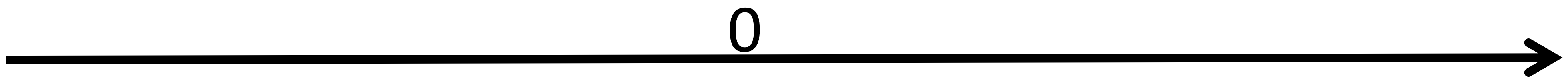
III Valeurs absolues de nombres

1°) Définition :

On appelle **valeur absolue du nombre x**

et on l'écrit **|x|**

la distance de x à 0 sur la droite des réels.



$|3| = \ldots$ $|0| = \ldots$ $|-4| = \ldots$ $|-\sqrt{2}| = \ldots$

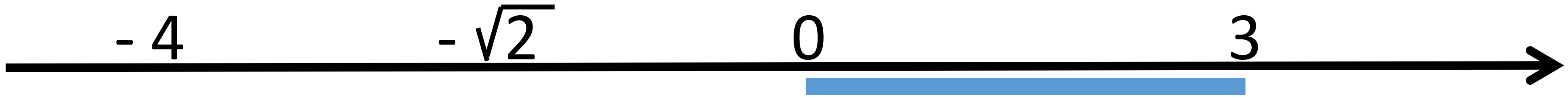
III Valeurs absolues de nombres

1°) Définition :

On appelle **valeur absolue du nombre x**

et on l'écrit **$|x|$**

la distance de x à 0 sur la droite des réels.

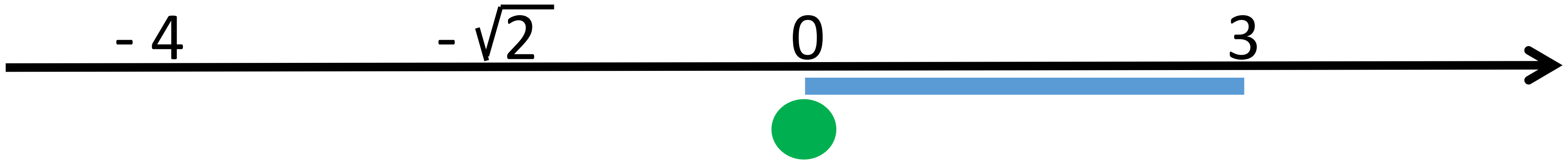


$|3| = 3$ $\qquad |0| = \ldots$ $\qquad |-4| = \ldots$ $\qquad |-\sqrt{2}\,| = \ldots$

III Valeurs absolues de nombres

1°) <u>Définition</u> :

On appelle **valeur absolue du nombre x**
et on l'écrit $|x|$
la distance de x à 0 sur la droite des réels.

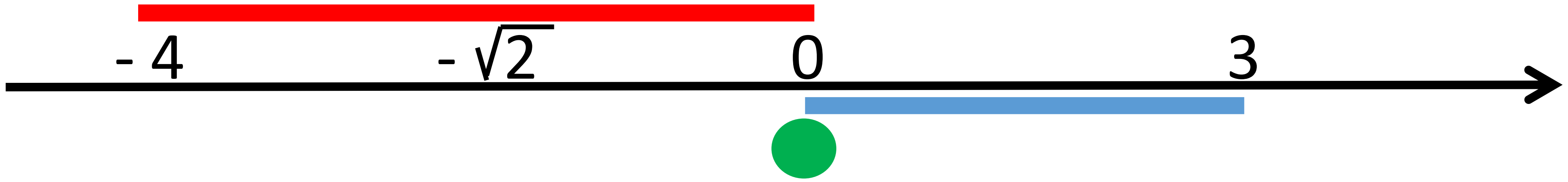


$|3| = 3$ $\quad$ $|0| = 0$ $\quad$ $|-4| = \ldots$ $\quad$ $|-\sqrt{2}\,| = \ldots$

III Valeurs absolues de nombres

1°) Définition :

On appelle **valeur absolue du nombre x**
et on l'écrit **|x|**
la distance de x à 0 sur la droite des réels.



$|3| = 3$ $\quad$ $|0| = 0$ $\quad$ $|-4| = 4$ $\quad$ $|-\sqrt{2}| = \ldots$

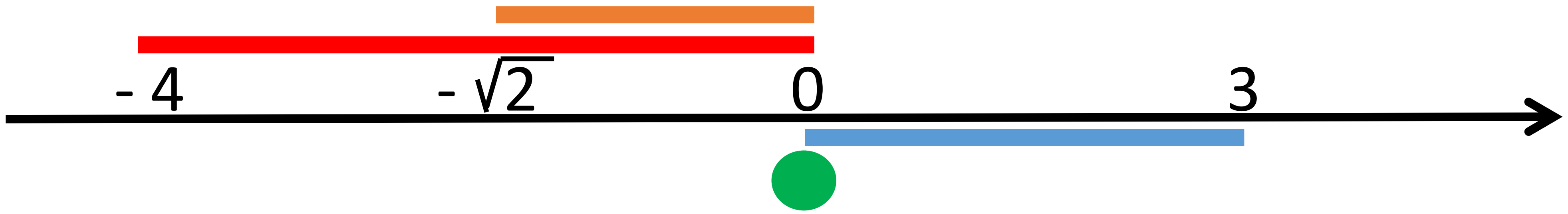
III Valeurs absolues de nombres

1°) <u>Définition</u> :

On appelle **valeur absolue du nombre x**

et on l'écrit **|x|**

la distance de x à 0 sur la droite des réels.



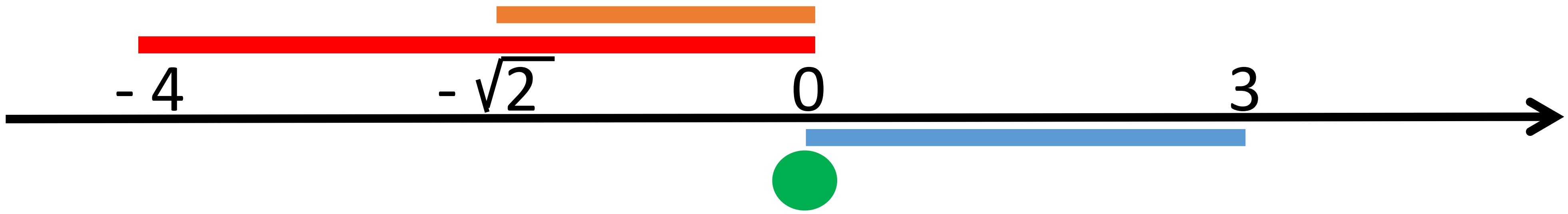
$|3| = 3$ $\quad$ $|0| = 0$ $\quad$ $|-4| = 4$ $\quad$ $|-\sqrt{2}| = \sqrt{2}$

$|-\sqrt{2}|$ = grand – petit $= 0 - (-\sqrt{2}) = 0 + \sqrt{2} = \sqrt{2}$ *valeur exacte*

III Valeurs absolues de nombres

1°) Définition :

On appelle **valeur absolue du nombre x**
et on l'écrit $|x|$
la distance de x à 0 sur la droite des réels.



$|3| = 3$ $|0| = 0$ $|-4| = 4$ $|-\sqrt{2}| = \sqrt{2}$

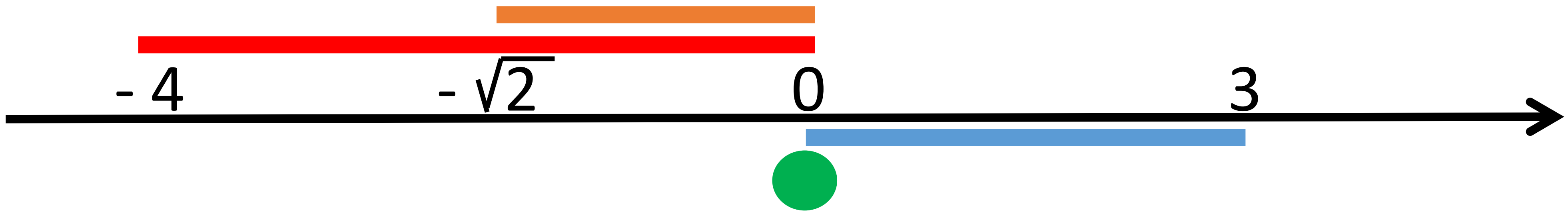
Autres définitions :

$|x|$ = … si x … $|x|$ = … si x …

III Valeurs absolues de nombres

1°) Définition :

On appelle **valeur absolue du nombre x**
et on l'écrit **|x|**
la distance de x à 0 sur la droite des réels.



$|3| = 3$ $|0| = 0$ $|-4| = 4$ $|-\sqrt{2}| = \sqrt{2}$

Autres définitions :

$|x| = x$ si $x \geq 0$ $|x| = -x$ si $x \leq 0$

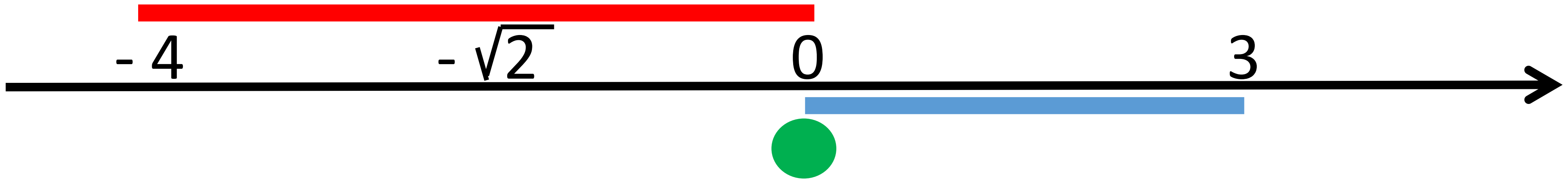
III Valeurs absolues de nombres

1°) Définition :

On appelle **valeur absolue du nombre x**

et on l'écrit **|x|**

|x| = la distance de x à 0 sur la droite des réels



$|3| = 3$ $\quad |0| = 0$ $\quad |-4| = 4$ $\quad |-\sqrt{2}| = \sqrt{2}$

Autres définitions : **|x|** = partie positive du nombre x = ...

|x| = x si x ≥ 0 **|x|** = - x si x ≤ 0 ➡ **|x|** = ...

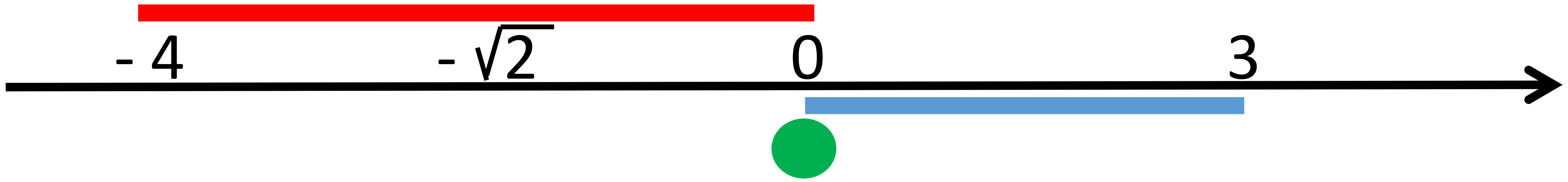
III Valeurs absolues de nombres

1°) Définition :

On appelle **valeur absolue du nombre x**

et on l'écrit $|x|$

$|x|$ = la distance de x à 0 sur la droite des réels



$|3| = 3$ $\quad$ $|0| = 0$ $\quad$ $|-4| = 4$ $\quad$ $|-\sqrt{2}| = \sqrt{2}$

Autres définitions : $|x|$ = partie positive du nombre x = $\sqrt{x^2}$

$|x| = x$ si $x \geq 0$ $\quad$ $|x| = -x$ si $x \leq 0$ $\Rightarrow$ $|x| = \sqrt{x^2}$

Exercice 7 :

Le nombre 2 est-il solution des équations et inéquations suivantes ?

1°) $| 5x - 2 | = | x - 10 | + |2| - |-2|$

2°) $| 2x - 6 | = | 4x - 6 |$

3°) $| 2 - 4x | = | 2 | - | 4x |$

4°) $| x^2 + 2 | < | 2 - 2x^2 |$

Exercice 7 :

1°) $| 5x - 2 | = | x - 10 | + |2| - |-2|$

Méthode :

...

Exercice 7 :

1°) $| 5x - 2 | = | x - 10 | + |2| - |-2|$

Méthode :

Remplacer x par 2

et déterminer si l'égalité est vraie

2ème méthode :

…

Exercice 7 :

1°) $| 5x - 2 | = | x - 10 | + |2| - |-2|$

Méthode :

Remplacer x par 2

et déterminer si l'égalité est vraie

2ème méthode :

Résoudre *(méthode expliquée à l'exo 8)*

et regarder si 2 fait partie des solutions

Exercice 7 : Le nombre 2 est-il solution ?

1°) $| 5x - 2 | = | x - 10 | + |2| - |-2|$

Exercice 7 : Le nombre 2 est-il solution ?

1°) $| 5x - 2 | = | x - 10 | + |2| - |-2|$

$| 5(2) - 2 | = | 2 - 10 | + | 2 | - | -2 |$?

$\Leftrightarrow | 8 | = | -8 | + | 2 | - |-2|$?

$\Leftrightarrow$ …

Exercice 7 : Le nombre 2 est-il solution ?

1°) $| 5x - 2 | = | x - 10 | + |2| - |-2|$

$| 5(2) - 2 | = | 2 - 10 | + | 2 | - |-2|$?

$\Longleftrightarrow | 8 | = | -8 | + | 2 | - |-2|$?

$\Longleftrightarrow 8 = 8 + 2 - 2$?

$\Longleftrightarrow$ …

Exercice 7 : Le nombre 2 est-il solution ?

1°) $| 5x - 2 | = | x - 10 | + |2| - |-2|$

$| 5(2) - 2 | = | 2 - 10 | + | 2 | - |-2|$?

$\Leftrightarrow | 8 | = | -8 | + | 2 | - |-2|$?

$\Leftrightarrow 8 = 8 + 2 - 2$?

$\Leftrightarrow 8 = 8$?

Vrai $\Leftrightarrow$ Le nombre 2 est solution.

Exercice 7 : Le nombre 2 est-il solution ?

2°) $| 2x - 6 | = | 4x - 6 |$

Exercice 7 : Le nombre 2 est-il solution ?

2°) $| 2x - 6 | = | 4x - 6 |$

$| 2(2) - 6 | = | 4(2) - 6 |$?

$\Leftrightarrow | -2 | = | 2 |$?

$\Leftrightarrow 2 = 2$?

Vrai $\Leftrightarrow$ Le nombre 2 est solution.

Exercice 7 : Le nombre 2 est-il solution ?

3°) $| 2 - 4x | = | 2 | - | 4x |$

Exercice 7 : Le nombre 2 est-il solution ?

3°) $| 2 - 4x | = | 2 | - | 4x |$

$| 2 - 4(2) | = | 2 | - | 4(2) |$?

$\Longleftrightarrow | -6 | = | 2 | - | 8 |$?

$\Longleftrightarrow 6 = 2 - 8$?

$\Longleftrightarrow 6 = -6$?

Faux $\Longleftrightarrow$ Le nombre 2 n'est pas solution.

Remarque : $| A - B | \neq | A | - | B |$

Exercice 7 : Le nombre 2 est-il solution ?

4°) $| x^2 + 2 | < | 2 - 2x^2 |$

Exercice 7 : Le nombre 2 est-il solution ?

4°) $| x^2 + 2 | < | 2 - 2x^2 |$

$| 2^2 + 2 | < | 2 - 2 \times 2^2 |$?

$\Longleftrightarrow | 6 | < | -6 |$?

$\Longleftrightarrow 6 < 6$?

Faux $\Longleftrightarrow$ Le nombre 2 n'est pas solution.

Exercice 8 : Résolvez

1°) $| 2x - 3 | = 7$

2°) $| 3x - 2 | = |- 4|$

3°) $2x + 2 = | - 8 |$

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

5°) $- 3x - 4 = | x - 7 |$

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

Exercice 8 : Résolvez

1°) $| 2x - 3 | = 7$

2°) $| 3x - 2 | = |-4|$

3°) $2x + 2 = | -8 |$

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

5°) $-3x - 4 = | x - 7 |$

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

1ère méthode : pour obtenir tous les points sur …

Exercice 8 : Résolvez

1°) $| 2x - 3 | = 7$

2°) $| 3x - 2 | = |-4|$

3°) $2x + 2 = | -8 |$ qui sont … ?

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

5°) $-3x - 4 = | x - 7 |$

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

1ère méthode : pour obtenir tous les points sur les résultats et les connaissances

Exercice 8 : Résolvez

1°) $| 2x - 3 | = 7$

2°) $| 3x - 2 | = |-4|$

3°) $2x + 2 = | -8 |$

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

5°) $-3x - 4 = | x - 7 |$

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

$| A | = A$ seulement si $A \geq 0$

$| A | = -A$ si $A \leq 0$

1ère méthode : pour obtenir tous les points sur les résultats et les connaissances

1°) $| 2x - 3 | = 7$

1°) $| 2x - 3 | = 7$

$| 2x - 3 | = \ldots$

1°) $| 2x - 3 | = 7$

$| 2x - 3 | = 2x - 3$ seulement si $2x - 3 \geq 0$

$| 2x - 3 | = - (2x - 3)$ si $2x - 3 \leq 0$

$| A | = A$ seulement si $A \geq 0$

$| A | = - A$ si $A \leq 0$

$1°)$ $| 2x - 3 | = 7$

$| A | = A$ seulement si $A \geq 0$

$| A | = - A$ si $A \leq 0$

1er cas : supposons $2x - 3 \geq 0$

l'énoncé devient $2x - 3 = 7$

2ème cas : supposons $2x - 3 \leq 0$ l'énoncé devient $- (2x - 3) = 7$

1°) $| 2x - 3 | = 7$

$\mid A \mid = A$	seulement si $A \geq 0$
$\mid A \mid = - A$	si $A \leq 0$

1^er cas : supposons $2x - 3 \geq 0$

l'énoncé devient $2x - 3 = 7$

$$\Leftrightarrow 2x = 7 + 3 \Leftrightarrow x = \frac{10}{2} = 5$$

2^ème cas : supposons $2x - 3 \leq 0$ l'énoncé devient $- (2x - 3) = 7$

Réponse : ensemble des solutions $S = \{ 5 \}$?

1°) $|\ 2x - 3\ | = 7$

$|\ A\ | = A$ seulement si $A \geq 0$

$|\ A\ | = -A$ si $A \leq 0$

1^er^ cas : supposons $2x - 3 \geq 0$

l'énoncé devient $2x - 3 = 7$

$\Leftrightarrow 2x = 7 + 3 \Leftrightarrow x = \frac{10}{2} = \mathbf{5}$

2^ème^ cas : supposons $2x - 3 \leq 0$ l'énoncé devient $-(2x - 3) = 7$

$\Leftrightarrow -2x + 3 = 7 \Leftrightarrow -2x = 7 - 3 \Leftrightarrow x = \frac{4}{-2} = \mathbf{-2}$

Réponse : ensemble des solutions $S = \{\ \mathbf{5}\ ;\ \mathbf{-2}\ \}$?

1°) $|2x - 3| = 7$

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$
$|A| = -A$ si $A \leq 0$

1^er cas : supposons $2x - 3 \geq 0$

l'énoncé devient $2x - 3 = 7$

$$\Leftrightarrow 2x = 7 + 3 \Leftrightarrow x = \frac{10}{2} = 5$$

Mais 5 a été obtenu en faisant l'hypothèse que $2x - 3 \geq 0$

il faut donc …

2^ème cas : supposons $2x - 3 \leq 0$ l'énoncé devient $-(2x - 3) = 7$

$$\Leftrightarrow -2x + 3 = 7 \Leftrightarrow -2x = 7 - 3 \Leftrightarrow x = \frac{4}{-2} = -2$$

Réponse : ensemble des solutions $S = \{ 5 ; -2 \}$?

1°) $| 2x - 3 | = 7$

$| A | = A$ seulement si $A \geq 0$

$| A | = - A$ si $A \leq 0$

1er cas : supposons $2x - 3 \geq 0$

l'énoncé devient $2x - 3 = 7$

$\Leftrightarrow 2x = 7 + 3 \Leftrightarrow x = \dfrac{10}{2} = 5$

Mais 5 a été obtenu en faisant l'hypothèse que $2x - 3 \geq 0$

il faut donc vérifier cette hypothèse

2ème cas : supposons $2x - 3 \leq 0$ l'énoncé devient $- (2x - 3) = 7$

$\Leftrightarrow - 2x + 3 = 7 \Leftrightarrow - 2x = 7 - 3 \Leftrightarrow x = \dfrac{4}{- 2} = - 2$

Réponse : ensemble des solutions $S = \{ 5 ; - 2 \}$?

1°) $| 2x - 3 | = 7$

$| A | = A$ seulement si $A \geq 0$

$| A | = - A$ si $A \leq 0$

1er cas : supposons $2x - 3 \geq 0$

l'énoncé devient $2x - 3 = 7$

$\Leftrightarrow 2x = 7 + 3 \Leftrightarrow x = \frac{10}{2} = 5$

Mais 5 a été obtenu en faisant l'hypothèse que $2x - 3 \geq 0$

il faut donc vérifier cette hypothèse (vérif. **non** facultative)

$2x - 3 = 2(5) - 3 = 7$ qui est bien ≥ 0

hypothèse vraie $\Rightarrow$ 5 est solution de l'exercice

2ème cas : supposons $2x - 3 \leq 0$ l'énoncé devient $- (2x - 3) = 7$

$\Leftrightarrow - 2x + 3 = 7 \Leftrightarrow - 2x = 7 - 3 \Leftrightarrow x = \frac{4}{-2} = - 2$

Réponse : ensemble des solutions $S = \{ 5 ; - 2 \}$?

1°) $| 2x - 3 | = 7$

$| A | = A$ seulement si $A \geq 0$

$| A | = - A$ si $A \leq 0$

1er cas : supposons $2x - 3 \geq 0$

l'énoncé devient $2x - 3 = 7$

$\Leftrightarrow 2x = 7 + 3 \Leftrightarrow x = \dfrac{10}{2} = \mathbf{5}$

Mais 5 a été obtenu en faisant l'hypothèse que $2x - 3 \geq 0$

il faut donc vérifier cette hypothèse (vérif. **non** facultative)

$2x - 3 = 2(5) - 3 = 7$ qui est bien ≥ 0

hypothèse vraie $\Rightarrow$ 5 est solution de l'exercice

2ème cas : supposons $2x - 3 \leq 0$ l'énoncé devient $- (2x - 3) = 7$

$\Leftrightarrow - 2x + 3 = 7 \Leftrightarrow - 2x = 7 - 3 \Leftrightarrow x = \dfrac{4}{-2} = \mathbf{-2}$

Mais -2 a été obtenu en faisant l'hypothèse que $2x - 3 \leq 0$

$2x - 3 = 2(-2) - 3 = -7$ qui est bien ≤ 0

hypothèse vraie $\Rightarrow$ -2 est solution de l'exercice

Réponse : ensemble des solutions $S = \{ \mathbf{5} ; \mathbf{-2} \}$

2°) $| 3x - 2 | = |-4|$

$| A | = A$ seulement si $A \geq 0$

$| A | = -A$ si $A \leq 0$

2°) $| 3x - 2 | = |- 4|$

$\| A \| = A$	seulement si $A \geq 0$
$\| A \| = - A$	si $A \leq 0$

1er cas : supposons $3x - 2 \geq 0$

l'énoncé devient $3x - 2 = 4$

2ème cas : supposons $3x - 2 \leq 0$

l'énoncé devient $- (3x - 2) = 4$

2°) $|\,3x-2\,| = |-4|$

$\|A\| = A$	seulement si $A \geq 0$
$\|A\| = -A$	si $A \leq 0$

1er cas : supposons $3x-2 \geq 0$

l'énoncé devient $3x-2=4$

$$\Leftrightarrow 3x = 4+2 \Leftrightarrow x = \frac{6}{3} = \mathbf{2}$$

2ème cas : supposons $3x-2 \leq 0$

l'énoncé devient $-(3x-2)=4$

Réponse : ensemble des solutions $S = \dots\ ?$

2°) $| 3x - 2 | = |-4|$

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$

$|A| = -A$ si $A \leq 0$

1^er cas : supposons $3x - 2 \geq 0$

l'énoncé devient $3x - 2 = 4$

$\Leftrightarrow 3x = 4 + 2 \Leftrightarrow x = \dfrac{6}{3} = \mathbf{2}$

2^ème cas : supposons $3x - 2 \leq 0$

l'énoncé devient $-(3x - 2) = 4$

$\Leftrightarrow -3x + 2 = 4 \Leftrightarrow -3x = 4 - 2 \Leftrightarrow x = \dfrac{2}{-3} = \mathbf{-2/3}$

Réponse : ensemble des solutions $S = \dots ?$

2°) $| 3x - 2 | = |- 4|$

$\| A \| = A$	seulement si $A \geq 0$
$\| A \| = - A$	si $A \leq 0$

1er cas : supposons $3x - 2 \geq 0$

l'énoncé devient $3x - 2 = 4$

$$\Leftrightarrow 3x = 4 + 2 \Leftrightarrow x = \frac{6}{3} = 2$$

$3x - 2 = 3(2) - 2 = 4$ qui est bien ≥ 0

hypothèse vraie $\Rightarrow$ 2 est solution de l'exercice

2ème cas : supposons $3x - 2 \leq 0$

l'énoncé devient $- (3x - 2) = 4$

$$\Leftrightarrow - 3x + 2 = 4 \Leftrightarrow - 3x = 4 - 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{-3} = -2/3$$

Réponse : ensemble des solutions $S = ... ?$

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$

$|A| = -A$ si $A \leq 0$

2°) $|3x - 2| = |-4|$

1er cas : supposons $3x - 2 \geq 0$

l'énoncé devient $3x - 2 = 4$

$\Leftrightarrow 3x = 4 + 2 \Leftrightarrow x = \dfrac{6}{3} = 2$

$3x - 2 = 3(2) - 2 = 4$ qui est bien ≥ 0

hypothèse vraie $\Rightarrow$ 2 est solution de l'exercice

2ème cas : supposons $3x - 2 \leq 0$

l'énoncé devient $-(3x - 2) = 4$

$\Leftrightarrow -3x + 2 = 4 \Leftrightarrow -3x = 4 - 2 \Leftrightarrow x = \dfrac{2}{-3} = -2/3$

$3x - 2 = 3\left(\dfrac{2}{-3}\right) - 2 = -4$ qui est bien ≤ 0

hypothèse vraie $\Rightarrow$ $-2/3$ est solution de l'exercice

Réponse : ensemble des solutions $S = \{\, 2 \,;\, -2/3 \,\}$

3°) $2x + 2 = |-8|$

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$

$|A| = -A$ si $A \leq 0$

3°) $2x + 2 = |-8|$

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$

$|A| = -A$ si $A \leq 0$

$-8 \leq 0$ $|-8| = -(-8)$ **pas** d'hypothèse à vérifier

l'énoncé devient $2x + 2 = 8$

$\Leftrightarrow 2x = 8 - 2 \Leftrightarrow x = \frac{6}{2} = 3$

$S = \{ 3 \}$

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

$\| A \| = A$	seulement si $A \geq 0$
$\| A \| = - A$	si $A \leq 0$

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

$| A | = A$ seulement si $A \geq 0$

$| A | = - A$ si $A \leq 0$

1er cas : supposons $x^2 + 2 \geq 0$

l'énoncé devient $x^2 + 2 = 2x^2 - 2$

2ème cas : supposons $x^2 + 2 \leq 0$

l'énoncé devient $-(x^2 + 2) = 2x^2 - 2$

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

$\| A \| = A$	seulement si $A \geq 0$
$\| A \| = - A$	si $A \leq 0$

1er cas : supposons $x^2 + 2 \geq 0$

l'énoncé devient $x^2 + 2 = 2x^2 - 2$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x^2 = - 2 - 2 \Leftrightarrow - x^2 = - 4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ ou -2

2ème cas : supposons $x^2 + 2 \leq 0$

l'énoncé devient $- (x^2 + 2) = 2x^2 - 2$

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

$\| A \| = A$ seulement si $A \geq 0$
$\| A \| = - A$ si $A \leq 0$

1er cas : supposons $x^2 + 2 \geq 0$

l'énoncé devient $x^2 + 2 = 2x^2 - 2$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x^2 = - 2 - 2 \Leftrightarrow - x^2 = - 4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ ou -2

2ème cas : supposons $x^2 + 2 \leq 0$

l'énoncé devient $- (x^2 + 2) = 2x^2 - 2 \Leftrightarrow - x^2 - 2 = 2x^2 - 2$

$\Leftrightarrow - x^2 - 2x^2 = - 2 + 2 \Leftrightarrow - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{0}{- 3} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

$\| A \| = A$	seulement si $A \geq 0$
$\| A \| = - A$	si $A \leq 0$

1er cas : supposons $x^2 + 2 \geq 0$

l'énoncé devient $x^2 + 2 = 2x^2 - 2$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x^2 = - 2 - 2 \Leftrightarrow - x^2 = - 4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ ou -2

$x^2 + 2 = (2)^2 + 2 = 6$ et $(-2)^2 + 2 = 6$ qui sont bien ≥ 0

hypothèse vraie $\Rightarrow$ 2 et -2 sont solutions de l'exercice

2ème cas : supposons $x^2 + 2 \leq 0$

l'énoncé devient $- (x^2 + 2) = 2x^2 - 2 \Leftrightarrow - x^2 - 2 = 2x^2 - 2$

$\Leftrightarrow - x^2 - 2x^2 = - 2 + 2 \Leftrightarrow - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{0}{-3} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Réponse : ensemble des solutions S = ... ?

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

$| A | = A$ seulement si $A \geq 0$

$| A | = - A$ si $A \leq 0$

1er cas : supposons $x^2 + 2 \geq 0$

l'énoncé devient $x^2 + 2 = 2x^2 - 2$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x^2 = - 2 - 2 \Leftrightarrow - x^2 = - 4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ ou -2

$x^2 + 2 = (2)^2 + 2 = 6$ et $(-2)^2 + 2 = 6$ qui sont bien ≥ 0

hypothèse vraie $\Rightarrow$ 2 et -2 sont solutions de l'exercice

---

2ème cas : supposons $x^2 + 2 \leq 0$

l'énoncé devient $- (x^2 + 2) = 2x^2 - 2 \Leftrightarrow - x^2 - 2 = 2x^2 - 2$

$\Leftrightarrow - x^2 - 2x^2 = - 2 + 2 \Leftrightarrow - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{0}{-3} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$x^2 + 2 = (0)^2 + 2 = 2$ qui n'est pas ≤ 0

hypothèse fausse $\Rightarrow$ 0 n'est pas solution

Réponse : ensemble des solutions $S = \{ 2 ; - 2 \}$

4°) $|x^2 + 2| = 2x^2 - 2$

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$

$|A| = -A$ si $A \leq 0$

1er cas : supposons $x^2 + 2 \geq 0$

l'énoncé devient $x^2 + 2 = 2x^2 - 2$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x^2 = -2 - 2 \Leftrightarrow -x^2 = -4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ ou -2

$x^2 + 2 = (2)^2 + 2 = 6$ et $(-2)^2 + 2 = 6$ qui sont bien ≥ 0

hypothèse vraie $\Rightarrow$ 2 et -2 sont solutions de l'exercice

---

2ème cas : supposons $x^2 + 2 \leq 0$ **NE PEUT-ON FAIRE UN RACCOURCI ?**

l'énoncé devient $-(x^2 + 2) = 2x^2 - 2 \Leftrightarrow -x^2 - 2 = 2x^2 - 2$

$\Leftrightarrow -x^2 - 2x^2 = -2 + 2 \Leftrightarrow -3x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{0}{-3} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$x^2 + 2 = (0)^2 + 2 = 2$ qui n'est pas ≤ 0

hypothèse fausse $\Rightarrow$ 0 n'est pas solution

Réponse : ensemble des solutions $S = \{ 2 ; -2 \}$

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

un carré est toujours positif $\Longrightarrow x^2 + 2 \geq 0$

$| A | = A$ seulement si $A \geq 0$

$| A | = - A$ si $A \leq 0$

$x^2 + 2 \leq 0$ jamais vrai

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

$| A | = A$ seulement si $A \geq 0$

$| A | = - A$ si $A \leq 0$

un carré est toujours positif $\Rightarrow x^2 + 2 \geq 0$

l'énoncé devient $x^2 + 2 = 2x^2 - 2$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x^2 = - 2 - 2 \Leftrightarrow - x^2 = - 4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ ou -2

$x^2 + 2 \leq 0$ jamais vrai

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

$| A | = A$ seulement si $A \geq 0$

$| A | = - A$ si $A \leq 0$

un carré est toujours positif $\Rightarrow x^2 + 2 \geq 0$

l'énoncé devient $x^2 + 2 = 2x^2 - 2$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x^2 = - 2 - 2 \Leftrightarrow - x^2 = - 4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ ou -2

pas d'hypothèse à vérifier

$x^2 + 2 \leq 0$ jamais vrai

Réponse : ensemble des solutions $S = \{ 2 ; - 2 \}$

5°) $-3x - 4 = |x - 7|$

5°) $-3x-4=|x-7|$

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$

$|A| = -A$ si $A \leq 0$

$-3x-4 = x-7$ si $x-7$ positif

$-3x-4 = -(x-7)$ si $x-7$ négatif

5°) $-3x - 4 = |x - 7|$

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$

$|A| = -A$ si $A \leq 0$

$-3x - 4 = x - 7$ si $x - 7$ positif

$-3x - 4 = -(x - 7)$ si $x - 7$ négatif

---

si $x - 7$ positif $-3x - 4 = x - 7 \Rightarrow x = \ldots\ ?$

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$

$|A| = -A$ si $A \leq 0$

5°) $-3x - 4 = |x - 7|$

$-3x - 4 = x - 7$ si $x - 7$ positif

$-3x - 4 = -(x - 7)$ si $x - 7$ négatif

---

si $x - 7$ positif $-3x - 4 = x - 7 \Rightarrow -3x - x = -7 + 4$

$\Rightarrow -4x = -3 \Rightarrow x = \frac{-3}{-4} = 0{,}75$

5°) $-3x - 4 = | x - 7 |$

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$

$|A| = -A$ si $A \leq 0$

$-3x - 4 = x - 7$ si $x - 7$ positif

$-3x - 4 = -(x - 7)$ si $x - 7$ négatif

si $x - 7$ positif $-3x - 4 = x - 7 \Rightarrow -3x - x = -7 + 4$

$\Rightarrow -4x = -3 \Rightarrow x = \frac{-3}{-4} = 0{,}75$

0,75 est-il solution ?

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$

$|A| = -A$ si $A \leq 0$

5°) $-3x - 4 = |x - 7|$

$-3x - 4 = x - 7$ si $x - 7$ positif

$-3x - 4 = -(x - 7)$ si $x - 7$ négatif

---

si $x - 7$ positif $-3x - 4 = x - 7 \Rightarrow -3x - x = -7 + 4$

$\Rightarrow -4x = -3 \Rightarrow x = \dfrac{-3}{-4} = 0,75$

0,75 est-il solution ? hypothèse $x - 7$ positif

$0,75 - 7$ négatif $\Rightarrow$ hypothèse fausse $\Rightarrow$ 0,75 non solution

---

exo à terminer... (étude du 2ème cas)

5°) $-3x - 4 = |x - 7|$

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$

$|A| = -A$ si $A \leq 0$

$-3x - 4 = x - 7$ si $x - 7$ positif

$-3x - 4 = -(x - 7)$ si $x - 7$ négatif

si $x - 7$ positif $-3x - 4 = x - 7$ ➡ $-3x - x = -7 + 4$

➡ $-4x = -3$ ➡ $x = \frac{-3}{-4} = 0{,}75$

0,75 est-il solution ? hypothèse $x - 7$ positif

$0{,}75 - 7$ négatif ➡ hypothèse fausse ➡ 0,75 non solution

exo à terminer… (étude du 2ème cas)

| A | = A seulement si A ≥ 0

| A | = - A si A ≤ 0

5°) $-3x - 4 = |x - 7|$

$-3x - 4 = x - 7$ si $x - 7$ positif

$-3x - 4 = -(x - 7)$ si $x - 7$ négatif

si $x - 7$ positif $-3x - 4 = x - 7 \Rightarrow -3x - x = -7 + 4$

$\Rightarrow -4x = -3 \Rightarrow x = \dfrac{-3}{-4} = 0{,}75$

$0{,}75 - 7$ négatif $\Rightarrow$ hypothèse fausse $\Rightarrow$ 0,75 non solution

si $x - 7$ négatif $-3x - 4 = -(x - 7) \Rightarrow -3x - 4 = -x + 7$

$\Rightarrow -3x + x = 7 + 4 \Rightarrow -2x = 11 \Rightarrow x = \dfrac{11}{-2} = -5{,}5$

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$

$|A| = -A$ si $A \leq 0$

5°) $-3x - 4 = |x - 7|$

$-3x - 4 = x - 7$ si $x - 7$ positif

$-3x - 4 = -(x - 7)$ si $x - 7$ négatif

---

si $x - 7$ positif $-3x - 4 = x - 7 \Rightarrow -3x - x = -7 + 4$

$\Rightarrow -4x = -3 \Rightarrow x = \dfrac{-3}{-4} = 0,75$

$0,75 - 7$ négatif $\Rightarrow$ hypothèse fausse $\Rightarrow$ $0,75$ non solution

---

si $x - 7$ négatif $-3x - 4 = -(x - 7) \Rightarrow -3x - 4 = -x + 7$

$\Rightarrow -3x + x = 7 + 4 \Rightarrow -2x = 11 \Rightarrow x = \dfrac{11}{-2} = -5,5$

$-5,5 - 7$ négatif $\Rightarrow$ hypothèse vraie $\Rightarrow$ $\boxed{-5,5}$ est solution

unique solution au problème

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

$| 5x - 2 | = 5x - 2$?

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$

$|A| = -A$ si $A \leq 0$

6°) $|5x - 2| = |x - 10|$

$|5x - 2| = 5x - 2$ seulement si $5x - 2 \geq 0$

	?	?
$5x - 2$ positif		
?		

$|\ A\ | = A$ seulement si $A \geq 0$

$|\ A\ | = -A$ si $A \leq 0$

6°) $|\ 5x - 2\ | = |\ x - 10\ |$

	$x - 10$ positif	$x - 10$ négatif
$5x - 2$ positif		
$5x - 2$ négatif		

$| A | = A$ seulement si $A \geq 0$

$| A | = - A$ si $A \leq 0$

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

	$x - 10$ positif	$x - 10$ négatif
$5x - 2$ positif	l'énoncé devient …	l'énoncé devient …
$5x - 2$ négatif	l'énoncé devient …	l'énoncé devient …

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$

$|A| = -A$ si $A \leq 0$

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

	$x - 10$ positif	$x - 10$ négatif
$5x - 2$ positif	l'énoncé devient $5x - 2 = x - 10$	l'énoncé devient $5x - 2 = -(x - 10)$
$5x - 2$ négatif	l'énoncé devient $-(5x - 2) = x - 10$	l'énoncé devient $-(5x - 2) = -(x - 10)$

$| A | = A$ seulement si $A \geq 0$

$| A | = - A$ si $A \leq 0$

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

	$x - 10$ positif	$x - 10$ négatif
$5x - 2$ positif	l'énoncé devient $5x - 2 = x - 10$?	l'énoncé devient $5x - 2 = - (x - 10)$?
$5x - 2$ négatif	l'énoncé devient $- (5x - 2) = x - 10$?	l'énoncé devient $- (5x - 2) = - (x - 10)$?

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$

$|A| = -A$ si $A \leq 0$

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

	$x - 10$ positif	$x - 10$ négatif
$5x - 2$ positif	l'énoncé devient $5x - 2 = x - 10$ $A = B$	l'énoncé devient $5x - 2 = -(x - 10)$ $A = -B$
$5x - 2$ négatif	l'énoncé devient $-(5x - 2) = x - 10$ $-A = B$	l'énoncé devient $-(5x - 2) = -(x - 10)$ $-A = -B$

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$
$|A| = -A$ si $A \leq 0$

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

	$x - 10$ positif	$x - 10$ négatif
$5x - 2$ positif	$5x - 2 = x - 10$ $5x - x = -10 + 2$ $4x = -8$ $x = -2$	l'énoncé devient $5x - 2 = -(x - 10)$
$5x - 2$ négatif	l'énoncé devient $-(5x - 2) = x - 10$	l'énoncé devient $-(5x - 2) = -(x - 10)$ $x = -2$

$| A | = A$	seulement si $A \geq 0$
$| A | = - A$	si $A \leq 0$

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

	$x - 10$ positif	$x - 10$ négatif
$5x - 2$ positif	$5x - 2 = x - 10$ $5x - x = - 10 + 2$ $4x = - 8$ $x = - 2$	$5x - 2 = - (x - 10)$ $5x - 2 = - x + 10$ $5x + x = 10 + 2$ $x = 2$
$5x - 2$ négatif	l'énoncé devient $- (5x - 2) = x - 10$ $x = 2$	l'énoncé devient $- (5x - 2) = - (x - 10)$ $x = - 2$

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$

$|A| = -A$ si $A \leq 0$

6°) $|5x - 2| = |x - 10|$

?	$x - 10$ positif	$x - 10$ négatif
$5x - 2$ positif	$5x - 2 = x - 10$ $5x - x = -10 + 2$ $4x = -8$ $x = -2$	$5x - 2 = -(x - 10)$ $5x - 2 = -x + 10$ $5x + x = 10 + 2$ $x = 2$
$5x - 2$ négatif	l'énoncé devient $-(5x - 2) = x - 10$ $x = 2$	l'énoncé devient $-(5x - 2) = -(x - 10)$ $x = -2$

$| A | = A$ seulement si $A \geq 0$

$| A | = - A$ si $A \leq 0$

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

	hypothèse $x - 10$ positif	hypothèse $x - 10$ négatif
hypothèse $5x - 2$ positif	$5x - 2 = x - 10$ $5x - x = - 10 + 2$ $4x = - 8$ $x = - 2$	$5x - 2 = - (x - 10)$ $5x - 2 = - x + 10$ $5x + x = 10 + 2$ $x = 2$
hypothèse $5x - 2$ négatif	l'énoncé devient $- (5x - 2) = x - 10$ $x = 2$	l'énoncé devient $- (5x - 2) = - (x - 10)$ $x = - 2$

$|A| = A$ seulement si $A \geq 0$

$|A| = -A$ si $A \leq 0$

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

	hypothèse 3 $x - 10$ positif	hypothèse 4 $x - 10$ négatif
hypothèse 1 $5x - 2$ positif	$x = -2$	$x = 2$
hypothèse 2 $5x - 2$ négatif	$x = 2$	$x = -2$

$\lvert A \rvert = A$	seulement si $A \geq 0$
$\lvert A \rvert = -A$	si $A \leq 0$

6°) $\lvert 5x - 2 \rvert = \lvert x - 10 \rvert$

	hypothèse 3 $x - 10$ positif	hypothèse 4 $x - 10$ négatif
hypothèse 1 $5x - 2$ positif	$x = -2$ $5x - 2 = -12$ hyp. fausse $x - 10 = -12$ hyp. fausse	$x = 2$ $5x - 2 = 8$ hyp. vraie $x - 10 = -8$ hyp. vraie
hypothèse 2 $5x - 2$ négatif	$x = 2$ $5x - 2 = 8$ hyp. fausse $x - 10 = -8$ hyp. fausse	$x = -2$ $5x - 2 = -12$ hyp. vraie $x - 10 = -12$ hyp. vraie

$| A | = A$ seulement si $A \geq 0$
$| A | = - A$ si $A \leq 0$

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

	hypothèse $x - 10$ positif	hypothèse $x - 10$ négatif
hypothèse $5x - 2$ positif	~~$x = -2$~~ $5x - 2 = -12$ hyp. fausse $x - 10 = -12$ hyp. fausse	$x = 2$ $5x - 2 = 8$ hyp. vraie $x - 10 = -8$ hyp. vraie
hypothèse $5x - 2$ négatif	~~$x = 2$~~ $5x - 2 = 8$ hyp. fausse $x - 10 = -8$ hyp. fausse	$x = -2$ $5x - 2 = -12$ hyp. vraie $x - 10 = -12$ hyp. vraie

7°) $2x^2 + 1 = 4\,|\,x^2 - 1\,|$

7°) $2x^2 + 1 = 4 \mid x^2 - 1 \mid$

$2x^2 + 1 = 4\,(x^2 - 1)$ si $x^2 - 1$ positif car $|A| = A$ si $A \geq 0$

$2x^2 + 1 = 4\,(-(x^2 - 1))$ si $x^2 - 1$ négatif car $|A| = -A$ si $A \leq 0$

7°) $2x^2 + 1 = 4 \mid x^2 - 1 \mid$

$2x^2 + 1 = 4\,(x^2 - 1)$ si $x^2 - 1$ positif car $|A| = A$ si $A \geq 0$

$2x^2 + 1 = 4\,(-(x^2 - 1))$ si $x^2 - 1$ négatif car $|A| = -A$ si $A \leq 0$

---

si $x^2 - 1$ positif $2x^2 + 1 = 4\,(x^2 - 1)$

7°) $2x^2 + 1 = 4 \mid x^2 - 1 \mid$

$2x^2 + 1 = 4\,(x^2 - 1)$ si $x^2 - 1$ positif car $|A| = A$ si $A \geq 0$

$2x^2 + 1 = 4\,(-(x^2 - 1))$ si $x^2 - 1$ négatif car $|A| = -A$ si $A \leq 0$

---

si $x^2 - 1$ positif $2x^2 + 1 = 4\,(x^2 - 1) \Rightarrow 2x^2 + 1 = 4x^2 - 4$

7°) $2x^2 + 1 = 4 \mid x^2 - 1 \mid$

$\Rightarrow$ $2x^2 + 1 = 4\,(x^2 - 1)$ si $x^2 - 1$ positif car $|A| = A$ si $A \geq 0$

$\Rightarrow$ $2x^2 + 1 = 4\,(-(x^2 - 1))$ si $x^2 - 1$ négatif car $|A| = -A$ si $A \leq 0$

$\Rightarrow$ si $x^2 - 1$ positif $2x^2 + 1 = 4\,(x^2 - 1)$ $\Rightarrow$ $2x^2 + 1 = 4x^2 - 4$

$\Rightarrow$ $2x^2 - 4x^2 = -\,4 - 1$

7°) $2x^2 + 1 = 4 \mid x^2 - 1 \mid$

$\Rightarrow$ $2x^2 + 1 = 4\,(x^2 - 1)$ si $x^2 - 1$ positif car $|A| = A$ si $A \geq 0$

$\Rightarrow$ $2x^2 + 1 = 4\,(-(x^2 - 1))$ si $x^2 - 1$ négatif car $|A| = -A$ si $A \leq 0$

$\Rightarrow$ si $x^2 - 1$ positif $2x^2 + 1 = 4\,(x^2 - 1)$ $\Rightarrow$ $2x^2 + 1 = 4x^2 - 4$

$\Rightarrow$ $2x^2 - 4x^2 = -4 - 1$ $\Rightarrow$ $-2x^2 = -5$

7°) $2x^2 + 1 = 4 \mid x^2 - 1 \mid$

$2x^2 + 1 = 4\,(x^2 - 1)$ si $x^2 - 1$ positif car $|A| = A$ si $A \geq 0$

$2x^2 + 1 = 4\,(-(x^2 - 1))$ si $x^2 - 1$ négatif car $|A| = -A$ si $A \leq 0$

---

si $x^2 - 1$ positif $2x^2 + 1 = 4\,(x^2 - 1)$ ⇒ $2x^2 + 1 = 4x^2 - 4$

⇒ $2x^2 - 4x^2 = -4 - 1$ ⇒ $-2x^2 = -5$ ⇒ $x^2 = \dfrac{-5}{-2} = 2{,}5$

⇒ $x = \sqrt{2{,}5}$ ou $x = -\sqrt{2{,}5}$

$x^2 - 1 = 2{,}5 - 1$ positif ⇒ hypothèse vraie ⇒ $\sqrt{2{,}5}$ et $-\sqrt{2{,}5}$ solutions

---

7°) $2x^2 + 1 = 4 \mid x^2 - 1 \mid$

$\Rightarrow$ $2x^2 + 1 = 4\,(x^2 - 1)$ si $x^2 - 1$ positif car $|A| = A$ si $A \geq 0$

$\Rightarrow$ $2x^2 + 1 = 4\,(-(x^2 - 1))$ si $x^2 - 1$ négatif car $|A| = -A$ si $A \leq 0$

$\Rightarrow$ si $x^2 - 1$ positif $2x^2 + 1 = 4\,(x^2 - 1)$ $\Rightarrow$ $2x^2 + 1 = 4x^2 - 4$

$\Rightarrow$ $2x^2 - 4x^2 = -4 - 1$ $\Rightarrow$ $-2x^2 = -5$ $\Rightarrow$ $x^2 = \dfrac{-5}{-2} = 2{,}5$

$\Rightarrow$ $x = \sqrt{2{,}5}$ ou $x = -\sqrt{2{,}5}$

$x^2 - 1 = 2{,}5 - 1$ positif $\Rightarrow$ hypothèse vraie $\Rightarrow$ $\sqrt{2{,}5}$ et $-\sqrt{2{,}5}$ solutions

---

$\Rightarrow$ si $x^2 - 1$ négatif $2x^2 + 1 = 4\,(-(x^2 - 1))$ $\Rightarrow$ $2x^2 + 1 = -4x^2 + 4$

$\Rightarrow$ $2x^2 + 4x^2 = 4 - 1$ $\Rightarrow$ $6x^2 = 3$ $\Rightarrow$ $x^2 = \dfrac{3}{6} = 0{,}5$

$\Rightarrow$ $x = \sqrt{0{,}5}$ ou $x = -\sqrt{0{,}5}$

7°) $2x^2 + 1 = 4 \mid x^2 - 1 \mid$

$\Rightarrow$ $2x^2 + 1 = 4\,(x^2 - 1)$ si $x^2 - 1$ positif car $|A| = A$ si $A \geq 0$

$\Rightarrow$ $2x^2 + 1 = 4\,(-(x^2 - 1))$ si $x^2 - 1$ négatif car $|A| = -A$ si $A \leq 0$

$\Rightarrow$ si $x^2 - 1$ positif $2x^2 + 1 = 4\,(x^2 - 1)$ $\Rightarrow$ $2x^2 + 1 = 4x^2 - 4$

$\Rightarrow$ $2x^2 - 4x^2 = -4 - 1$ $\Rightarrow$ $-2x^2 = -5$ $\Rightarrow$ $x^2 = \dfrac{-5}{-2} = 2,5$

$\Rightarrow$ $x = \sqrt{2,5}$ ou $x = -\sqrt{2,5}$

$x^2 - 1 = 2,5 - 1$ positif $\Rightarrow$ hypothèse vraie $\Rightarrow$ $\sqrt{2,5}$ et $-\sqrt{2,5}$ solutions

---

$\Rightarrow$ si $x^2 - 1$ négatif $2x^2 + 1 = 4\,(-(x^2 - 1))$ $\Rightarrow$ $2x^2 + 1 = -4x^2 + 4$

$\Rightarrow$ $2x^2 + 4x^2 = 4 - 1$ $\Rightarrow$ $6x^2 = 3$ $\Rightarrow$ $x^2 = \dfrac{3}{6} = 0,5$

$\Rightarrow$ $x = \sqrt{0,5}$ ou $x = -\sqrt{0,5}$

$x^2 - 1 = 0,5 - 1$ négatif $\Rightarrow$ hypothèse vraie $\Rightarrow$ $\sqrt{0,5}$ et $-\sqrt{0,5}$ solutions

7°) $2x^2 + 1 = 4 \mid x^2 - 1 \mid$ $\boxed{S = \{ \sqrt{2,5} \,;\, -\sqrt{2,5} \,;\, \sqrt{0,5} \,;\, -\sqrt{0,5} \}}$

➡ $2x^2 + 1 = 4\,(x^2 - 1)$ si $x^2 - 1$ positif car $|A| = A$ si $A \geq 0$

➡ $2x^2 + 1 = 4\,(-(x^2 - 1))$ si $x^2 - 1$ négatif car $|A| = -A$ si $A \leq 0$

➡ si $x^2 - 1$ positif $2x^2 + 1 = 4\,(x^2 - 1)$ ➡ $2x^2 + 1 = 4x^2 - 4$

➡ $2x^2 - 4x^2 = -4 - 1$ ➡ $-2x^2 = -5$ ➡ $x^2 = \dfrac{-5}{-2} = 2,5$

➡ $x = \sqrt{2,5}$ ou $x = -\sqrt{2,5}$

$x^2 - 1 = 2,5 - 1$ positif ➡ hypothèse vraie ➡ $\sqrt{2,5}$ et $-\sqrt{2,5}$ solutions

---

➡ si $x^2 - 1$ négatif $2x^2 + 1 = 4\,(-(x^2 - 1))$ ➡ $2x^2 + 1 = -4x^2 + 4$

➡ $2x^2 + 4x^2 = 4 - 1$ ➡ $6x^2 = 3$ ➡ $x^2 = \dfrac{3}{6} = 0,5$

➡ $x = \sqrt{0,5}$ ou $x = -\sqrt{0,5}$

$x^2 - 1 = 0,5 - 1$ négatif ➡ hypothèse vraie ➡ $\sqrt{0,5}$ et $-\sqrt{0,5}$ solutions

Exercice 8 :

Résolvez les équations suivantes :

1°) $| 2x - 3 | = 7$

2°) $| 3x - 2 | = |- 4|$

3°) $2x + 2 = | - 8 |$

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

5°) $- 3x - 4 = | x - 7 |$

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

2ème méthode : pour obtenir 2/3 des points en faisant un raccourci sur les connaissances

1°) $|2x - 3| = 7$

$\Leftrightarrow$ $2x - 3 = \ldots$ ou $2x - 3 = \ldots$

1°) $|2x - 3| = 7$

$\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B}$

$\Leftrightarrow$ $2x - 3 = 7$ ou $2x - 3 = -7$

$\Leftrightarrow$ … …

$\Leftrightarrow$

Réponse : x = … ou x = …

1°) $|2x - 3| = 7$

$$\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B}$$

$\Leftrightarrow 2x - 3 = 7$ ou $2x - 3 = -7$

$\Leftrightarrow 2x = 7 + 3 = 10$ ou $2x = -7 + 3 = -4$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{10}{2} = 5$ ou $x = -\dfrac{4}{2} = -2$

Réponse : $x = 5$ ou $x = -2$

1°) $|2x - 3| = 7$

$$|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B$$

$\Leftrightarrow 2x - 3 = 7$ ou $2x - 3 = -7$

$\Leftrightarrow 2x = 7 + 3 = 10$ | $2x = -7 + 3 = -4$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{10}{2} = 5$ | $x = -\dfrac{4}{2} = -2$

Réponse : $x = 5$ ou $x = -2$

Vérification facultative :

$|2(5) - 3| = 7$

$|\ 7\ | = 7$ qui est vrai

$|2(-2) - 3| = 7$

$|-7\ | = 7$ qui est vrai

1°) $|2x - 3| = 7$

$$\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B}$$

$\Leftrightarrow 2x - 3 = 7$ ou $2x - 3 = -7$

$\Leftrightarrow 2x = 7 + 3 = 10$ | $2x = -7 + 3 = -4$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{10}{2} = 5$ | $x = -\dfrac{4}{2} = -2$

Réponse : $x = 5$ ou $x = -2$

2°) $|3x - 2| = |-4| \Leftrightarrow$ ...

1°) $|2x - 3| = 7$

$$|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B$$

$\Leftrightarrow 2x - 3 = 7$ ou $2x - 3 = -7$

$\Leftrightarrow 2x = 7 + 3 = 10$ | $2x = -7 + 3 = -4$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{10}{2} = 5$ | $x = -\dfrac{4}{2} = -2$

Réponse : $x = 5$ ou $x = -2$

2°) $|3x - 2| = |-4| \Leftrightarrow |3x - 2| = 4$

$\Leftrightarrow$ …

1°) $|2x - 3| = 7$

$\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B}$

$\Leftrightarrow 2x - 3 = 7$ ou $2x - 3 = -7$

$\Leftrightarrow 2x = 7 + 3 = 10$ ou $2x = -7 + 3 = -4$

$\Leftrightarrow x = \frac{10}{2} = 5$ ou $x = -\frac{4}{2} = -2$

Réponse : $x = 5$ ou $x = -2$

2°) $|3x - 2| = |-4| \Leftrightarrow |3x - 2| = 4$

$\Leftrightarrow 3x - 2 = \ldots$ ou $3x - 2 = \ldots$

1°) $|2x - 3| = 7$

$\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B}$

$\Leftrightarrow 2x - 3 = 7$ ou $2x - 3 = -7$

$\Leftrightarrow 2x = 7 + 3 = 10$ | $2x = -7 + 3 = -4$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{10}{2} = 5$ | $x = -\dfrac{4}{2} = -2$

Réponse : $x = 5$ ou $x = -2$

2°) $|3x - 2| = |-4| \Leftrightarrow |3x - 2| = 4$

$\Leftrightarrow 3x - 2 = 4$ ou $3x - 2 = -4$

$\Leftrightarrow x = \ldots$ ou $x = \ldots$

1°) $|2x - 3| = 7$

$|A| = B \Leftrightarrow A = B$ ou $A = -B$

$\Leftrightarrow 2x - 3 = 7$ ou $2x - 3 = -7$

$\Leftrightarrow 2x = 7 + 3 = 10$ | $2x = -7 + 3 = -4$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{10}{2} = 5$ | $x = -\dfrac{4}{2} = -2$

Réponse : $x = 5$ ou $x = -2$

2°) $|3x - 2| = |-4| \Leftrightarrow |3x - 2| = 4$

$\Leftrightarrow 3x - 2 = 4$ ou $3x - 2 = -4$

$\Leftrightarrow 3x = 6$ ou $3x = -2 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -2/3$

3°) $2x + 2 = |-8|$

$\Leftrightarrow$ ...

3°) $2x + 2 = |-8|$

$\Leftrightarrow 2x + 2 = 8 \Leftrightarrow 2x = 8 - 2 = 6 \Leftrightarrow x = \frac{6}{2} = 3$

3°) $2x + 2 = |-8|$

$\Leftrightarrow 2x + 2 = 8 \Leftrightarrow 2x = 8 - 2 = 6 \Leftrightarrow x = \dfrac{6}{2} = 3$

Remarque : on ne peut pas utiliser

$\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B}$

car il n'y a pas de x dans $A = -8$

dans cet énoncé $|A| = B \Leftrightarrow A = B$

mais pas $-A = B$

3°) $2x + 2 = |-8|$

$\Leftrightarrow 2x + 2 = 8 \Leftrightarrow 2x = 8 - 2 = 6 \Leftrightarrow x = \dfrac{6}{2} = 3$

4°) $|x^2 + 2| = 2x^2 - 2$

$\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B}$

3°) $2x + 2 = |-8|$

$\Leftrightarrow 2x + 2 = 8 \Leftrightarrow 2x = 8 - 2 = 6 \Leftrightarrow x = \frac{6}{2} = 3$

4°) $|x^2 + 2| = 2x^2 - 2$

$\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B}$

$x^2 + 2 = 2x^2 - 2$ ou $x^2 + 2 = -(2x^2 - 2)$

3°) $2x + 2 = |-8|$

$\Leftrightarrow 2x + 2 = 8 \Leftrightarrow 2x = 8 - 2 = 6 \Leftrightarrow x = \frac{6}{2} = 3$

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

$\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B}$

$x^2 + 2 = 2x^2 - 2$	ou	$x^2 + 2 = -(2x^2 - 2)$
$x^2 - 2x^2 = -2 - 2$		$x^2 + 2 = -2x^2 + 2$
$-x^2 = -4$		$x^2 + 2x^2 = 2 - 2$
$x^2 = 4$		$3x^2 = 0$
$x = 2$ ou -2		$x = 0$

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

$\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B}$

$x^2 + 2 = 2x^2 - 2$

$x^2 - 2x^2 = -2 - 2$

$-x^2 = -4$

$x^2 = 4$

$x = 2$ ou -2

ou

$x^2 + 2 = -(2x^2 - 2)$

$x^2 + 2 = -2x^2 + 2$

$x^2 + 2x^2 = 2 - 2$

$3x^2 = 0$

$x = 0$

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 – 2$

$|A| = B \Leftrightarrow A = B$ ou $A = - B$

$x^2 + 2 = 2x^2 – 2$

$x^2 – 2x^2 = - 2 – 2$

$- x^2 = - 4$

$x^2 = 4$

$x = 2$ ou $- 2$

ou

$x^2 + 2 = - (2x^2 – 2)$

$x^2 + 2 = - 2x^2 + 2$

$x^2 + 2x^2 = 2 – 2$

$3x^2 = 0$

$x = 0$

Quel est le défaut de ce raccourci ? …

4°) $|\ x^2 + 2\ | = 2x^2 - 2$

$|A| = B \Leftrightarrow A = B$ ou $A = -B$

$x^2 + 2 = 2x^2 - 2$

$x^2 - 2x^2 = -2 - 2$

$-x^2 = -4$

$x^2 = 4$

$x = 2$ ou -2

ou

$x^2 + 2 = -(2x^2 - 2)$

$x^2 + 2 = -2x^2 + 2$

$x^2 + 2x^2 = 2 - 2$

$3x^2 = 0$

$x = 0$

Quel est le défaut de ce raccourci ? L'énoncé devient

$|\ 2^2 + 2\ | = 2(2)^2 - 2$

$|(-2)^2 + 2| = 2(-2)^2 - 2$

$|\ 0^2 + 2\ | = 2(0)^2 - 2$

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

$|A| = B \Leftrightarrow A = B$ ou $A = - B$

$x^2 + 2 = 2x^2 - 2$	ou	$x^2 + 2 = - (2x^2 - 2)$
$x^2 - 2x^2 = - 2 - 2$		$x^2 + 2 = - 2x^2 + 2$
$- x^2 = - 4$		$x^2 + 2x^2 = 2 - 2$
$x^2 = 4$		$3x^2 = 0$
$x = 2$ ou $- 2$		$x = 0$

Quel est le défaut de ce raccourci ? L'énoncé devient

$\| 2^2 + 2 \| = 2(2)^2 - 2$ $\quad \|6\| = 6$	$\| 0^2 + 2 \| = 2(0)^2 - 2$ $\quad \|2\| = - 2$
$\|(-2)^2 + 2\| = 2(-2)^2 - 2$ $\quad \|6\| = 6$	
Vrai	Faux

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

$\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = - B}$

$x^2 + 2 = 2x^2 - 2$	ou	$x^2 + 2 = - (2x^2 - 2)$
$x^2 - 2x^2 = - 2 - 2$		$x^2 + 2 = - 2x^2 + 2$
$- x^2 = - 4$		$x^2 + 2x^2 = 2 - 2$
$x^2 = 4$		$3x^2 = 0$
$x = 2$ ou $- 2$		$x = 0$

Quel est le défaut de ce raccourci ? L'énoncé devient

$| 2^2 + 2 | = 2(2)^2 - 2$ $\quad |6| = 6$	$| 0^2 + 2 | = 2(0)^2 - 2$ $\quad |2| = - 2$
$|(-2)^2 + 2| = 2(-2)^2 - 2$ $\quad |6| = 6$	
Vrai	Faux

preuve que $\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = - B}$ n'est vrai que pour …

4°) $|\,x^2 + 2\,| = 2x^2 - 2$ $\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B}$

$x^2 + 2 = 2x^2 - 2$	ou	$x^2 + 2 = -(2x^2 - 2)$
$x^2 - 2x^2 = -2 - 2$		$x^2 + 2 = -2x^2 + 2$
$-x^2 = -4$		$x^2 + 2x^2 = 2 - 2$
$x^2 = 4$		$3x^2 = 0$
$x = 2$ ou -2		$x = 0$

Quel est le défaut de ce raccourci ? L'énoncé devient

$|\,2^2 + 2\,| = 2(2)^2 - 2$ $\quad |6| = 6$	$|\,0^2 + 2\,| = 2(0)^2 - 2$ $\quad |2| = -2$
$|(-2)^2 + 2| = 2(-2)^2 - 2$ $\quad |6| = 6$	
Vrai	Faux

preuve que $\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B}$ n'est vrai que pour $B \geq 0$

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$ $\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B}$

$x^2 + 2 = 2x^2 - 2$ ou $x^2 + 2 = -(2x^2 - 2)$

$x^2 - 2x^2 = -2 - 2$ | $x^2 + 2 = -2x^2 + 2$

$-x^2 = -4$ | $x^2 + 2x^2 = 2 - 2$

$x^2 = 4$ | $3x^2 = 0$

$x = 2$ ou -2 | $x = 0$

Quel est le défaut de ce raccourci ? L'énoncé devient

$| 2^2 + 2 | = 2(2)^2 - 2$ $|6| = 6$ | $| 0^2 + 2 | = 2(0)^2 - 2$ $|2| = -2$ Faux

$|(-2)^2 + 2| = 2(-2)^2 - 2$ $|6| = 6$ | $\boxed{B = |A| \geq 0 \text{ pour tout } A \geq \text{ ou } \leq \text{ à } 0}$

Vrai

preuve que $\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B}$ n'est vrai que pour $B \geq 0$

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

$|A| = B \Leftrightarrow A = B$ ou $A = -B$

$x^2 + 2 = 2x^2 - 2$

$x^2 - 2x^2 = -2 - 2$

$-x^2 = -4$

$x^2 = 4$

$x = 2$ ou -2

ou

$x^2 + 2 = -(2x^2 - 2)$

$x^2 + 2 = -2x^2 + 2$

$x^2 + 2x^2 = 2 - 2$

$3x^2 = 0$

$x = 0$

4°) $|\, x^2 + 2 \,| = 2x^2 - 2$

$|A| = B \Leftrightarrow A = B$ ou $A = -B$

$x^2 + 2 = 2x^2 - 2$ ou $x^2 + 2 = -(2x^2 - 2)$

$x^2 - 2x^2 = -2 - 2$

$-x^2 = -4$

$x^2 = 4$

$x = 2$ ou -2

$x^2 + 2 = -2x^2 + 2$

$x^2 + 2x^2 = 2 - 2$

$3x^2 = 0$

$x = 0$

$|\, A \,| = B \geq 0 \Leftrightarrow A = B$ ou $A = -B$

$2x^2 - 2 = 2(2)^2 - 2$

$= 2(-2)^2 - 2 \geq 0$

$2x^2 - 2 = 2(0)^2 - 2 \leq 0$

4°) $| x^2 + 2 | = 2x^2 - 2$

$|A| = B \Leftrightarrow A = B$ ou $A = -B$

$x^2 + 2 = 2x^2 - 2$

$x^2 - 2x^2 = -2 - 2$

$-x^2 = -4$

$x^2 = 4$

$x = 2$ ou -2

ou

$x^2 + 2 = -(2x^2 - 2)$

$x^2 + 2 = -2x^2 + 2$

$x^2 + 2x^2 = 2 - 2$

$3x^2 = 0$

$x = 0$

$| A | = B \geq 0 \Leftrightarrow A = B$ ou $A = -B$

$2x^2 - 2 = 2(2)^2 - 2$

$= 2(-2)^2 - 2 \geq 0$

$\Rightarrow$ 2 et - 2 sont solutions

$2x^2 - 2 = 2(0)^2 - 2 \leq 0$

$\Rightarrow$ 0 n'est pas solution

$S = \{ 2 ; -2 \}$

5°) $-3x - 4 = |x - 7|$

5°) $-3x - 4 = |x - 7|$ $\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B}$

$-3x - 4 = x - 7$ ou $-3x - 4 = -(x - 7)$

5°) $-3x - 4 = |x - 7|$

$$\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B}$$

$-3x - 4 = x - 7$

$-3x - x = -7 + 4$

$-4x = -3$

$x = \dfrac{-3}{-4} = 0{,}75$

ou

$-3x - 4 = -(x - 7)$

$-3x - 4 = -x + 7$

$-3x + x = 7 + 4$

$-2x = 11$

$x = \dfrac{11}{-2} = -5{,}5$

5°) $-3x-4=|x-7|$

$|A|=B \Leftrightarrow A=B$ ou $A=-B$

$-3x-4=x-7$

$-3x-x=-7+4$

$-4x=-3$

$x=\dfrac{-3}{-4}=0{,}75$

ou

$-3x-4=-(x-7)$

$-3x-4=-x+7$

$-3x+x=7+4$

$-2x=11$

$x=\dfrac{11}{-2}=-5{,}5$

$|A|=B\geq 0 \Leftrightarrow A=B$ ou $A=-B$

$-3x-4=-3(0{,}75)-4\leq 0$

$-3x-4=-3(-5{,}5)-4\geq 0$

5°) $-3x - 4 = | x - 7 |$ $\boxed{|A| = B \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B}$

$-3x - 4 = x - 7$

$-3x - x = -7 + 4$

$-4x = -3$

$x = \dfrac{-3}{-4} = 0{,}75$

ou

$-3x - 4 = -(x - 7)$

$-3x - 4 = -x + 7$

$-3x + x = 7 + 4$

$-2x = 11$

$x = \dfrac{11}{-2} = -5{,}5$

$\boxed{|A| = B \geq 0 \Leftrightarrow A = B \text{ ou } A = -B}$

$-3x - 4 = -3(0{,}75) - 4 \leq 0$

⇒ 0,75 n'est pas solution

$-3x - 4 = -3(-5{,}5) - 4 \geq 0$

⇒ -5,5 est solution

$S = \{ -5{,}5 \}$

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

$$\boxed{|A| = |B| \Leftrightarrow A = B \quad \text{ou} \quad A = - B}$$

est … vrai

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

$\boxed{|A| = |B| \Leftrightarrow A = B \quad \text{ou} \quad A = -B}$

est toujours vrai pour tous les A et B ...

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

$$\boxed{|A| = |B| \Leftrightarrow A = B \quad \text{ou} \quad A = -B}$$

est toujours vrai pour tous les A et B ≥ ou ≤ à 0

$5x - 2 = x - 10$ ou $5x - 2 = -(x - 10)$

6°) $| 5x - 2 | = | x - 10 |$

$\boxed{|A| = |B| \Leftrightarrow A = B \quad \text{ou} \quad A = - B}$

est toujours vrai pour tous les A et B ≥ ou ≤ à 0

$5x - 2 = x - 10$	ou	$5x - 2 = - (x - 10)$
$5x - x = - 10 + 2$		$5x - 2 = - x + 10$
$4x = - 8$		$5x + x = 10 + 2$
$x = \dfrac{-8}{4} = -2$		$x = \dfrac{12}{6} = 2$

$S = \{ -2 \,;\, 2 \}$