Donc le produit est négatif, donc $f(a) - f(b) < 0$ donc $\boxed{f(a) < f(b)}$

x	- ∞	0	+ ∞
f(x)		0	

2°) Démontrez les sens de variations de la fonction cube.

D'après la courbe, pour tous les x de $\mathbb{R}$ la fonction semble strictement croissante sur $\mathbb{R}$

Démonstration : Soient a et b deux antécédents quelconques de $\mathbb{R}$ tels que $a < b$.

$f(a) - f(b) = a^3 - b^3 = (a - b) (a^2 + ab + b^2)$ d'après la question 1°. $a - b < 0$ car $a < b$

Supposons a et b dans $\mathbb{R}^-$ On a alors $ab \geq 0$ donc $a^2 + ab + b^2 \geq 0$

Donc le produit est négatif, donc $f(a) - f(b) < 0$ donc $f(a) < f(b)$

$$\left.\begin{array}{l} a < b \\ f(a) < f(b) \\ \text{a et b quelconques dans } \mathbb{R}^- \end{array}\right\} \Longleftrightarrow \text{f est strictement croissante sur } \mathbb{R}^-$$

x	- ∞	0	+ ∞
f(x)		0	

2°) Démontrez les sens de variations de la fonction cube.

D'après la courbe, pour tous les x de $\mathbb{R}$ la fonction semble strictement croissante sur $\mathbb{R}$

Démonstration : Soient a et b deux antécédents quelconques de $\mathbb{R}$ tels que $a < b$.

$f(a) - f(b) = a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ d'après la question 1°. $a - b < 0$ car $a < b$

Supposons a et b dans $\mathbb{R}^-$ On a alors $ab \geq 0$ donc $a^2 + ab + b^2 \geq 0$

Donc le produit est négatif, donc $f(a) - f(b) < 0$ donc $f(a) < f(b)$

$$\left.\begin{array}{l} a < b \\ f(a) < f(b) \\ a \text{ et } b \text{ quelconques dans } \mathbb{R}^- \end{array}\right\} \Longleftrightarrow \text{ f est strictement croissante sur } \mathbb{R}^-$$

On démontre de la même façon la croissance stricte sur $\mathbb{R}^+$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)		0	