Exercice 3 :

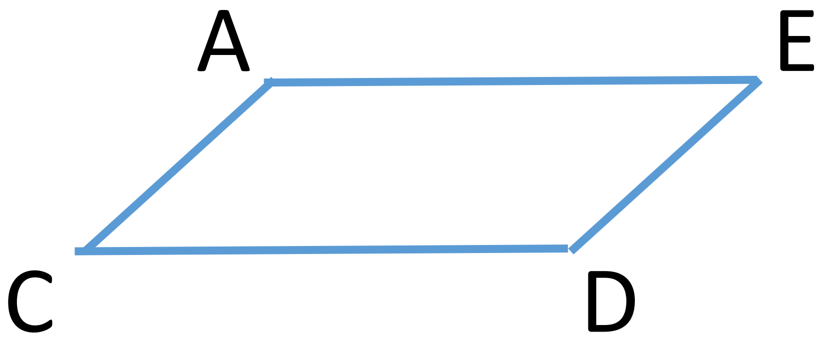
Soient A(- 2 ; 3), E(7 ; 4) et D(5 ; - 1) dans un repère (U ; $\vec{m}$; $\vec{n}$).

1°) Déterminez le point C pour que le quadrilatère AEDC soit un parallélogramme.

Exercice 3 :

Soient A(- 2 ; 3), E(7 ; 4) et D(5 ; - 1) dans un repère (U ; $\vec{m}$; $\vec{n}$).

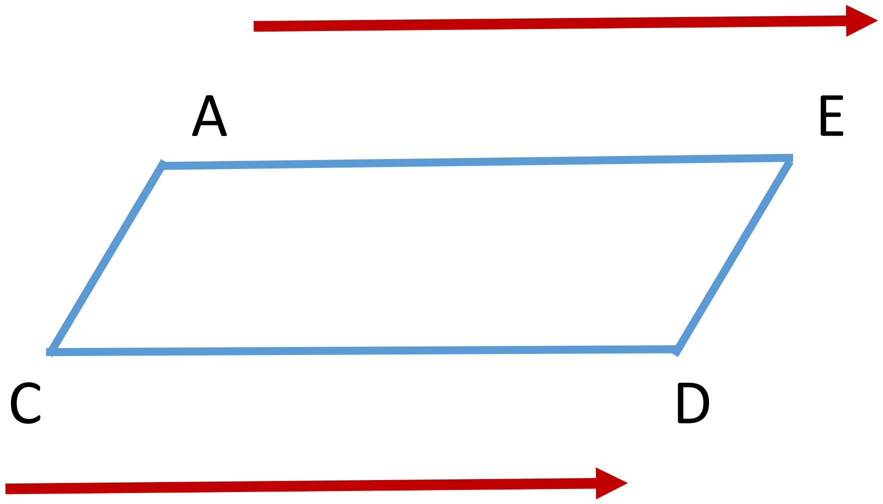
1°) Déterminez le point C pour que le quadrilatère AEDC soit un parallélogramme.



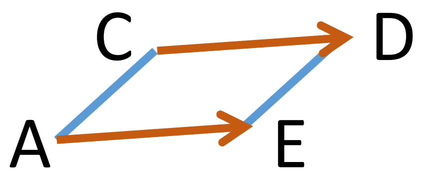
AEDC est un parallélogramme $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CD}$

On connait les points A(- 2 ; 3), E(7 ; 4) et D(5 ; - 1), on veut déterminer C(x ; y)

Même méthode qu'à l'exo 2



A(- 2 ; 3), E(7 ; 4), D(5 ; - 1).   Je nomme C(x ; y).



$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 7 - (-2) \\ 4 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - x \\ (-1) - y \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - x \\ -1 - y \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5 - x = 9 \\ -1 - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = 9 - 5 = 4 \\ -y = 1 + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \end{cases}$

Réponse C(- 4 ; - 2)

Exercice 3 :

Soient B(5 ; - 3), F(- 2 ; 1), H(7 ; - 2) et G(0 ; 2).

2°) Vérifiez par une autre méthode que le quadrilatère BHGF est un parallélogramme.

Exercice 3 :

Soient B(5 ; - 3), F(- 2 ; 1), H(7 ; - 2) et G(0 ; 2).

2°) Vérifiez par une autre méthode que le quadrilatère BHGF est un parallélogramme.

C’est un parallélogramme si…

Soient B(5 ; - 3), F(- 2 ; 1), H(7 ; - 2) et G(0 ; 2).

2°) Vérifiez par une autre méthode que le quadrilatère BHGF est un parallélogramme.

1) C'est un parallélogramme si deux côtés sont parallèles et de même longueur (déjà utilisé à la question 1°).

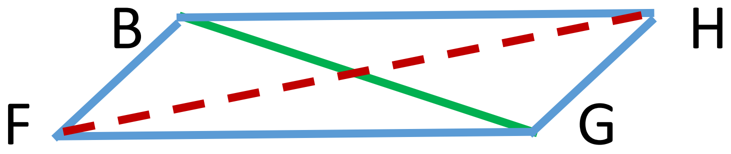
2) Si ses 4 angles sont égaux 2 à 2 (chapitre Trigo hors-sujet).

3) On a aussi la propriété 4 côtés parallèles 2 à 2 mais on ne sait pas (encore) démontrer que 2 vecteurs ont la même direction.

4) Si ses diagonales se croisent en leurs milieux : à utiliser.

2°) B(5 ; - 3), F(- 2 ; 1), H(7 ; - 2) et G(0 ; 2).

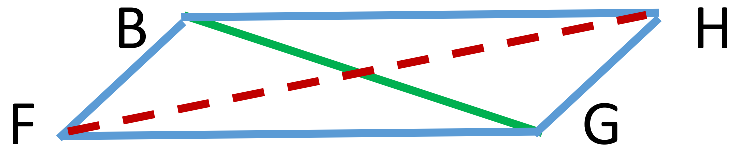
BHGF est un parallélogramme.



$$\text{M milieu de [BG]} \Leftrightarrow M \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(x_B+x_G) \\ \\ \frac{1}{2}(y_B+y_G) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\ 5 + 0\ ) \\ \\ \frac{1}{2}(\ (-3)+2)\ ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ \\ -\ 0{,}5 \end{pmatrix}$$

2°) B(5 ; - 3), F(- 2 ; 1), H(7 ; - 2) et G(0 ; 2).

BHGF est un parallélogramme.

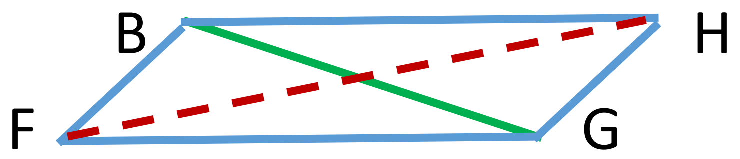


M milieu de [BG] $\Leftrightarrow$ M $\begin{pmatrix} \frac{1}{2}(x_B+x_G) \\ \\ \frac{1}{2}(y_B+y_G) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\ 5 + 0\ ) \\ \\ \frac{1}{2}(\ (-3)+2)\ ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ \\ -\ 0{,}5 \end{pmatrix}$

N milieu de [FH] $\Leftrightarrow$ N $\begin{pmatrix} \frac{1}{2}(x_F+x_H) \\ \\ \frac{1}{2}(y_F+y_H) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\ (-2) + 7\ ) \\ \\ \frac{1}{2}(\ 1 + (-2)\ ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ \\ -\ 0{,}5 \end{pmatrix}$

2°) B(5 ; - 3), F(- 2 ; 1), H(7 ; - 2) et G(0 ; 2).

BHGF est un parallélogramme.



M milieu de [BG] $\Leftrightarrow$ M $\begin{pmatrix} \frac{1}{2}(x_B+x_G) \\ \\ \frac{1}{2}(y_B+y_G) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\ 5 + 0\ ) \\ \\ \frac{1}{2}(\ (-3)+2)\ ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,5 \\ \\ -\ 0,5 \end{pmatrix}$

N milieu de [FH] $\Leftrightarrow$ N $\begin{pmatrix} \frac{1}{2}(x_F+x_H) \\ \\ \frac{1}{2}(y_F+y_H) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\ (-2) + 7\ ) \\ \\ \frac{1}{2}(\ 1 + (-2)\ ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,5 \\ \\ -\ 0,5 \end{pmatrix}$

M et N confondus $\Leftrightarrow$ les diagonales se coupent en leurs milieux

$\Leftrightarrow$ BHGF est un parallélogramme.

Exercice 3 :

Soient A(- 2 ; 3), E(7 ; 4) et D(5 ; - 1) dans un repère (U ; $\vec{m}$; $\vec{n}$).

3°) C(- 4 ; - 2).

Le parallélogramme AEDC est-il un rectangle ?

Exercice 3 :

Soient A(- 2 ; 3), E(7 ; 4) et D(5 ; - 1) dans un repère (U ; $\vec{m}$; $\vec{n}$).

3°) C(- 4 ; - 2). Le parallélogramme AEDC est-il un rectangle ?

S’il est rectangle, ...

Exercice 3 :

Soient A(- 2 ; 3), E(7 ; 4) et D(5 ; - 1) dans un repère (U ; $\vec{m}$; $\vec{n}$).

3°) C(- 4 ; - 2). Le parallélogramme AEDC est-il un rectangle ?

S'il est rectangle, il y a 4 angles droits aux 4 sommets.

Exercice 3 :

Soient A(- 2 ; 3), E(7 ; 4) et D(5 ; - 1) dans un repère (U ; $\vec{m}$; $\vec{n}$).

3°) C(- 4 ; - 2). Le parallélogramme AEDC est-il un rectangle ?

S’il est rectangle, il y a 4 angles droits aux 4 sommets.

On va donc étudier …

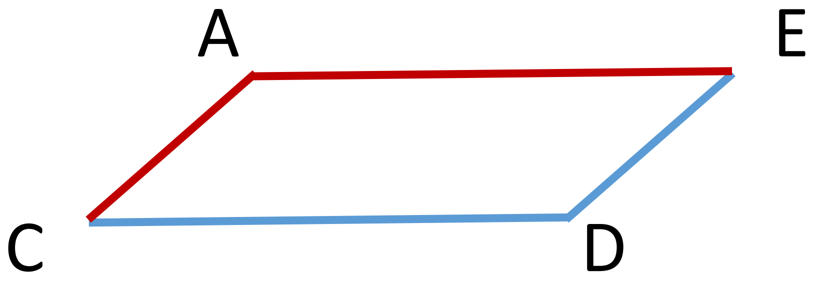
Exercice 3 :

Soient A(- 2 ; 3), E(7 ; 4) et D(5 ; - 1) dans un repère (U ; $\vec{m}$; $\vec{n}$).

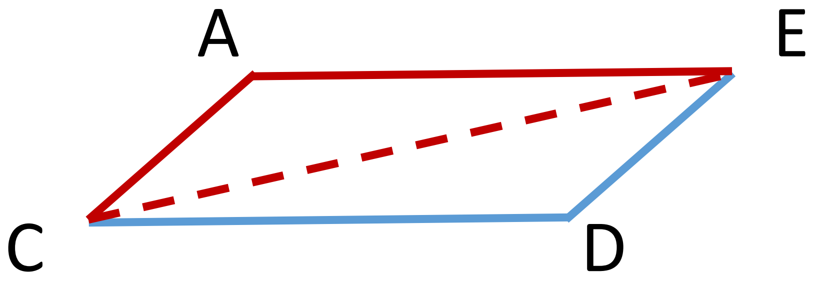
3°) C(- 4 ; - 2). Le parallélogramme AEDC est-il un rectangle ?

S’il est rectangle, il y a 4 angles droits aux 4 sommets.

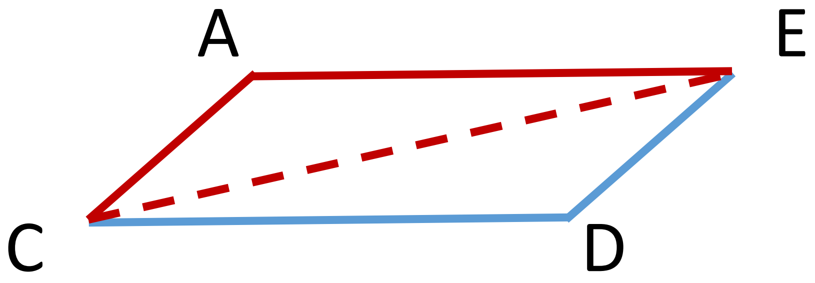
On va donc étudier un seul angle au sommet.



Etudions l’angle en A : s’il est droit, alors ….



Etudions l’angle en A : s’il est droit, alors Pythagore est vrai.



Etudions l'angle en A : s'il est droit, alors Pythagore est vrai.

$$AE^2 + AC^2 = CE^2 \ ?$$

$AE^2 + AC^2 = CE^2$?

Détermination des distances : un collégien pourrait les placer sur un graphe mais c'est imprécis et on ne connaît rien du repère.

un lycéen pourrait calculer les distances

$$||\vec{u}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

mais …

Exo 3 question 3° $AE^2 + AC^2 = CE^2$?

Détermination des distances : un collégien pourrait les placer sur un graphe mais c'est imprécis et on ne connaît rien du repère.

un lycéen pourrait calculer les distances $AE = || \overrightarrow{AE} ||$

idem AC et CE

$|| \vec{u} || = \sqrt{x^2 + y^2}$ avec (x ; y) les coordonnées de $\vec{u}$

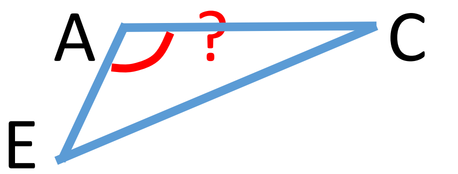
mais la relation n'est valable que pour les repères orthonormés.

On suppose alors que le repère est orthonormé.

$AE^2 + AC^2 = CE^2$?

La relation $|| \vec{u} || = \sqrt{x^2 + y^2}$ n'est valable que pour les repères orthonormés. On va donc faire une hypothèse : celle que le repère que l'on nous a donné est orthonormé.

Dans ce cas, $AE = || \overrightarrow{AE} || = \sqrt{x^2 + y^2}$



A(- 2 ; 3), E(7 ; 4), D(5 ; - 1), et C(- 4 ; - 2).

$\overrightarrow{AE} = (7 – (-2) ; 4 – 3) = (9 ; 1)$ donc $|| \overrightarrow{AE} || = \sqrt{9^2 + 1^2} = \sqrt{82} = AE$

AC = ?

CE = ?

$AE^2 + AC^2 = CE^2$?

La relation $|| \vec{u} || = \sqrt{x^2 + y^2}$ n'est valable que pour les repères orthonormés. On va donc faire une hypothèse : celle que le repère que l'on nous a donné est orthonormé.

A(- 2 ; 3), E(7 ; 4), D(5 ; - 1), et C(- 4 ; - 2).

$\vec{AE} = (7 – (-2) ; 4 – 3) = (9 ; 1)$ donc $|| \vec{AE} || = \sqrt{9^2 + 1^2} = \sqrt{82} = AE$

Même méthode :

$\vec{AC} = ((-4) – (-2) ; (-2) – 3) = (- 2 ; - 5)$

donc $|| \vec{AC} || = \sqrt{(-2)^2 + (-5)^2} = \sqrt{29} = AC$

$\vec{CE} = (7 - (-4) ; 4 - (-2)) = (11 ; 6)$

donc $|| \vec{CE} || = \sqrt{11^2 + 6^2} = \sqrt{157} = CE$

$AE^2 + AC^2 = CE^2$?

La relation $|| \vec{u} || = \sqrt{x^2 + y^2}$ n'est valable que pour les repères orthonormés. On va donc faire une hypothèse : celle que le repère que l'on nous a donné est orthonormé.

A(- 2 ; 3), E(7 ; 4), D(5 ; - 1), et C(- 4 ; - 2).

$\vec{AE} = (7 - (-2) ; 4 - 3) = (9 ; 1)$ donc $|| \vec{AE} || = \sqrt{9^2 + 1^2} = \sqrt{82} = AE$

Même méthode :

$\vec{AC} = ((-4) - (-2) ; (-2) - 3) = (- 2 ; - 5)$

donc $|| \vec{AC} || = \sqrt{(-2)^2 + (-5)^2} = \sqrt{29} = AC$

$\vec{CE} = (7 - (-4) ; 4 - (-2)) = (11 ; 6)$

donc $|| \vec{CE} || = \sqrt{11^2 + 6^2} = \sqrt{157} = CE$

$AE^2 + AC^2 = CE^2$? $(\sqrt{82})^2 + (\sqrt{29})^2 = (\sqrt{157})^2$? 82 + 29 = 157 ? FAUX !

$111 \neq 157$ ⟺ pas d'angle droit en A ⟺ pas de rectangle

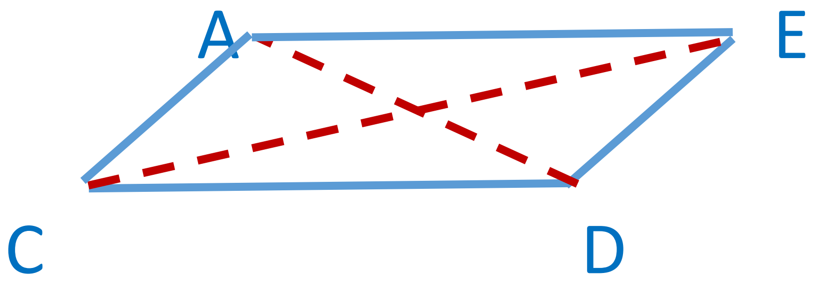
Autre méthode :

Les diagonales ont-elles mêmes longueurs ?

Le repère est orthonormé donc $||\vec{u}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Autre méthode : Les diagonales ont-elles mêmes longueurs ?

Le repère est orthonormé donc $||\vec{u}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$



$\overrightarrow{AD} = (5 - (- 2) ; (- 1) - 3) = (7 ; - 4)$ donc $||\overrightarrow{AD}|| = \sqrt{7^2 + (-4)^2} = \sqrt{65}$

$\overrightarrow{CE} = (7 - (- 4) ; 4 - (- 2)) = (11 ; 6)$ donc $||\overrightarrow{CE}|| = \sqrt{11^2 + 6^2} = \sqrt{157}$

AD ≠ CE donc les diagonales n'ont pas même longueur,

donc le parallélogramme AEDC n'est pas un rectangle.