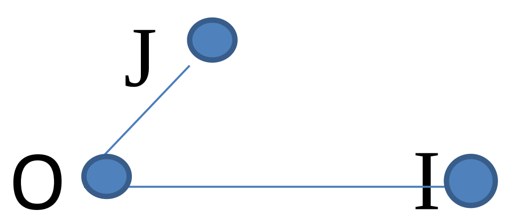
Chapitre 5

Vecteurs et
Repérage dans le plan

III Les repères du plan

1°) Définition :

Un repère du plan est défini par 3 points O, I et J non alignés.



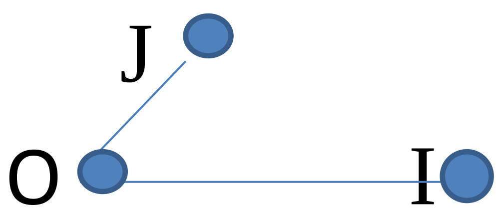
Repère (O ; I ; J)

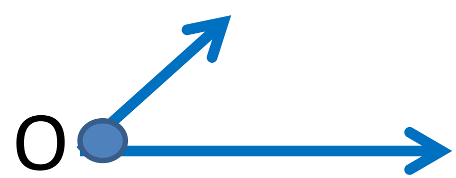
Vecteurs et
Repérage dans le plan

III Les repères du plan

1°) Définition :

Un repère du plan est défini par 3 points O, I et J non alignés.

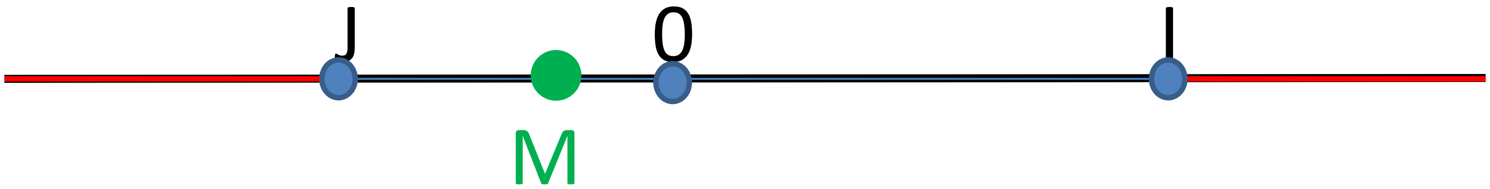




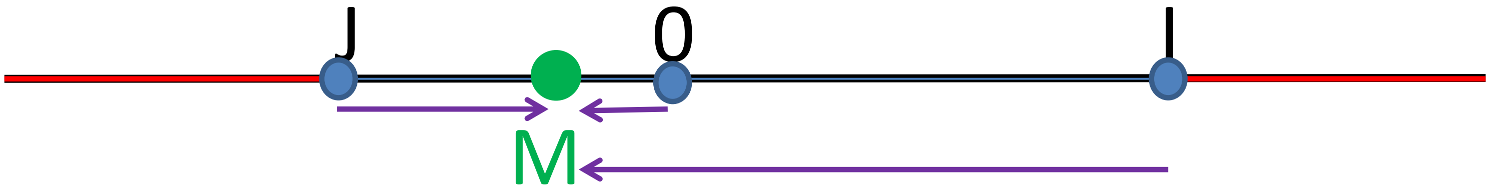
Repère (O ; I ; J) ou (O ; $\overrightarrow{OI}$; $\overrightarrow{OJ}$)

Dénomination usuelle : (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$)

Si les trois points sont alignés, on ne peut repérer que les points de ...

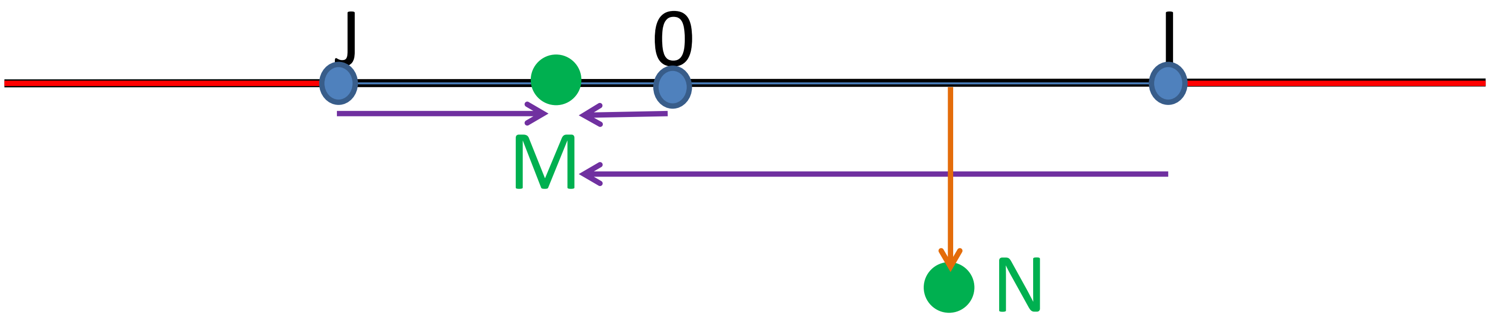


Si les trois points sont alignés, on ne peut repérer que les points de la droite.



M sur la droite peut être repéré (par ses distances à O, J ou I, donc il y a 1 point qui n’est pas nécessaire).

Si les trois points sont alignés, on ne peut repérer que les points de la droite.



M sur la droite peut être repéré (par ses distances à O, J ou I, donc il y a 1 point qui n'est pas nécessaire).

N dans le plan ne peut pas être repéré (par ses distances à O, J ou I) : il manque un information (la distance de N par rapport à la droite, donc il faut rajouter aux 2 points nécessaires un 3ème point extérieur à la droite, donc le point non nécessaire sur la droite devient le 3ème point non aligné avec les 2 autres).

O est appelé le point origine du repère.

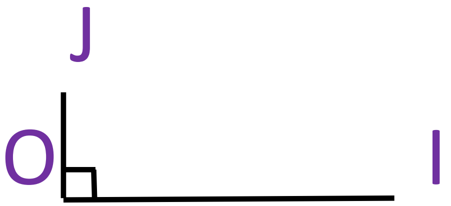
O est appelé le point origine du repère.

On écrit le repère sous la forme $(O ; I , J)$ ou $(O ; \overrightarrow{OI} , \overrightarrow{OJ})$.

O est appelé le point origine du repère.

On écrit le repère sous la forme (O ; I , J) ou (O ; $\overrightarrow{OI}$, $\overrightarrow{OJ}$).

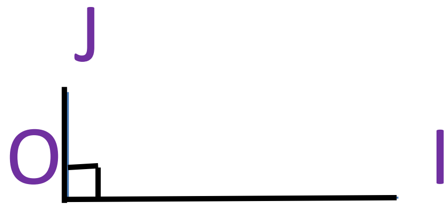
Le repère est dit orthogonal lorsque le triangle OIJ est rectangle en O.



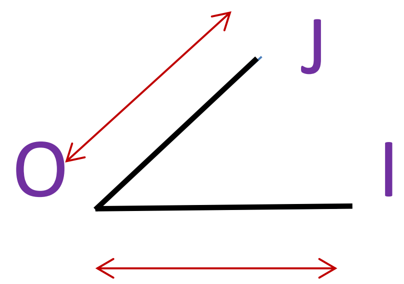
O est appelé le point origine du repère.

On écrit le repère sous la forme (O ; I , J) ou (O ; $\overrightarrow{OI}$, $\overrightarrow{OJ}$).

Le repère est dit orthogonal lorsque le triangle OIJ est rectangle en O.



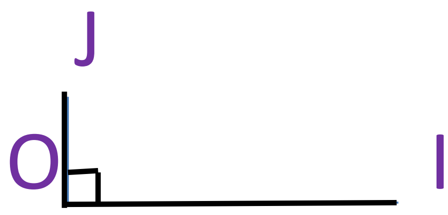
Le repère est dit normé lorsque le triangle OIJ est isocèle en O et lorsque OI = OJ = 1.



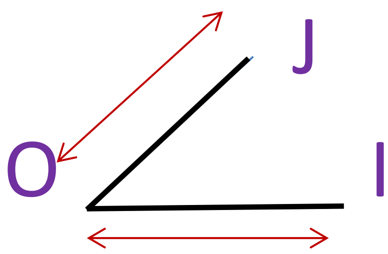
O est appelé le point origine du repère.

On écrit le repère sous la forme (O ; I , J) ou (O ; $\overrightarrow{OI}$, $\overrightarrow{OJ}$).

Le repère est dit orthogonal lorsque le triangle OIJ est rectangle en O.



Le repère est dit normé lorsque le triangle OIJ est isocèle en O et lorsque OI = OJ = 1.

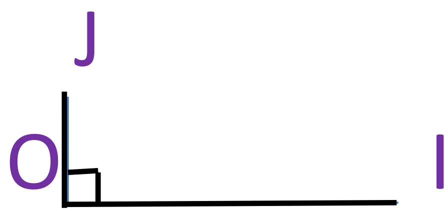


Le repère le plus utilisé est …

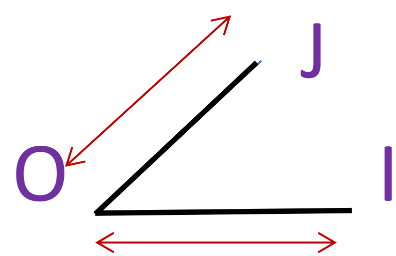
O est appelé le point origine du repère.

On écrit le repère sous la forme (O ; I , J) ou (O ; $\vec{OI}$, $\vec{OJ}$).

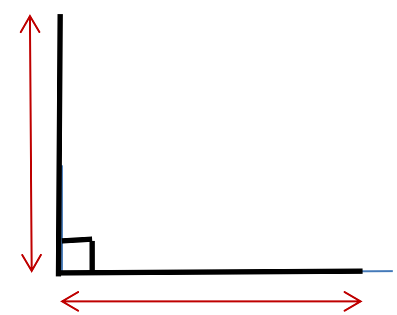
Le repère est dit orthogonal lorsque le triangle OIJ est rectangle en O.



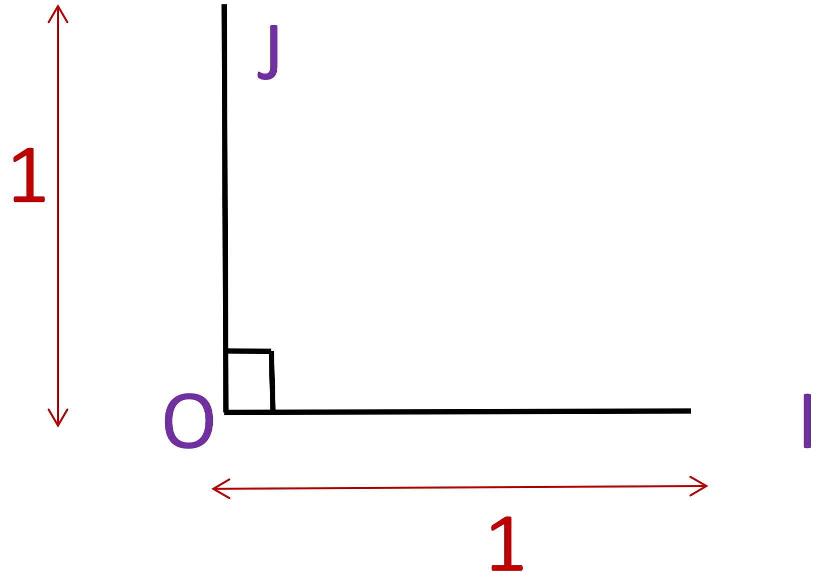
Le repère est dit normé lorsque le triangle OIJ est isocèle en O et lorsque OI = OJ = 1.



Le repère le plus utilisé est orthonormé



Un repère est dit orthonormé lorsqu'il est orthogonal et normé.



Remarque : 1 unité peut être dessinée selon l'échelle par 1 cm, ou 5 cm, ou 1 km etc…

Le repère peut se nommer (O ; I , J) ou (O ; $\overrightarrow{OI}$, $\overrightarrow{OJ}$).

Pour qu'il soit un repère du plan, il faut que les points …

Le repère peut se nommer $(O ; I , J)$ ou $(O ; \overrightarrow{OI} , \overrightarrow{OJ})$.

Pour qu’il soit un repère du plan, il faut que les points ne soient pas alignés,

Le repère peut se nommer (O ; I , J) ou (O ; $\overrightarrow{OI}$, $\overrightarrow{OJ}$).

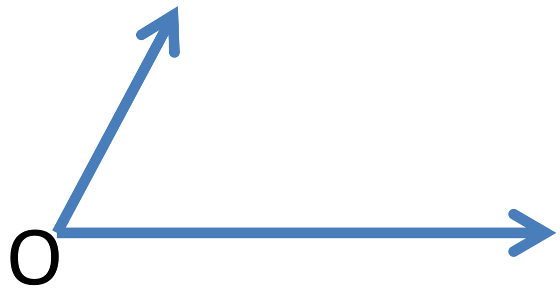
Pour qu'il soit un repère du plan, il faut que les points ne soient pas alignés,

donc que les vecteurs …

Le repère peut se nommer (O ; I , J) ou (O ; $\overrightarrow{OI}$, $\overrightarrow{OJ}$).

Pour qu'il soit un repère du plan, il faut que les points ne soient pas alignés,

donc que les vecteurs n'aient pas la même direction.



Le repère peut se nommer (O ; I , J) ou (O ; $\overrightarrow{OI}$, $\overrightarrow{OJ}$).

Pour qu'il soit un repère du plan, il faut que les points ne soient pas alignés,

donc que les vecteurs n'aient pas la même direction.

Conclusion : un repère (O ; I , J) ou (O ; $\overrightarrow{OI}$, $\overrightarrow{OJ}$)…

Le repère peut se nommer (O ; I , J) ou (O ; $\overrightarrow{OI}$, $\overrightarrow{OJ}$).

Pour qu'il soit un repère du plan, il faut que les points ne soient pas alignés,

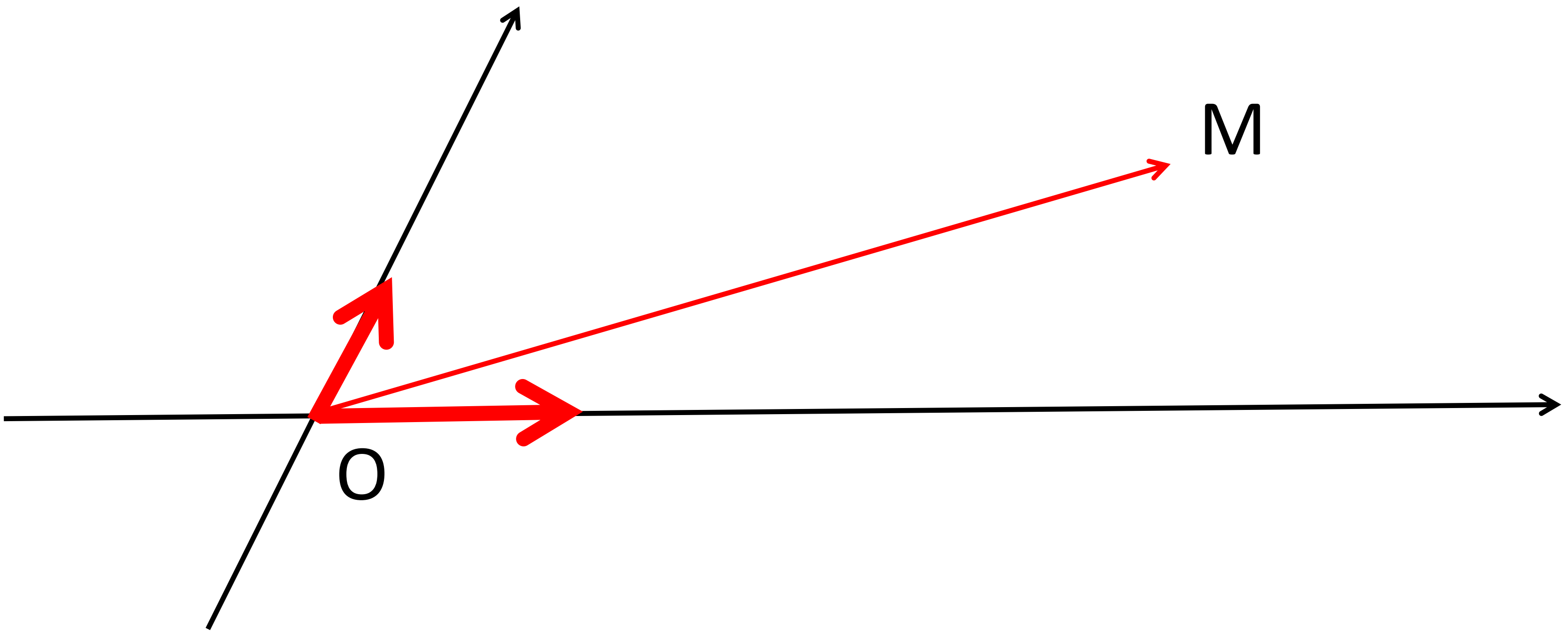
donc que les vecteurs n'aient pas la même direction.

Conclusion : un repère (O ; I , J) ou (O ; $\overrightarrow{OI}$, $\overrightarrow{OJ}$) n'est pas automatiquement un repère du plan

(il peut être un repère de la droite (OI))!

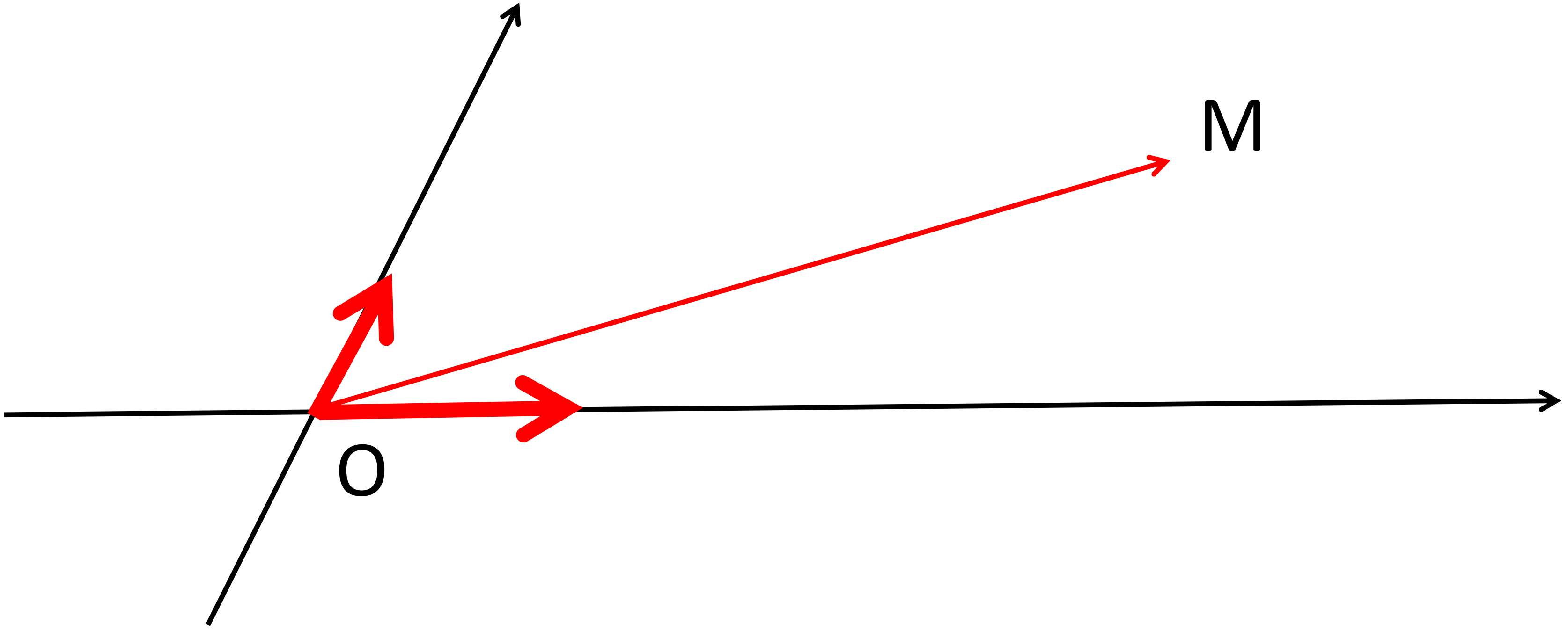
IV Coordonnées de points

M a pour coordonnées (x ; y) dans le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ …



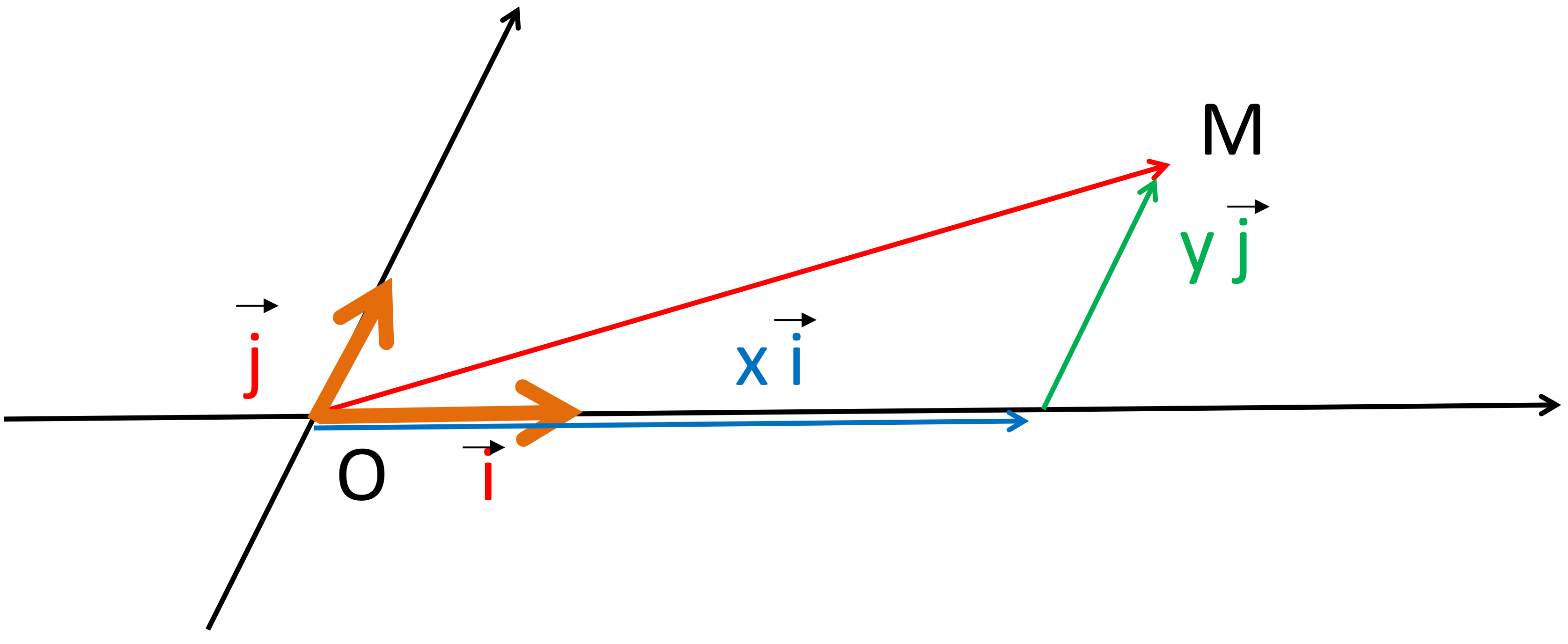
IV Coordonnées de points

M a pour coordonnées (x ; y) dans le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Longleftrightarrow$ $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$



IV Coordonnées de points

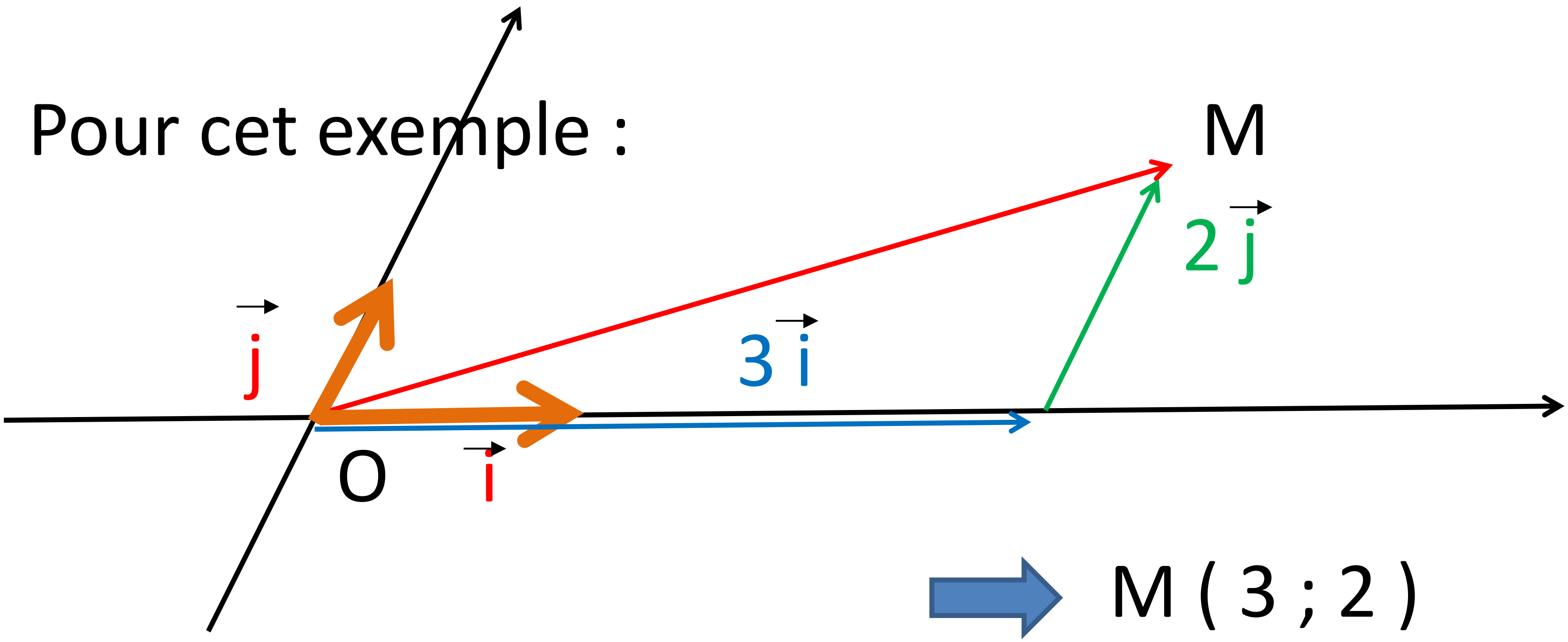
M a pour coordonnées (x ; y) dans le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Longleftrightarrow$ $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$



IV Coordonnées de points

M a pour coordonnées (x ; y) dans le repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j}) \iff \overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

Pour cet exemple :

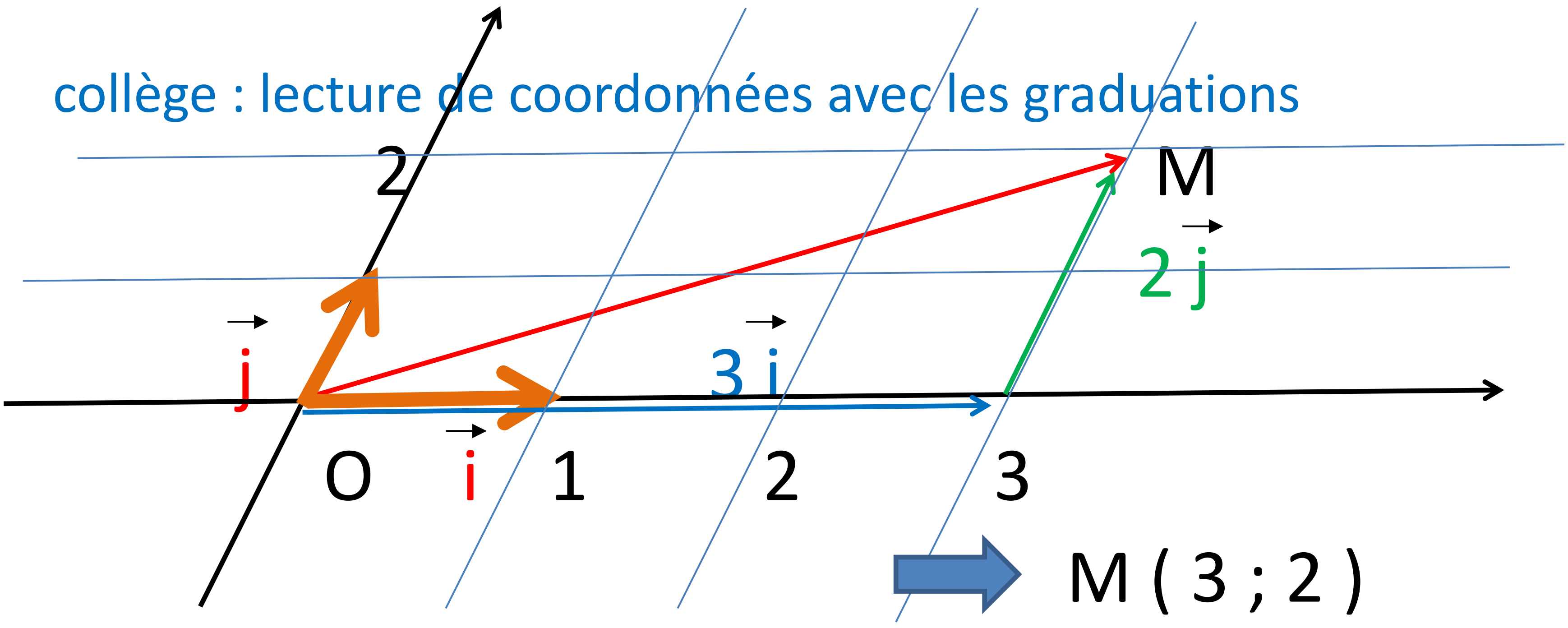


M (3 ; 2)

IV Coordonnées de points

M a pour coordonnées (x ; y) dans le repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j}) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

collège : lecture de coordonnées avec les graduations

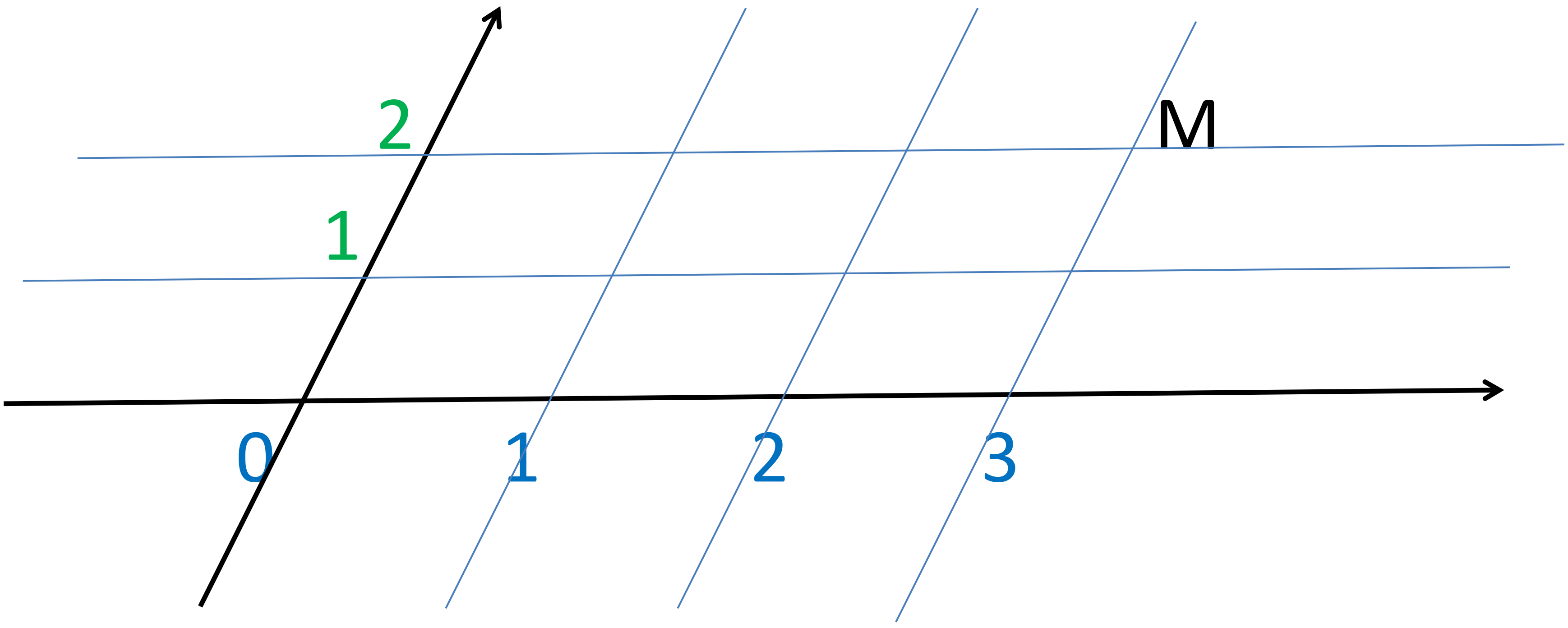


M (3 ; 2)

IV Coordonnées de points

M a pour coordonnées (x ; y) dans le repère

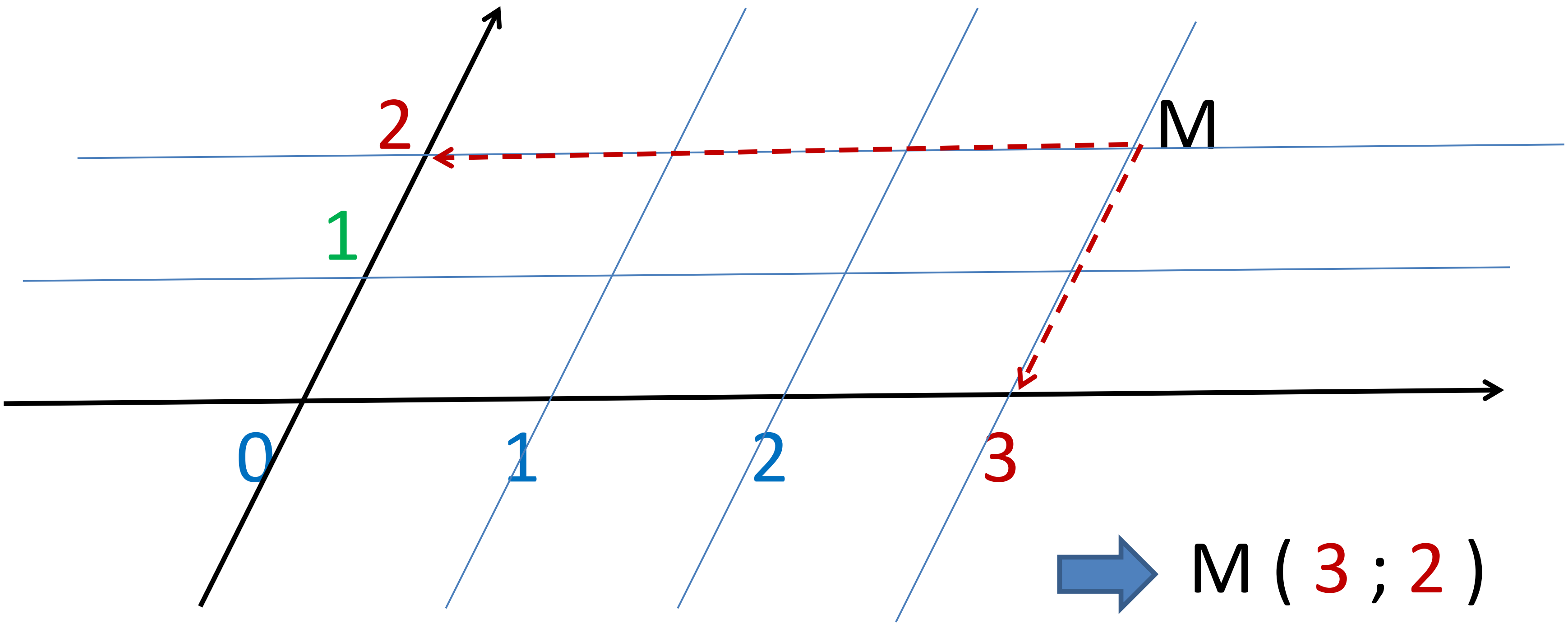
Au collège : lecture des coordonnées



IV Coordonnées de points

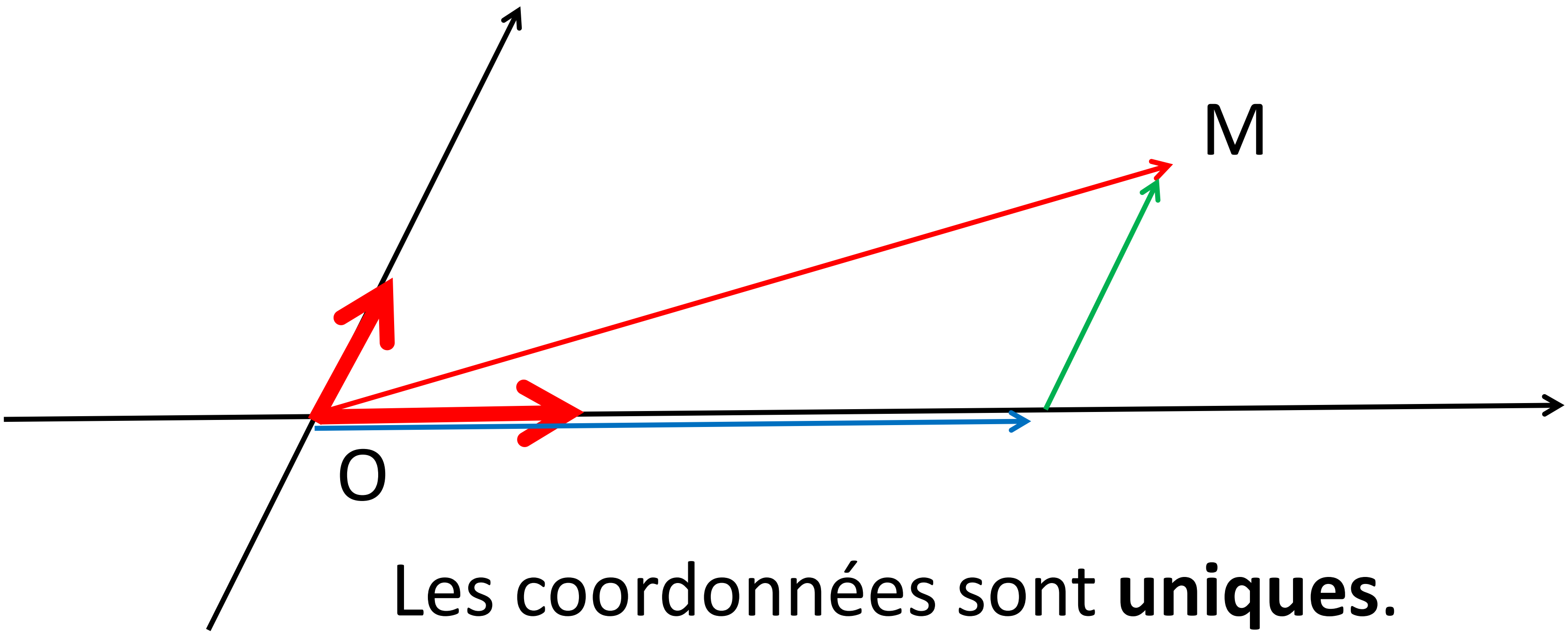
M a pour coordonnées (x ; y) dans le repère

Au collège : lecture des coordonnées



IV Coordonnées de points

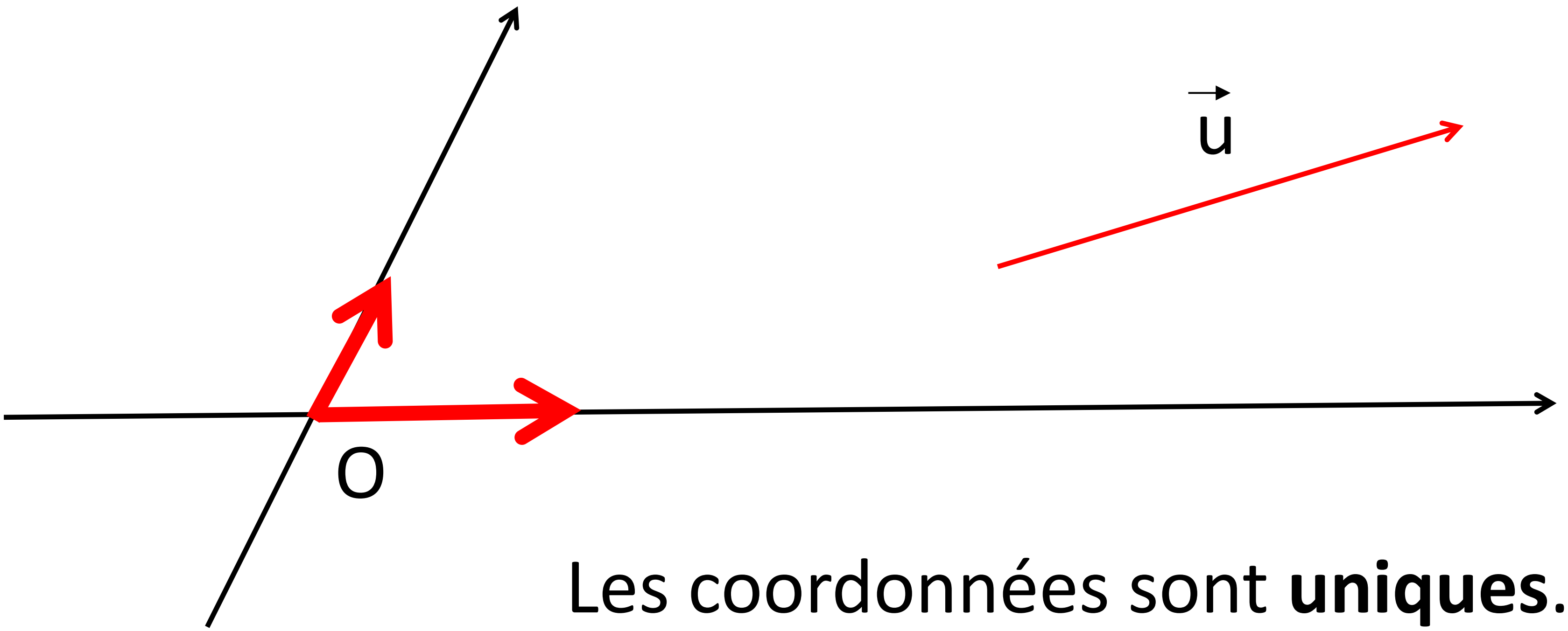
M a pour coordonnées (x ; y) dans le repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$



Les coordonnées sont **uniques**.

V Coordonnées de vecteurs

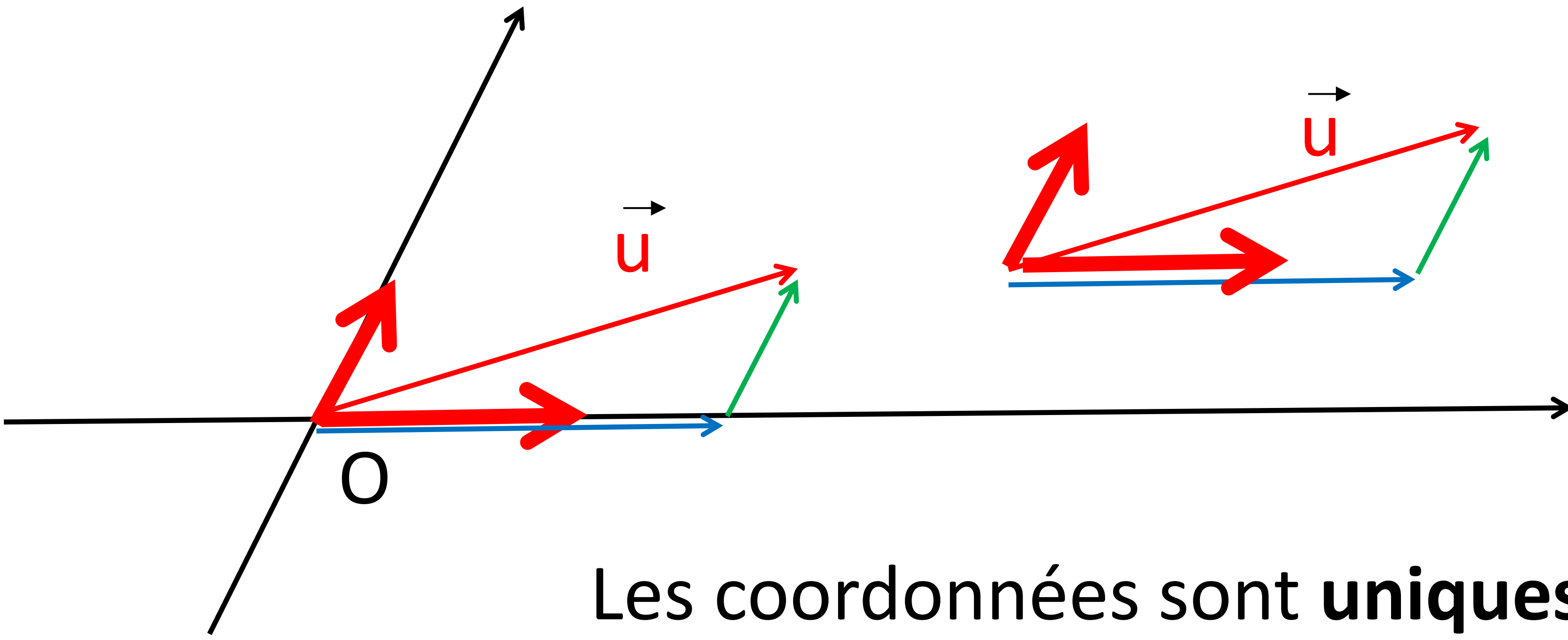
$\vec{u}$ a pour coordonnées (x ; y) dans le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$



Les coordonnées sont **uniques**.

V Coordonnées de vecteurs

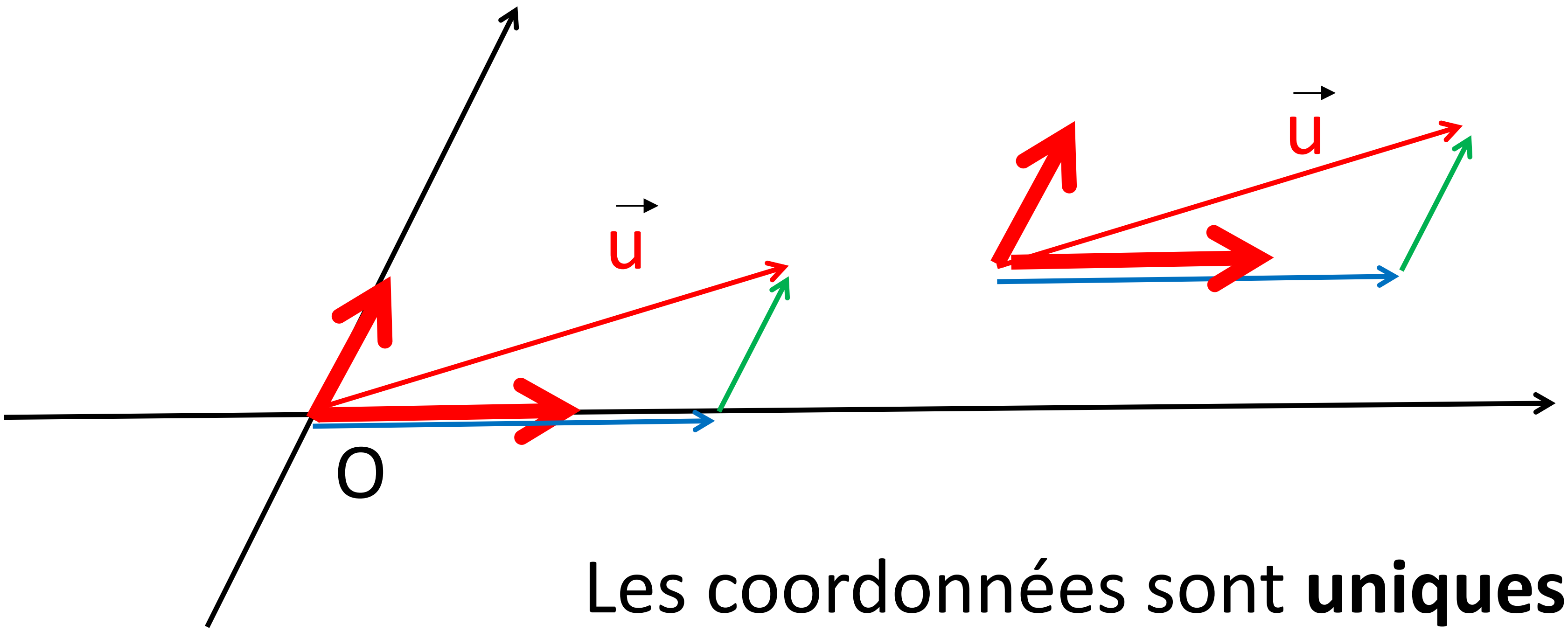
$\vec{u}$ a pour coordonnées (x ; y) dans le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$



Les coordonnées sont **uniques**.

V Coordonnées de vecteurs

$\vec{u}$ a pour coordonnées (x ; y) dans le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Longleftrightarrow$ $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

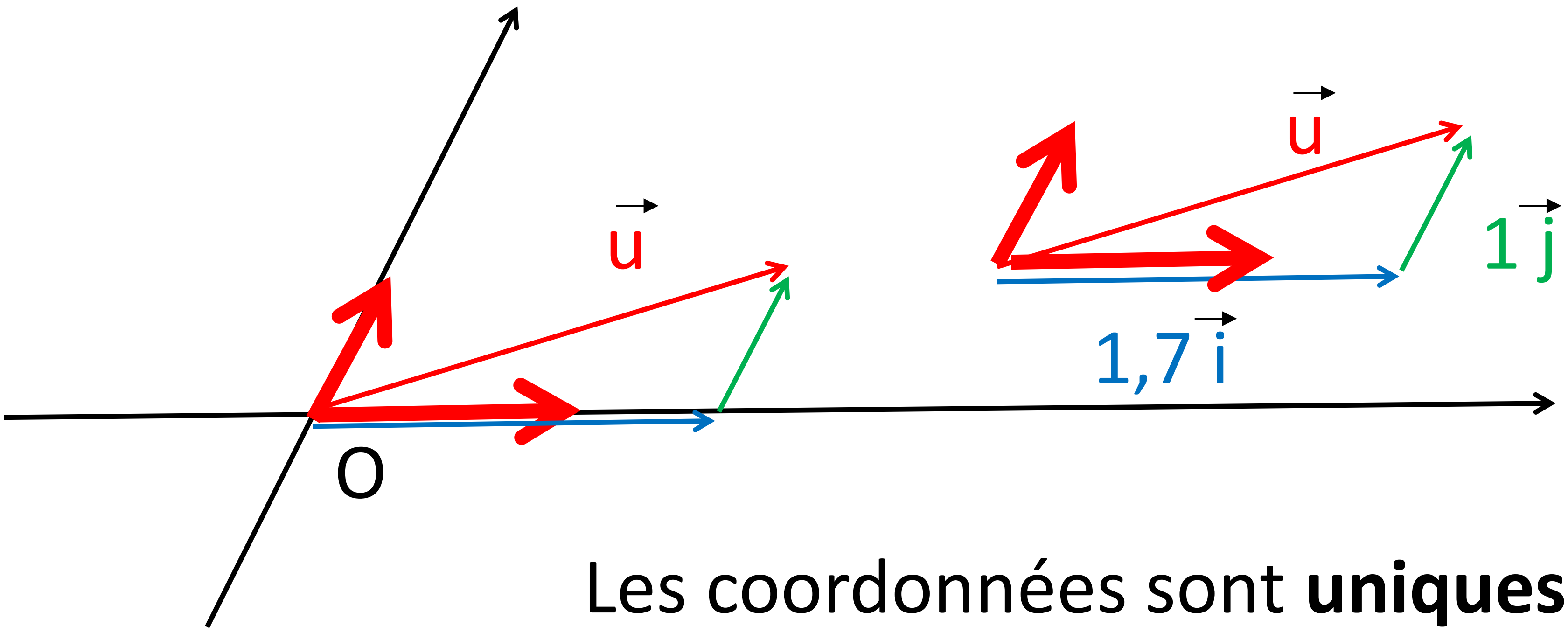


Les coordonnées sont **uniques**.

Pour cet exemple : $\vec{u}$ (… ; …)

V Coordonnées de vecteurs

$\vec{u}$ a pour coordonnées (x ; y) dans le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$



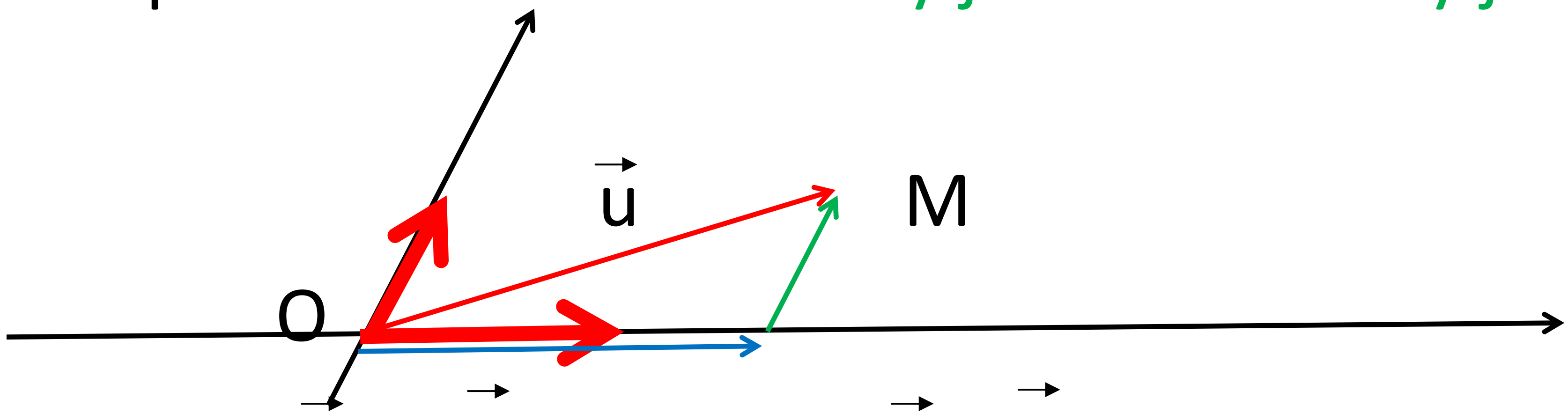
Les coordonnées sont **uniques**.

Pour cet exemple : $\vec{u}$ (1,7 ; 1)

Remarques :

$\vec{u}$ et M ont mêmes coordonnées (x ; y)

lorsque $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$ car $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$ et $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$



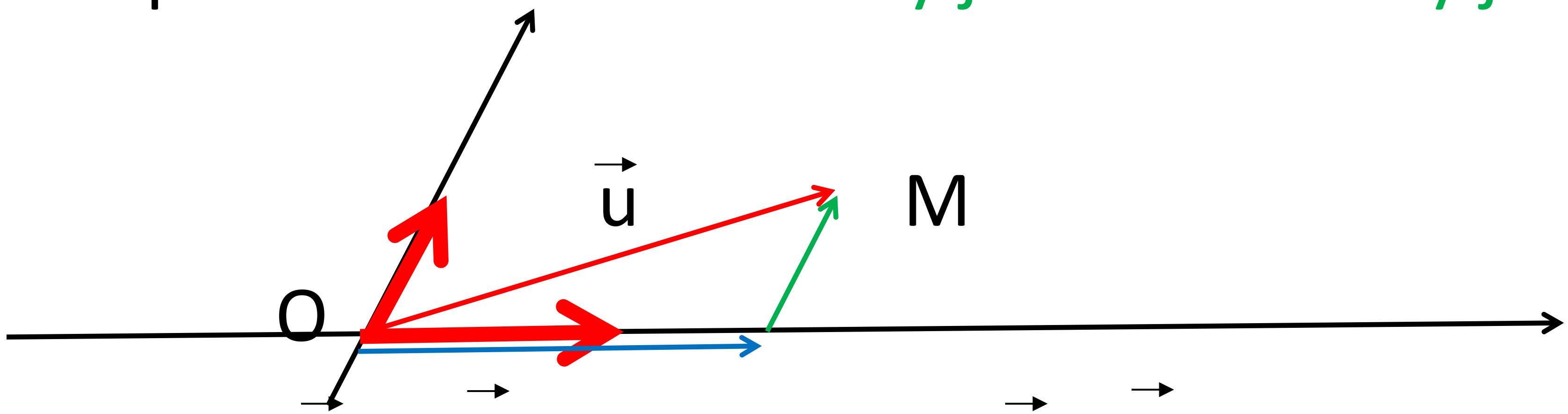
Par ex. ici $x\,\vec{i} \approx 1{,}5\,\vec{i}$ donc $x \approx 1{,}5$ et $y\,\vec{j} \approx 1\,\vec{j}$ donc $y \approx 1$

$\vec{u}(\,1{,}5\,;\,1\,)$ et M(1,5 ; 1)

Remarques :

$\vec{u}$ et M ont mêmes coordonnées (x ; y)

lorsque $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$ car $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$ et $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$



Par ex. ici $x\,\vec{i} \approx 1{,}5\,\vec{i}$ donc $x \approx 1{,}5$ et $y\,\vec{j} \approx 1\,\vec{j}$ donc $y \approx 1$

$\vec{u}(1{,}5 ; 1)$ et M(1,5 ; 1)

$\vec{u}$ et M ont mêmes coordonnées mais $\vec{u} \neq$ M car **vecteur ≠ point** !

Application :

Soient le carré ABCD de côté 2, E le milieu de [BC], F le milieu de [AC], et le parallélogramme FEKB. Déterminez les coordonnées de B dans le repère (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$).

Application :

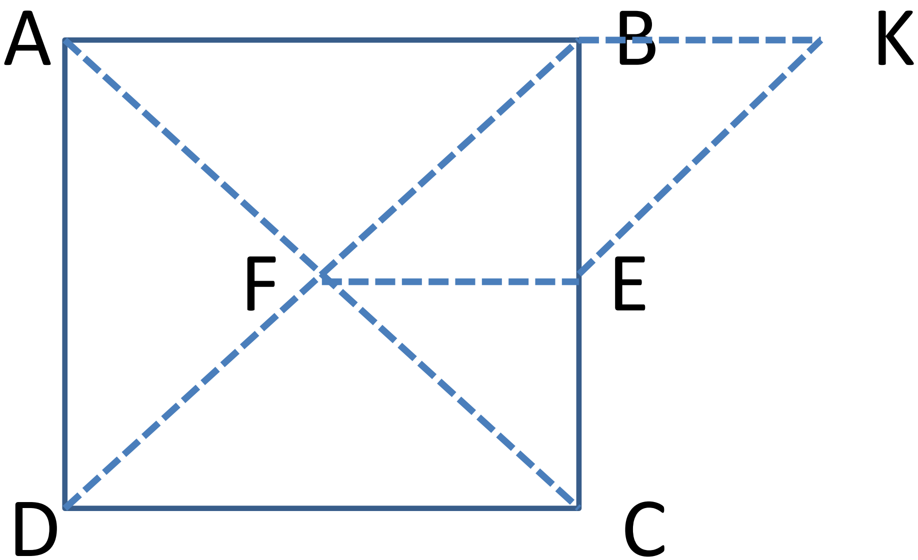
Soient le carré ABCD de côté 2, E le milieu de [BC], F le milieu de [AC], et le parallélogramme FEKB. Déterminez les coordonnées de B dans le repère (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$).

A B

C

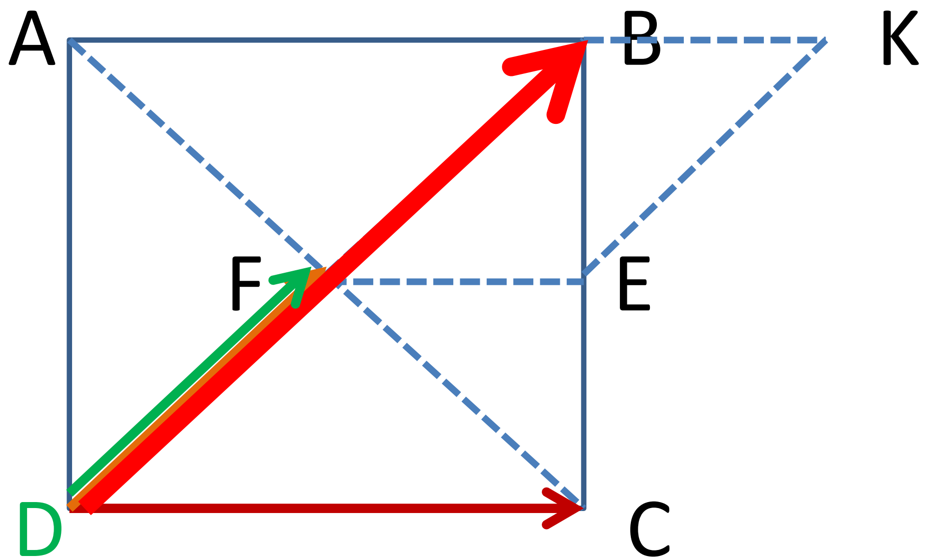
Application :

Soient le carré ABCD de côté 2, E le milieu de [BC], F le milieu de [AC], et le parallélogramme FEKB. Déterminez les coordonnées de B dans le repère (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$).



Application :

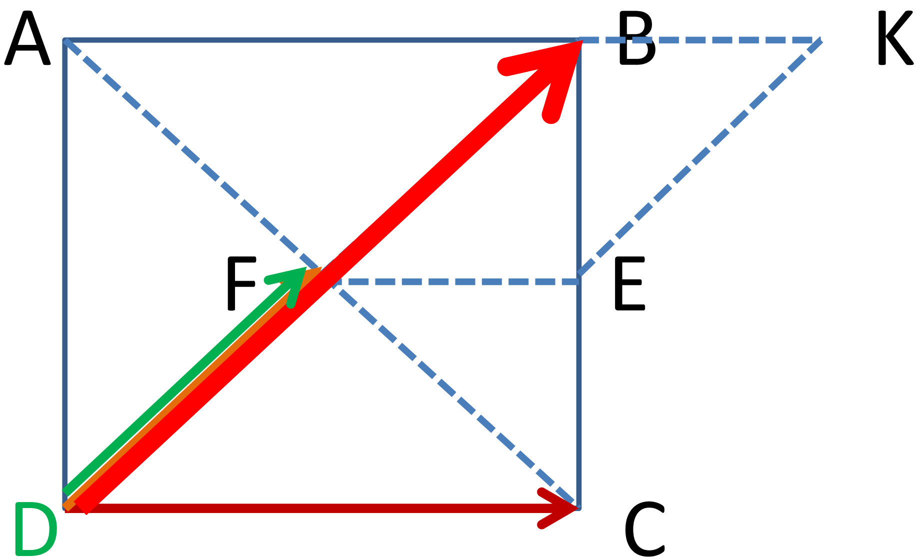
$B(x\,;y)$ dans $(D\,;\overrightarrow{DC}\,;\overrightarrow{DF}) \Longleftrightarrow \overrightarrow{DB} = x\,\overrightarrow{DC} + y\,\overrightarrow{DF}$



Application :

B(x ; y) dans (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$) ⟺ $\overrightarrow{DB} = x\,\overrightarrow{DC} + y\,\overrightarrow{DF}$

$= 0\,\overrightarrow{DC} + 2\,\overrightarrow{DF}$

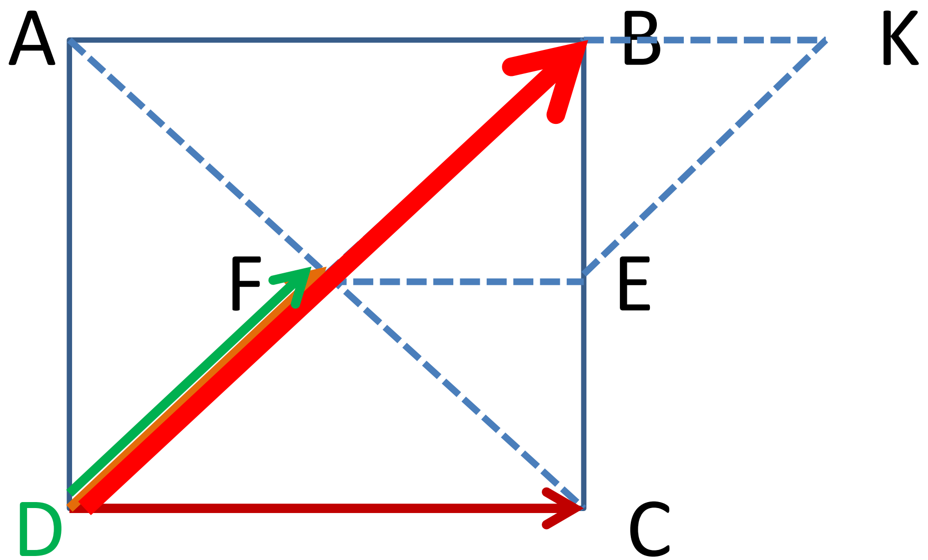


Application :

B(x ; y) dans (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$) ⟺ $\overrightarrow{DB} = x\,\overrightarrow{DC} + y\,\overrightarrow{DF}$

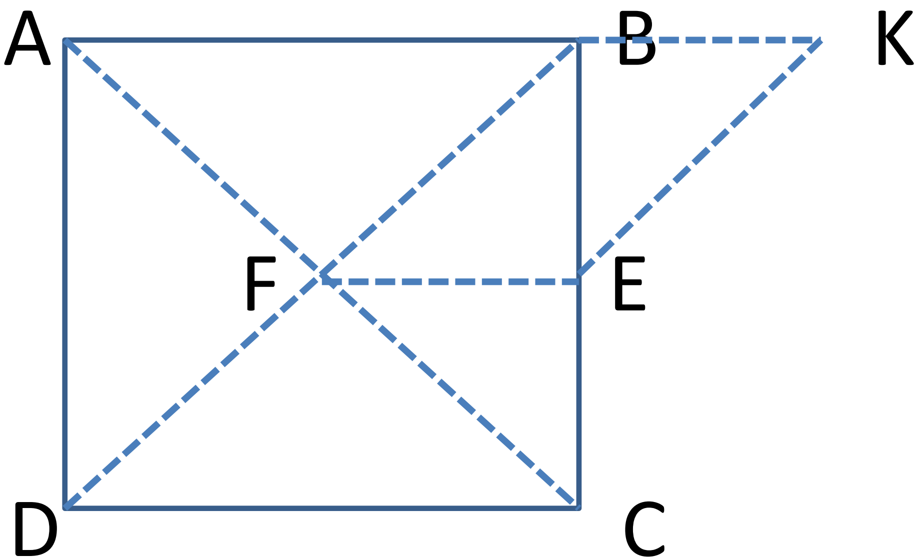
$= 0\,\overrightarrow{DC} + 2\,\overrightarrow{DF}$

⟹ B (0 ; 2)



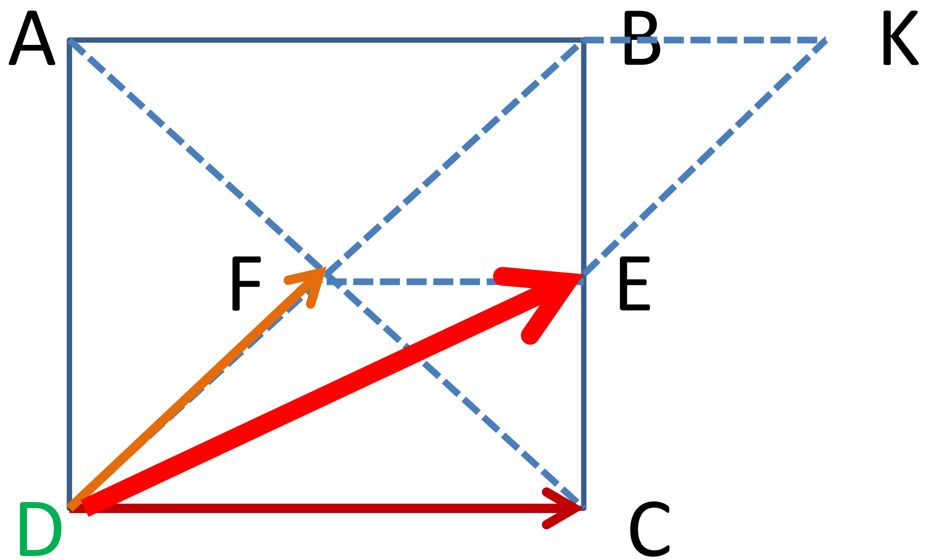
Application 2 :

Soient le carré ABCD de côté 2, E le milieu de [BC], F le milieu de [AC], et le parallélogramme FEKB. Déterminez les coordonnées de E dans le repère (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$).



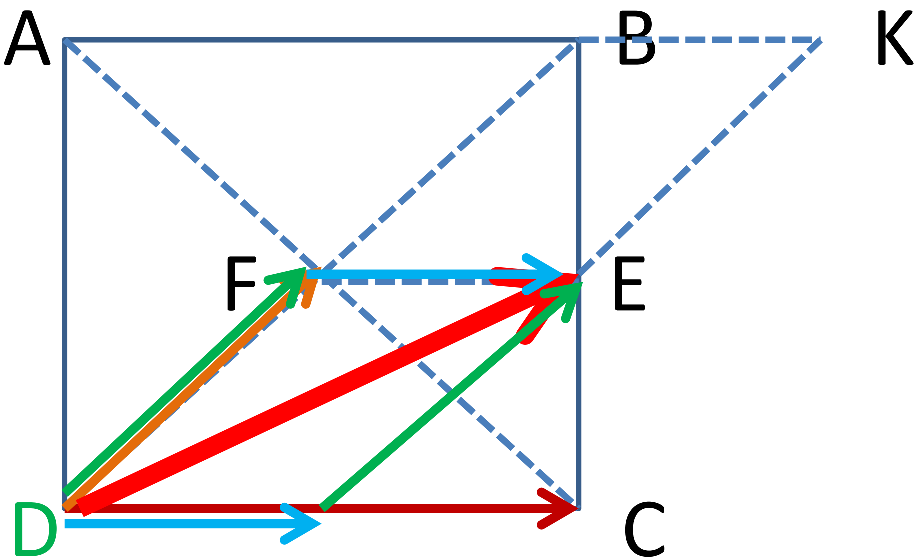
Application 2 :

$E(x\,;y)$ dans $(D\,;\overrightarrow{DC}\,;\overrightarrow{DF}) \Longleftrightarrow \overrightarrow{DE} = x\,\overrightarrow{DC} + y\,\overrightarrow{DF}$



Application 2 :

$$E(\,x\,;\,y\,) \text{ dans } (\,D\,;\,\overrightarrow{DC}\,;\,\overrightarrow{DF}\,) \Longleftrightarrow \overrightarrow{DE} = x\,\overrightarrow{DC} + y\,\overrightarrow{DF}$$

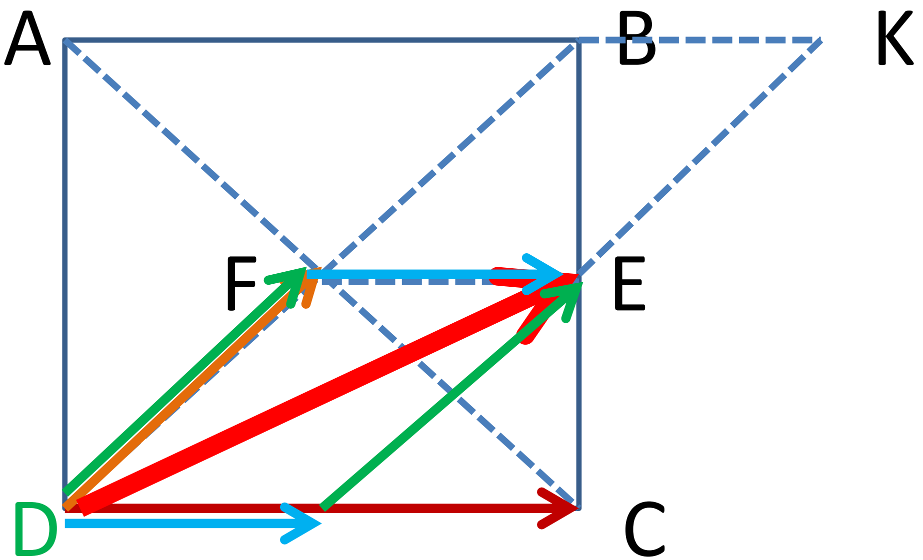


Application 2 :

$E(x\,;y)$ dans $(D\,;\overrightarrow{DC}\,;\overrightarrow{DF}) \Longleftrightarrow \overrightarrow{DE} = x\,\overrightarrow{DC} + y\,\overrightarrow{DF}$

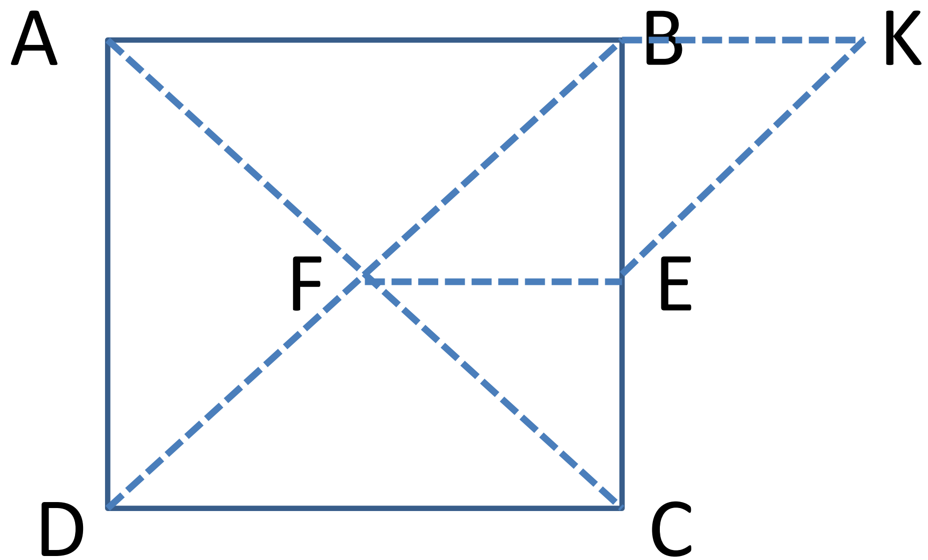
$= 0{,}5\,\overrightarrow{DC} + 1\,\overrightarrow{DF}$

$\Rightarrow E(0{,}5\,;1)$



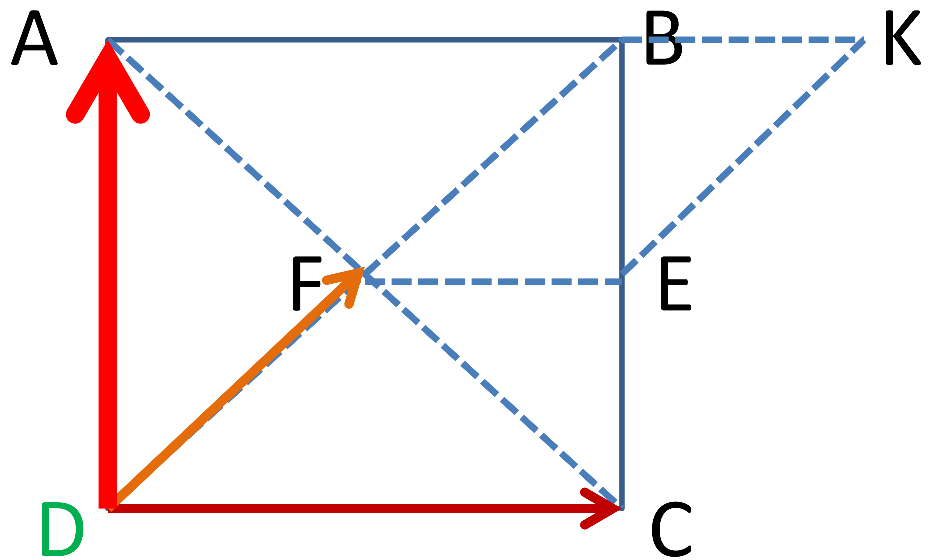
Application 3 :

Soient le carré ABCD de côté 2, E le milieu de [BC], F le milieu de [AC], et le parallélogramme FEKB. Déterminez les coordonnées de A dans le repère (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$).



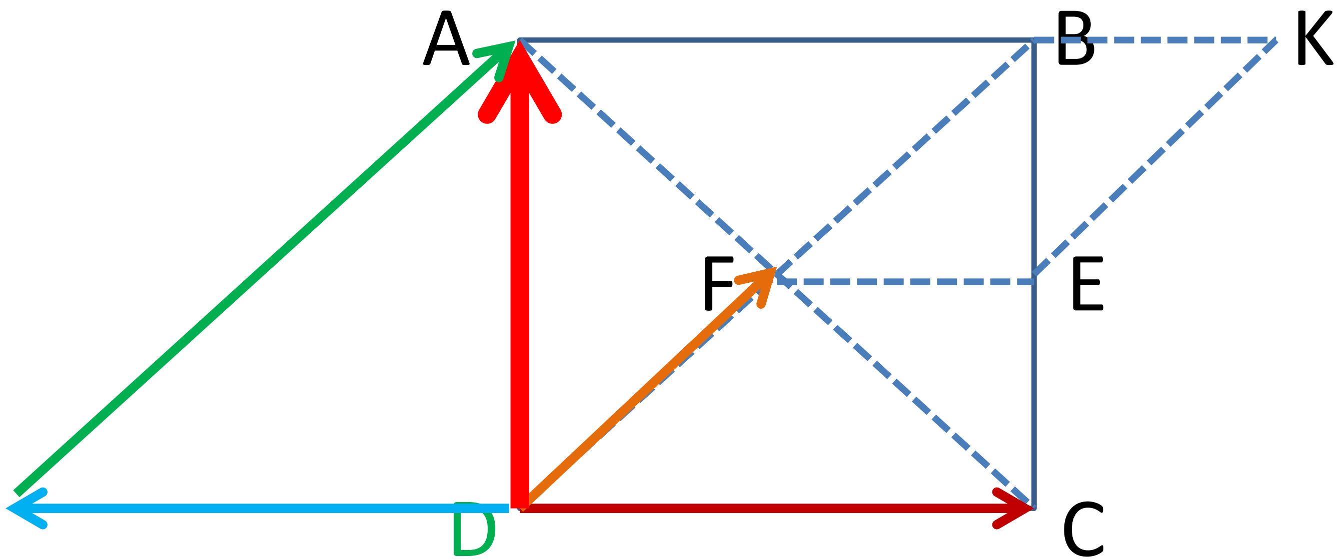
Application 3 :

$A(x ; y)$ dans $(D ; \overrightarrow{DC} ; \overrightarrow{DF}) \Leftrightarrow \overrightarrow{DA} = x\,\overrightarrow{DC} + y\,\overrightarrow{DF}$



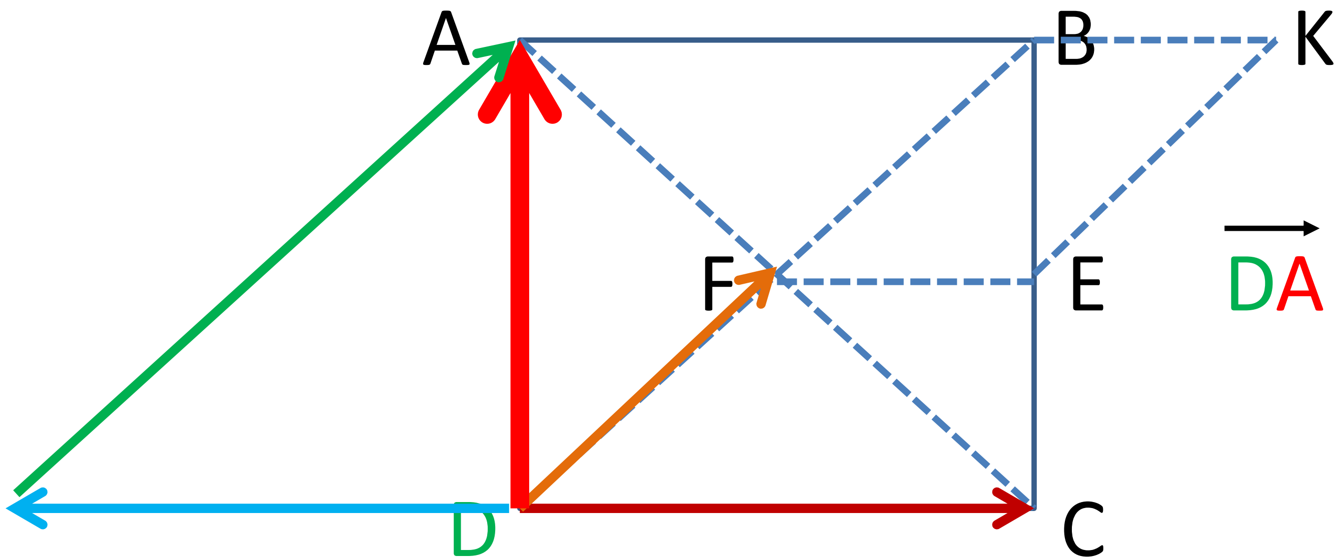
Application 3 :

$A(x\,;y)$ dans $(D\,;\overrightarrow{DC}\,;\overrightarrow{DF}) \Leftrightarrow \overrightarrow{DA} = x\,\overrightarrow{DC} + y\,\overrightarrow{DF}$



Application 3 :

A(x ; y) dans (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{DA} = x\,\overrightarrow{DC} + y\,\overrightarrow{DF}$

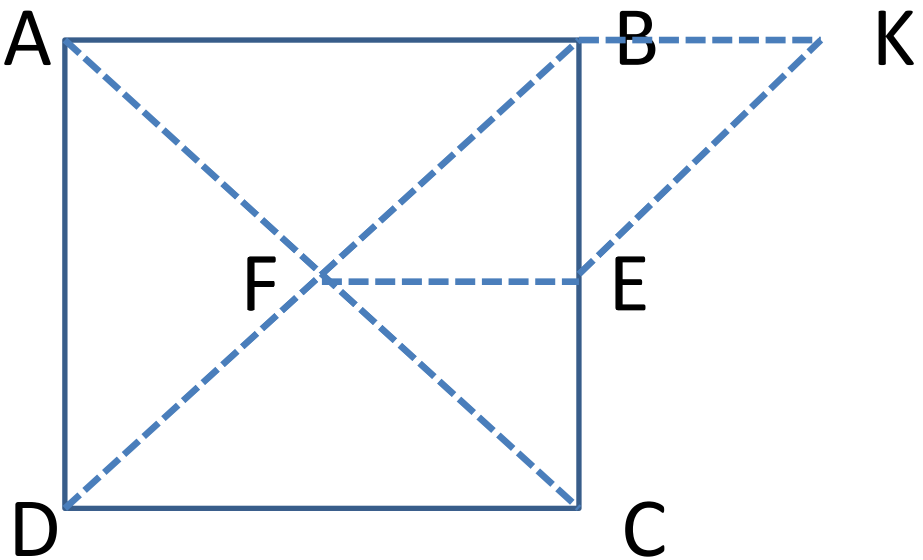


$\overrightarrow{DA} = -1\,\overrightarrow{DC} + 2\,\overrightarrow{DF}$

$\Rightarrow$ A (- 1 ; 2)

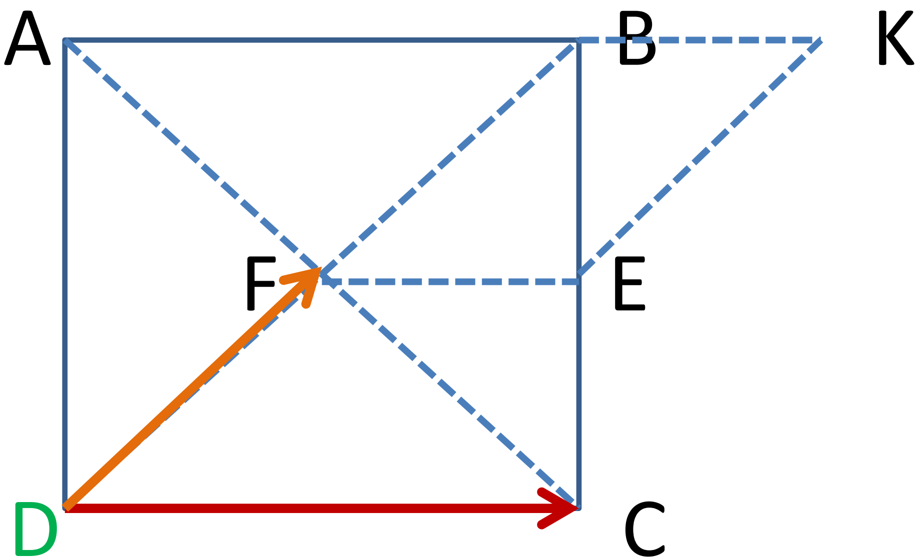
Application 4 :

Soient le carré ABCD de côté 2, E le milieu de [BC], F le milieu de [AC], et le parallélogramme FEKB. Déterminez les coordonnées de K dans le repère (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$).



Application 4 :

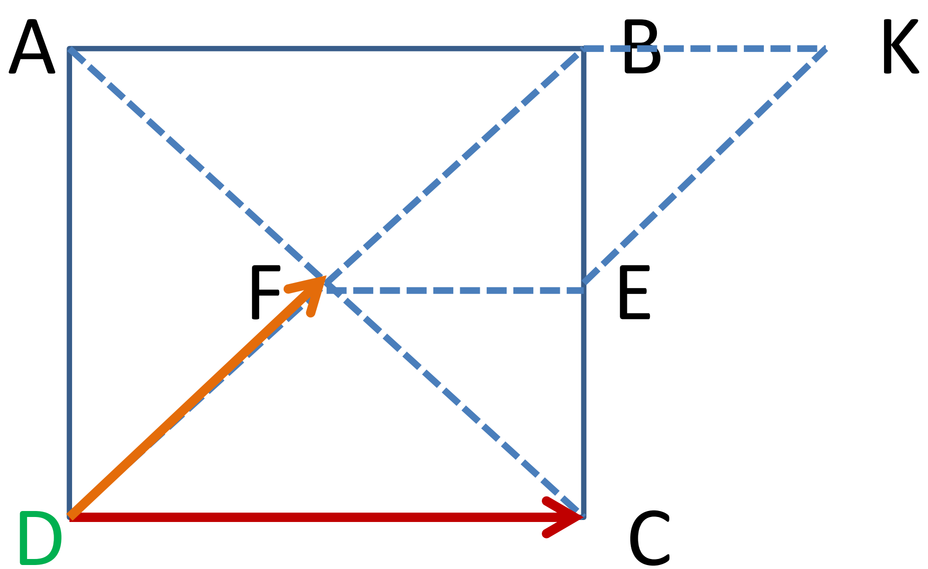
Soient le carré ABCD de côté 2, E le milieu de [BC], F le milieu de [AC], et le parallélogramme FEKB. Déterminez les coordonnées de K dans le repère (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$).



Application 4 :

Soient le carré ABCD de côté 2, E le milieu de [BC], F le milieu de [AC], et le parallélogramme FEKB. Déterminez les coordonnées de K dans le repère (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$).

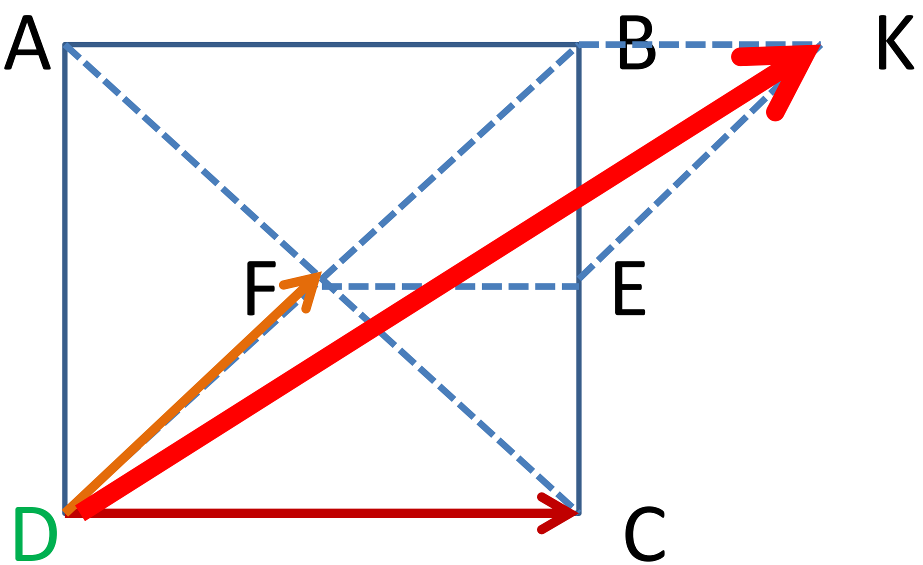
K(x ; y) dans (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$) $\Longleftrightarrow$ $\overrightarrow{DK} = x\,\overrightarrow{DC} + y\,\overrightarrow{DF}$



Application 4 :

Soient le carré ABCD de côté 2, E le milieu de [BC], F le milieu de [AC], et le parallélogramme FEKB. Déterminez les coordonnées de K dans le repère (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$).

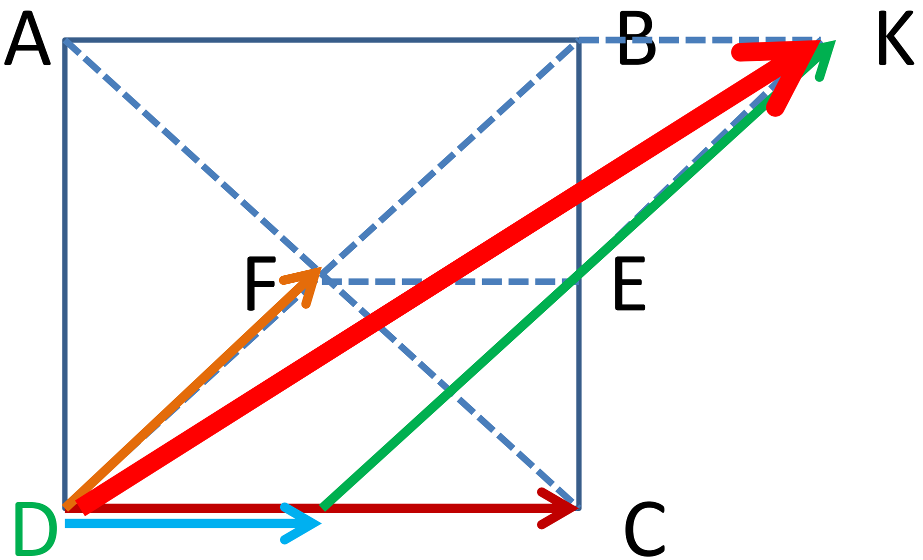
K(x ; y) dans (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{DK} = x\,\overrightarrow{DC} + y\,\overrightarrow{DF}$



Application 4 :

Soient le carré ABCD de côté 2, E le milieu de [BC], F le milieu de [AC], et le parallélogramme FEKB. Déterminez les coordonnées de K dans le repère (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$).

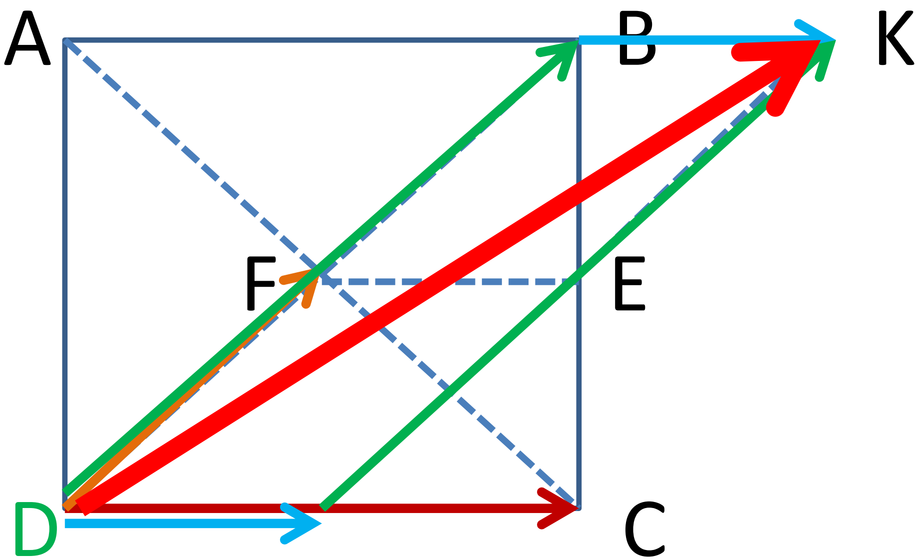
K(x ; y) dans (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{DK} = x\,\overrightarrow{DC} + y\,\overrightarrow{DF}$



Application 4 :

Soient le carré ABCD de côté 2, E le milieu de [BC], F le milieu de [AC], et le parallélogramme FEKB. Déterminez les coordonnées de K dans le repère (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$).

K(x ; y) dans (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$) $\Longleftrightarrow$ $\overrightarrow{DK} = x\,\overrightarrow{DC} + y\,\overrightarrow{DF}$



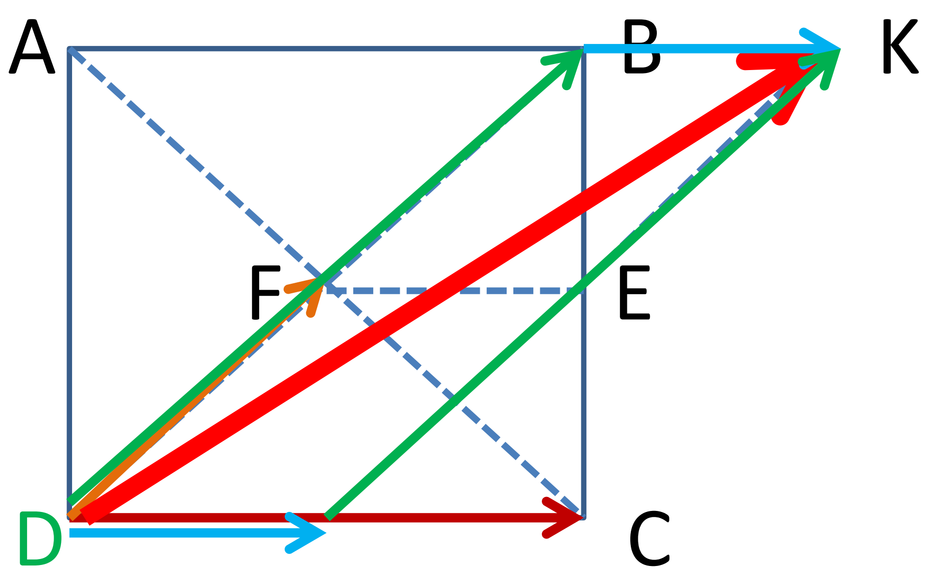
Application 4 :

Soient le carré ABCD de côté 2, E le milieu de [BC], F le milieu de [AC], et le parallélogramme FEKB. Déterminez les coordonnées de K dans le repère (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$).

K(x ; y) dans (D ; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DF}$) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{DK} = x\,\overrightarrow{DC} + y\,\overrightarrow{DF}$

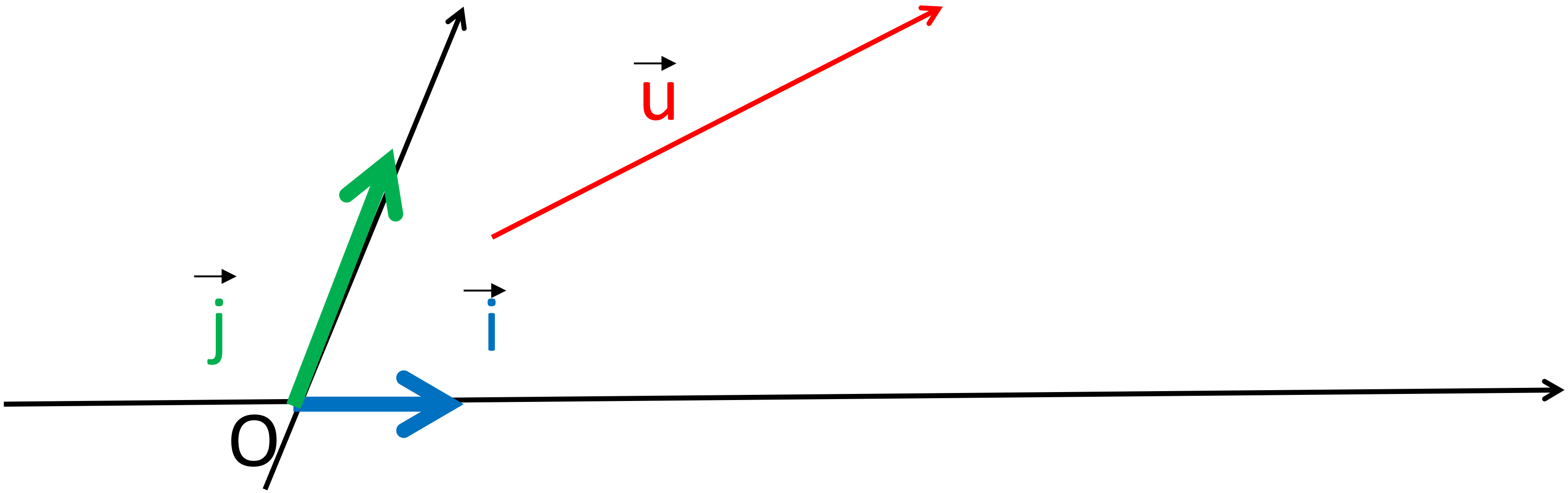
$= 0{,}5\,\overrightarrow{DC} + 2\,\overrightarrow{DF}$

$\Rightarrow$ K (0,5 ; 2)



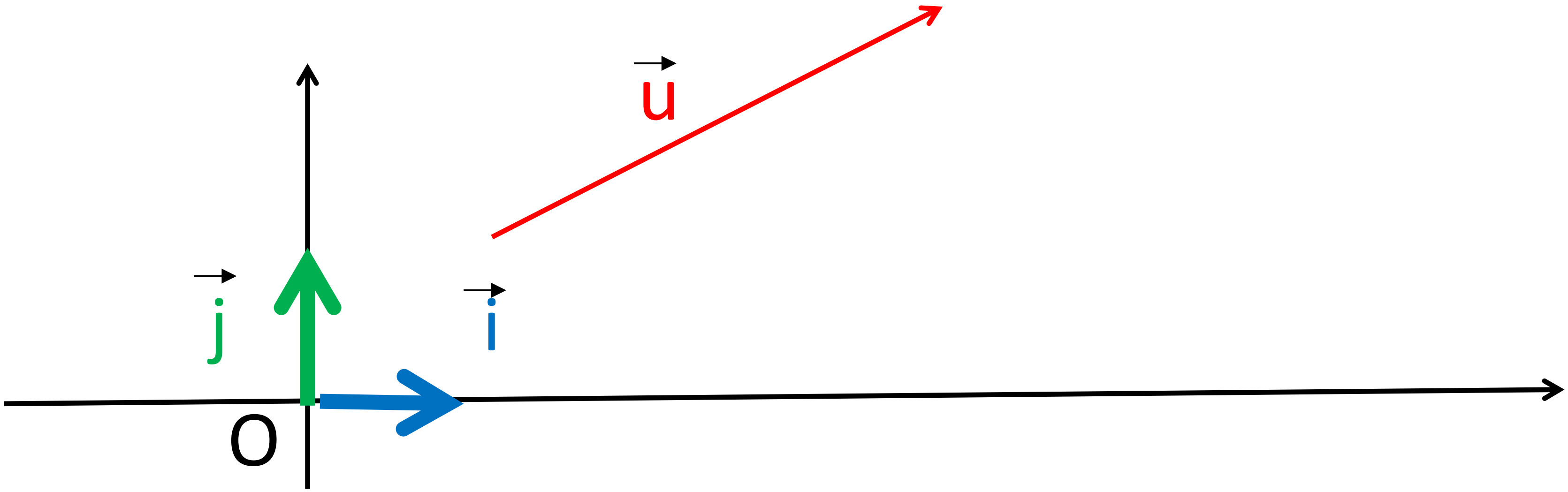
VI Longueur d'un vecteur

Soit $\vec{u}$ de coordonnées (x ; y) dans un repère quelconque (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ ....



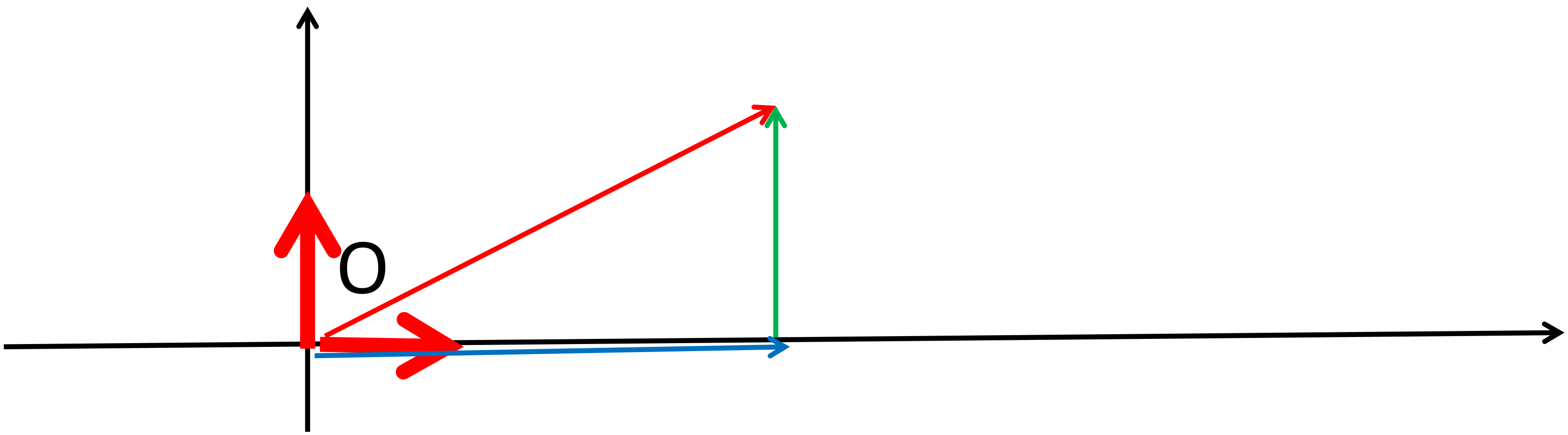
VI Longueur d'un vecteur

Soit $\vec{u}$ de coordonnées (x ; y) dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ ....



VI Longueur d'un vecteur

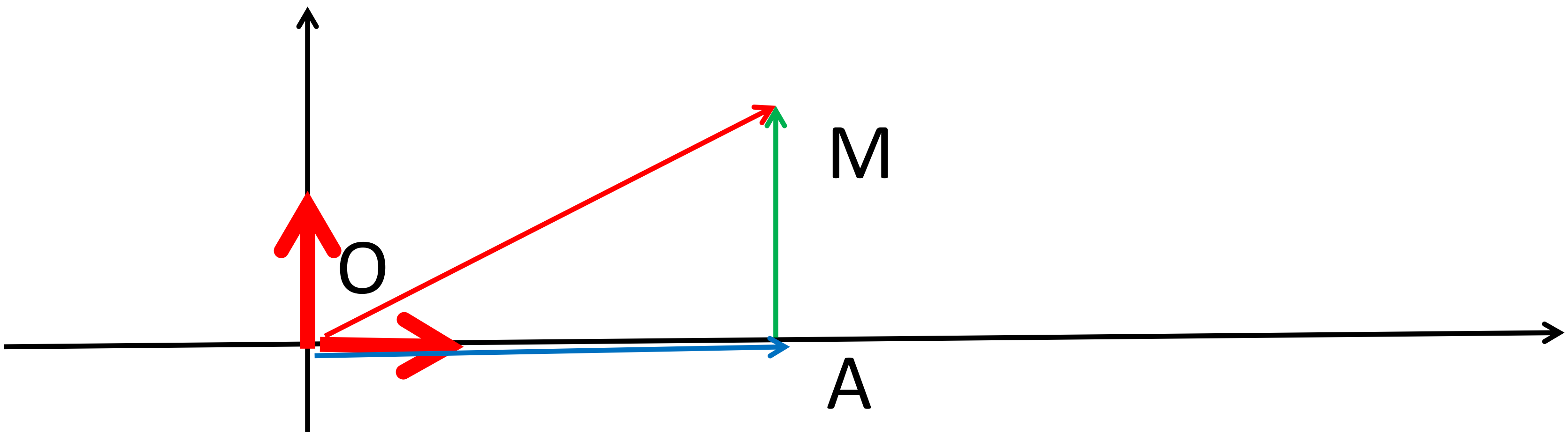
Soit $\vec{u}$ de coordonnées (x ; y) dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$



VI Longueur d'un vecteur

Soit $\vec{u}$ de coordonnées (x ; y) dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Longleftrightarrow$ $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

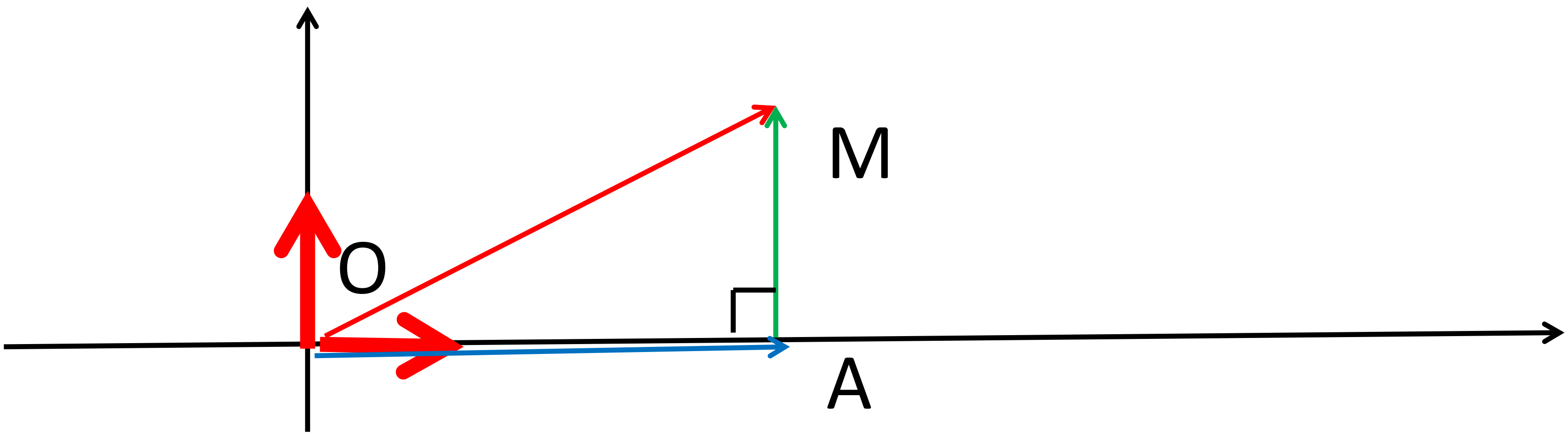
Le triangle OAM est …



VI Longueur d'un vecteur

Soit $\vec{u}$ de coordonnées (x ; y) dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Longleftrightarrow$ $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

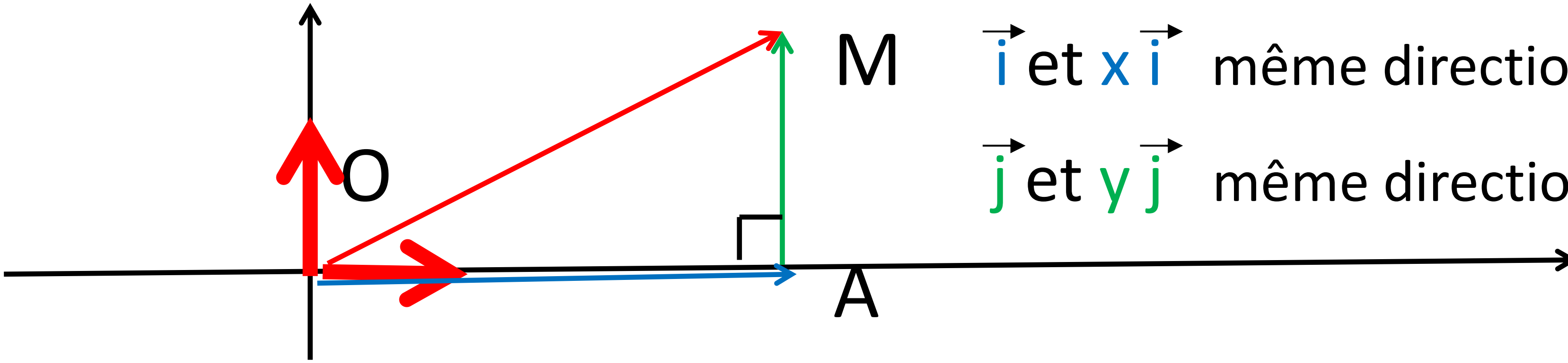
Le triangle OAM est rectangle car …



VI Longueur d'un vecteur

Soit $\vec{u}$ de coordonnées (x ; y) dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Longleftrightarrow$ $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$

Le triangle OAM est rectangle car le repère est orthogonal.



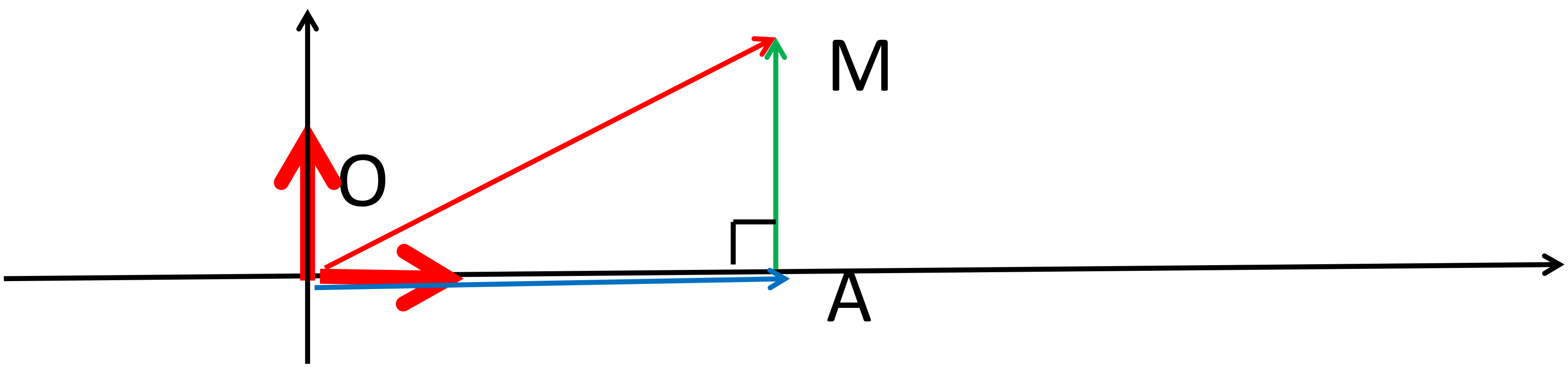
$\vec{i}$ et $x\vec{i}$ même direction

$\vec{j}$ et $y\vec{j}$ même direction

VI Longueur d'un vecteur

Soit $\vec{u}$ de coordonnées (x ; y) dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

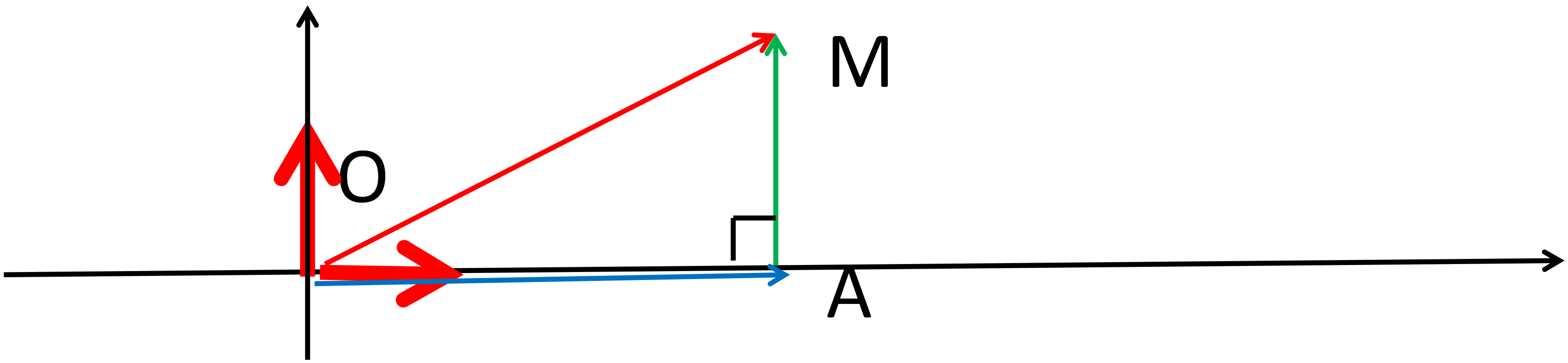
Le triangle OAM est rectangle car le repère est orthogonal. Donc …



VI Longueur d'un vecteur

Soit $\vec{u}$ de coordonnées (x ; y) dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

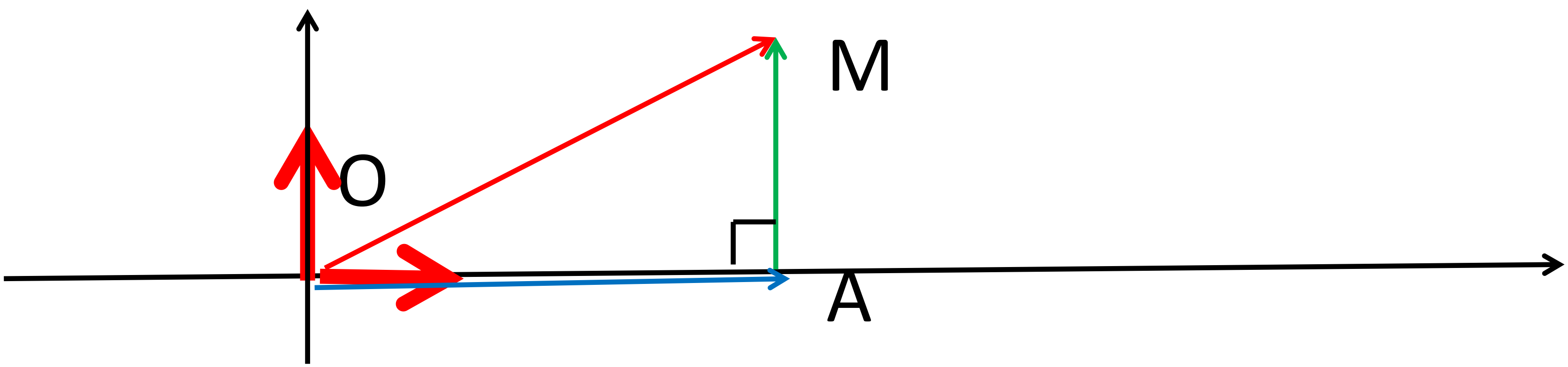
Le triangle OAM est rectangle car le repère est orthogonal. Donc $OM^2 = OA^2 + AM^2$ (Pythagore)



VI Longueur d'un vecteur

Soit $\vec{u}$ de coordonnées (x ; y) dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ $\Longleftrightarrow$ $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

Le triangle OAM est rectangle car le repère est orthogonal. Donc $OM^2 = OA^2 + AM^2$ (Pythagore)

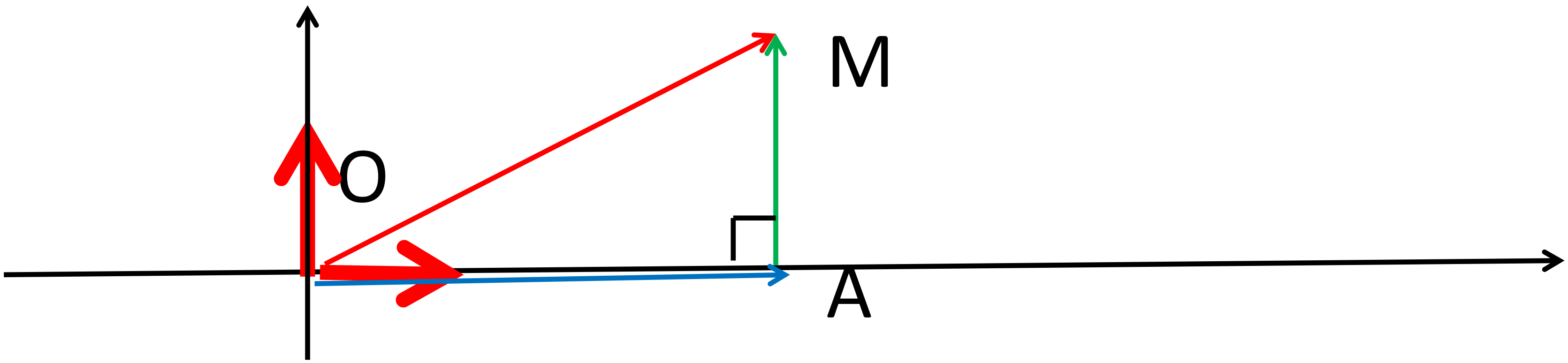


$$||\vec{u}||^2 = ||x\,\vec{i}||^2 + ||y\,\vec{j}||^2$$

VI Longueur d'un vecteur

Soit $\vec{u}$ de coordonnées (x ; y) dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Longleftrightarrow$ $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

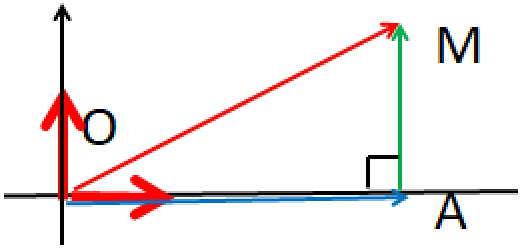
Le triangle OAM est rectangle car le repère est orthogonal. Donc $OM^2 = OA^2 + AM^2$ (Pythagore)



$$||\vec{u}||^2 = ||x\,\vec{i}||^2 + ||y\,\vec{j}||^2$$

$$= [\ |x| \times ||\vec{i}||\ ]^2 + [\ |y| \times ||\vec{j}||\ ]^2$$

VI Longueur d'un vecteur

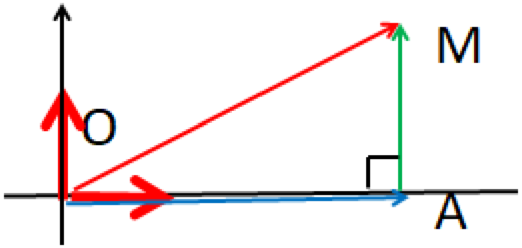


$OM^2 = OA^2 + AM^2$ (Pythagore car le repère est orthogonal)

$\| \vec{u} \|^2 = \| x\vec{i} \|^2 + \| y\vec{j} \|^2$

$= \ldots$

VI Longueur d'un vecteur



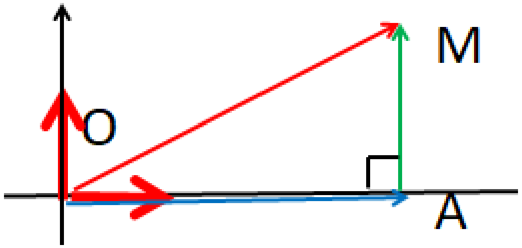
$OM^2 = OA^2 + AM^2$ (Pythagore car le repère est orthogonal)

$\| \vec{u} \|^2 = \| x\vec{i} \|^2 + \| y\vec{j} \|^2$

$= (|x| \times \| \vec{i} \|)^2 + (|y| \times \| \vec{j} \|)^2$

$= \dots$

VI Longueur d'un vecteur



$OM^2 = OA^2 + AM^2$ (Pythagore car le repère est orthogonal)

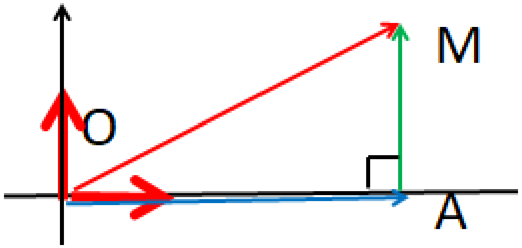
$$\| \vec{u} \|^2 = \| x\vec{i} \|^2 + \| y\vec{j} \|^2$$

$$= (|x| \times \| \vec{i} \|)^2 + (|y| \times \| \vec{j} \|)^2$$

$$= |x|^2 \times \| \vec{i} \|^2 + |y|^2 \times \| \vec{j} \|^2$$

$$= \dots$$

VI Longueur d'un vecteur



$OM^2 = OA^2 + AM^2$ (Pythagore car le repère est orthogonal)

$\| \vec{u} \|^2 = \| x\vec{i} \|^2 + \| y\vec{j} \|^2$

$= (|x| \times \| \vec{i} \|)^2 + (|y| \times \| \vec{j} \|)^2$

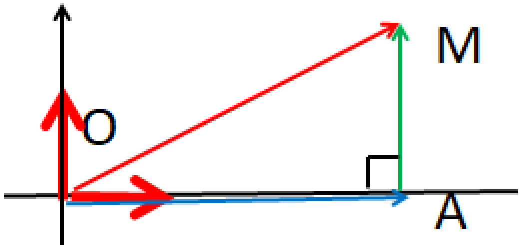
$= |x|^2 \times \| \vec{i} \|^2 + |y|^2 \times \| \vec{j} \|^2$

$= x^2 \times 1^2 + y^2 \times 1^2$ car $|x|^2 = x^2$ pour $x<0$ ou $x>0$

et le repère est normé donc $\| \vec{i} \| = \| \vec{j} \| = 1$

donc $\boxed{\| \vec{u} \| = \dots}$

VI Longueur d'un vecteur



$OM^2 = OA^2 + AM^2$ (Pythagore car le repère est orthogonal)

$$\| \vec{u} \|^2 = \| x\vec{i} \|^2 + \| y\vec{j} \|^2$$

$$= (|x| \times \| \vec{i} \|)^2 + (|y| \times \| \vec{j} \|)^2$$

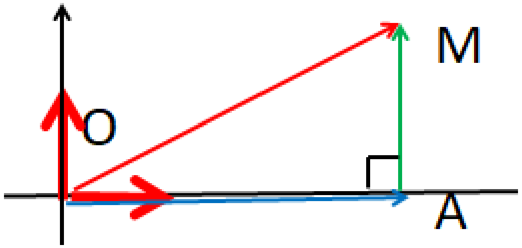
$$= |x|^2 \times \| \vec{i} \|^2 + |y|^2 \times \| \vec{j} \|^2$$

$$= x^2 \times 1^2 + y^2 \times 1^2$$ car $|x|^2 = x^2$ pour $x<0$ ou $x>0$

et le repère est normé donc $\| \vec{i} \| = \| \vec{j} \| = 1$

donc $\boxed{\| \vec{u} \| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{toujours vrai ?}}$

VI Longueur d'un vecteur



$OM^2 = OA^2 + AM^2$ (Pythagore car le repère est orthogonal)

$\| \vec{u} \|^2 = \| x\vec{i} \|^2 + \| y\vec{j} \|^2$

$= (|x| \times \| \vec{i} \|)^2 + (|y| \times \| \vec{j} \|)^2$

$= |x|^2 \times \| \vec{i} \|^2 + |y|^2 \times \| \vec{j} \|^2$

$= x^2 \times 1^2 + y^2 \times 1^2$ car $|x|^2 = x^2$ pour $x<0$ ou $x>0$

et le repère est normé donc $\| \vec{i} \| = \| \vec{j} \| = 1$

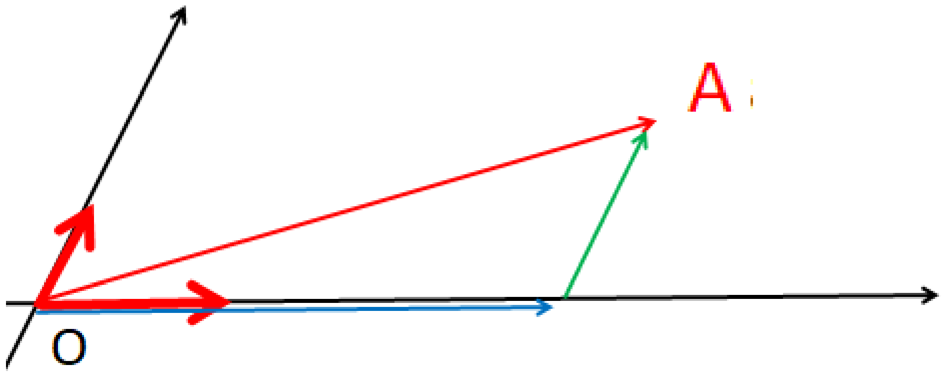
donc $\boxed{\| \vec{u} \| = \sqrt{x^2 + y^2}}$ si le repère est orthonormé

VII Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ à partir des coordonnées de A et B

A a pour coordonnées (x_A ; y_A) dans un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ …

VII Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ à partir des coordonnées de A et B

A a pour coordonnées (x_A ; y_A) dans un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{OA} = x_A \vec{i} + y_A \vec{j}$



VII Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ à partir des coordonnées de A et B

A a pour coordonnées (x_A ; y_A) dans un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{OA} = x_A \vec{i} + y_A \vec{j}$

idem $\overrightarrow{OB} = x_B \vec{i} + y_B \vec{j}$

$\overrightarrow{AB} =$ …

VII Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ à partir des coordonnées de A et B

A a pour coordonnées (x_A ; y_A) dans un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{OA} = x_A \vec{i} + y_A \vec{j}$

idem $\overrightarrow{OB} = x_B \vec{i} + y_B \vec{j}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$ (Chasles)

= …

VII Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ à partir des coordonnées de A et B

A a pour coordonnées (x_A ; y_A) dans un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{OA} = x_A \vec{i} + y_A \vec{j}$

idem $\overrightarrow{OB} = x_B \vec{i} + y_B \vec{j}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$ (Chasles)

$= (- \overrightarrow{OA}) + \overrightarrow{OB}$ (opposé)

= …

VII Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ à partir des coordonnées de A et B

A a pour coordonnées (x_A ; y_A) dans un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{OA} = x_A \vec{i} + y_A \vec{j}$

idem $\overrightarrow{OB} = x_B \vec{i} + y_B \vec{j}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$ (Chasles)

$= (- \overrightarrow{OA}) + \overrightarrow{OB}$ (opposé)

$= - (x_A \vec{i} + y_A \vec{j}) + (x_B \vec{i} + y_B \vec{j})$

$= \dots$

VII Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ à partir des coordonnées de A et B

A a pour coordonnées (x_A ; y_A) dans un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{OA} = x_A\,\vec{i} + y_A\,\vec{j}$

idem $\overrightarrow{OB} = x_B\,\vec{i} + y_B\,\vec{j}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$ (Chasles)

$= (- \overrightarrow{OA}) + \overrightarrow{OB}$ (opposé)

$= - (x_A\,\vec{i} + y_A\,\vec{j}\,) + (x_B\,\vec{i} + y_B\,\vec{j}\,) = - x_A\,\vec{i} - y_A\,\vec{j} + x_B\,\vec{i} + y_B\,\vec{j}$

$= (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\,\vec{j}$

$\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AB}$ ...

VII Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ à partir des coordonnées de A et B

A a pour coordonnées (x_A ; y_A) dans un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{OA} = x_A \vec{i} + y_A \vec{j}$

idem $\overrightarrow{OB} = x_B \vec{i} + y_B \vec{j}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$ (Chasles)

$= (- \overrightarrow{OA}) + \overrightarrow{OB}$ (opposé)

$= - (x_A \vec{i} + y_A \vec{j}) + (x_B \vec{i} + y_B \vec{j}) = - x_A \vec{i} - y_A \vec{j} + x_B \vec{i} + y_B \vec{j}$

$= (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j}$

$\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AB}$ a comme coordonnées ($x_B - x_A$; $y_B - y_A$)

VII Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ à partir des coordonnées de A et B

A a pour coordonnées (x_A ; y_A) dans un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{OA} = x_A \vec{i} + y_A \vec{j}$

idem $\overrightarrow{OB} = x_B \vec{i} + y_B \vec{j}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$ (Chasles)

$= (- \overrightarrow{OA}) + \overrightarrow{OB}$ (opposé)

$= - (x_A \vec{i} + y_A \vec{j}) + (x_B \vec{i} + y_B \vec{j}) = - x_A \vec{i} - y_A \vec{j} + x_B \vec{i} + y_B \vec{j}$

$= (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j}$

VII Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ à partir des coordonnées de A et B

A a pour coordonnées (x_A ; y_A) dans un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{OA} = x_A \vec{i} + y_A \vec{j}$

idem $\overrightarrow{OB} = x_B \vec{i} + y_B \vec{j}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$ (Chasles)

$= (- \overrightarrow{OA}) + \overrightarrow{OB}$ (opposé)

$= - (x_A \vec{i} + y_A \vec{j}) + (x_B \vec{i} + y_B \vec{j}) = - x_A \vec{i} - y_A \vec{j} + x_B \vec{i} + y_B \vec{j}$

$= (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j}$

VII Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ à partir des coordonnées de A et B

A a pour coordonnées (x_A ; y_A) dans un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{OA} = x_A \vec{i} + y_A \vec{j}$

idem $\overrightarrow{OB} = x_B \vec{i} + y_B \vec{j}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$ (Chasles)

$= (- \overrightarrow{OA}) + \overrightarrow{OB}$ (opposé)

$= - (x_A \vec{i} + y_A \vec{j}) + (x_B \vec{i} + y_B \vec{j}) = - x_A \vec{i} - y_A \vec{j} + x_B \vec{i} + y_B \vec{j}$

$= (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j}$

$\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AB}$ … ?

VII Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ à partir des coordonnées de A et B

A a pour coordonnées (x_A ; y_A) dans un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{OA} = x_A \vec{i} + y_A \vec{j}$

idem $\overrightarrow{OB} = x_B \vec{i} + y_B \vec{j}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$ (Chasles)

$= (- \overrightarrow{OA}) + \overrightarrow{OB}$ (opposé)

$= - (x_A \vec{i} + y_A \vec{j}) + (x_B \vec{i} + y_B \vec{j}) = - x_A \vec{i} - y_A \vec{j} + x_B \vec{i} + y_B \vec{j}$

$= (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$

$\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(x_B - x_A)$ et $(y_B - y_A)$

VII Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ à partir des coordonnées de A et B

On peut écrire :

$\overrightarrow{AB}$ = coord. du pt final – coord. du pt. initial

$$= \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (\, x_B \,;\, y_B \,) - (\, x_A \,;\, y_A \,)$$

$$= (\, x_B - x_A \,;\, y_B - y_A \,) = (\, x_B - x_A \,)\vec{i} + (\, y_B - y_A \,)\vec{j}$$

VII Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ à partir des coordonnées de A et B

On peut écrire :

$\overrightarrow{AB}$ = coord. du pt final – coord. du pt. initial

$= \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (x_B \,;\, y_B) - (x_A \,;\, y_A)$

$= (x_B - x_A \,;\, y_B - y_A) = (x_B - x_A)\,\vec{i} + (y_B - y_A)\,\vec{j}$

$$\boxed{\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}}$$

(par convention on n'écrit plus $\vec{i}$ et $\vec{j}$)

VII Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ à partir des coordonnées de A et B

On peut écrire :

$\overrightarrow{AB}$ = coord. du pt final – coord. du pt. initial

$= \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (x_B ; y_B) - (x_A ; y_A)$

$= (x_B - x_A ; y_B - y_A) = (x_B - x_A)\overrightarrow{i} + (y_B - y_A)\overrightarrow{j}$

$$\boxed{\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} x_B \\ \\ y_B \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_A \\ \\ y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ \\ y_B - y_A \end{pmatrix}}$$

(par convention on n'écrit plus $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$)

Remarque : on n'écrit pas $\overrightarrow{AB} = B - A$ qui ne veut rien dire

VII Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ à partir des coordonnées de A et B

On peut écrire :

$\overrightarrow{AB}$ = coord. du pt final – coord. du pt. initial

$$\boxed{\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} x_B \\ \\ y_B \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_A \\ \\ y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ \\ y_B - y_A \end{pmatrix}}$$

(par convention on n'écrit plus $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$)

Remarque : on n'écrit pas $\overrightarrow{AB} = B - A$ qui ne veut rien dire

Application

E (4 ; 2) et F (- 1 ; 5)

dans un repère (H ; $\vec{u}$; $\vec{w}$).

1°) Déterminez les coordonnées de $\overrightarrow{EF}$ dans ce repère.

2°) Déduisez-en une égalité vectorielle.

3°) Quelle est l'égalité vectorielle ne comportant que le point E ?

Application

E (4 ; 2) et F (- 1 ; 5)

dans un repère (H ; $\vec{u}$; $\vec{w}$).

1°) Déterminez les coordonnées de $\overrightarrow{EF}$ dans ce repère.

E (4 ; 2) et F (- 1 ; 5)

dans un repère (H ; $\vec{u}$; $\vec{w}$).

1°) coordonnées de $\overrightarrow{EF}$ dans ce repère ?

$$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HF} - \overrightarrow{HE} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-1) - 4 \\ 5 - 2 \end{pmatrix}$$

coord. du pt final F – coord. du pt. initial E

Réponse : $\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$

E (4 ; 2) et F (- 1 ; 5)

dans un repère (H ; $\vec{u}$; $\vec{w}$).

2°) Déduisez-en une égalité vectorielle.

$\overrightarrow{EF}$ (- 5 ; 3) dans (H ; $\vec{u}$; $\vec{w}$)

$\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{EF} = (-5)\,\vec{u} + 3\,\vec{w}$

$E(4\,;2)$ et $F(-1\,;5)$

dans un repère $(H\,;\vec{u}\,;\vec{w})$.

2°) Déduisez-en une égalité vectorielle.

$\overrightarrow{EF}\,(-5\,;3)$ dans $(H\,;\vec{u}\,;\vec{w})$

$\Leftrightarrow \quad \overrightarrow{EF} = (-5)\,\vec{u} + 3\,\vec{w}$

$E(4\,;2) \Rightarrow \overrightarrow{HE} = 4\,\vec{u} + 2\,\vec{w}$

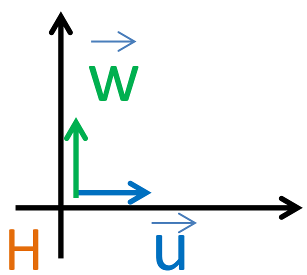
$F(-1\,;5) \Rightarrow \overrightarrow{HF} = -1\,\vec{u} + 5\,\vec{w}$

$E\ (4\ ;\ 2)$ et $F\ (-1\ ;\ 5)$

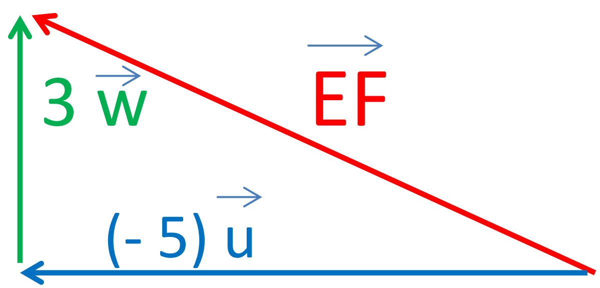
dans un repère $(H\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{w})$.

2°) Déduisez-en une égalité vectorielle.

$\overrightarrow{EF}\ (-5\ ;\ 3)$ dans $(H\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{w})$



$\Leftrightarrow\ \overrightarrow{EF} = (-5)\,\vec{u} + 3\,\vec{w}$

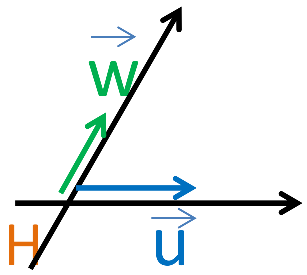


E (4 ; 2) et F (- 1 ; 5)

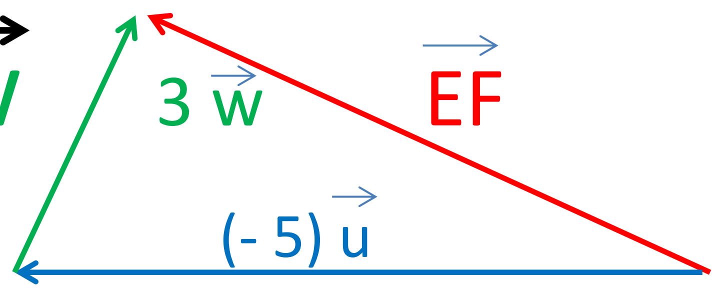
dans un repère (H ; $\vec{u}$; $\vec{w}$).

2°) Déduisez-en une égalité vectorielle.

$\overrightarrow{EF}$ (- 5 ; 3) dans (H ; $\vec{u}$; $\vec{w}$)



$\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{EF} = (-5)\,\vec{u} + 3\,\vec{w}$



E (4 ; 2) et F (- 1 ; 5)

dans un repère (H ; $\vec{u}$; $\vec{w}$).

2°) Déduisez-en une égalité vectorielle.

$\overrightarrow{EF}$ (- 5 ; 3) dans (H ; $\vec{u}$; $\vec{w}$)

$\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{EF} = (-5)\,\vec{u} + 3\,\vec{w}$

3°) égalité vectorielle ne comportant que le point E ?

E (4 ; 2) et F (- 1 ; 5)

dans un repère (H ; $\vec{u}$; $\vec{w}$).

2°) Déduisez-en une égalité vectorielle.

$\overrightarrow{EF}$ (- 5 ; 3) dans (H ; $\vec{u}$; $\vec{w}$)

$\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{EF} = (-5)\,\vec{u} + 3\,\vec{w}$

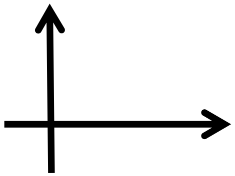
3°) égalité vectorielle ne comportant que le point E ?

E (4 ; 2) dans (H ; $\vec{u}$; $\vec{w}$)

$\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{HE} = 4\,\vec{u} + 2\,\vec{w}$

Exo 1 bis :

Soit le repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).



1°) Placez les points

C(2 ; - 1) et D(- 4 ; 3).

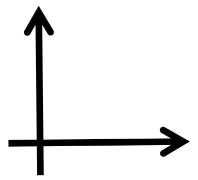
2°) Tracez $\overrightarrow{CD}$.

3°) Tracez et lisez ses coordonnées.

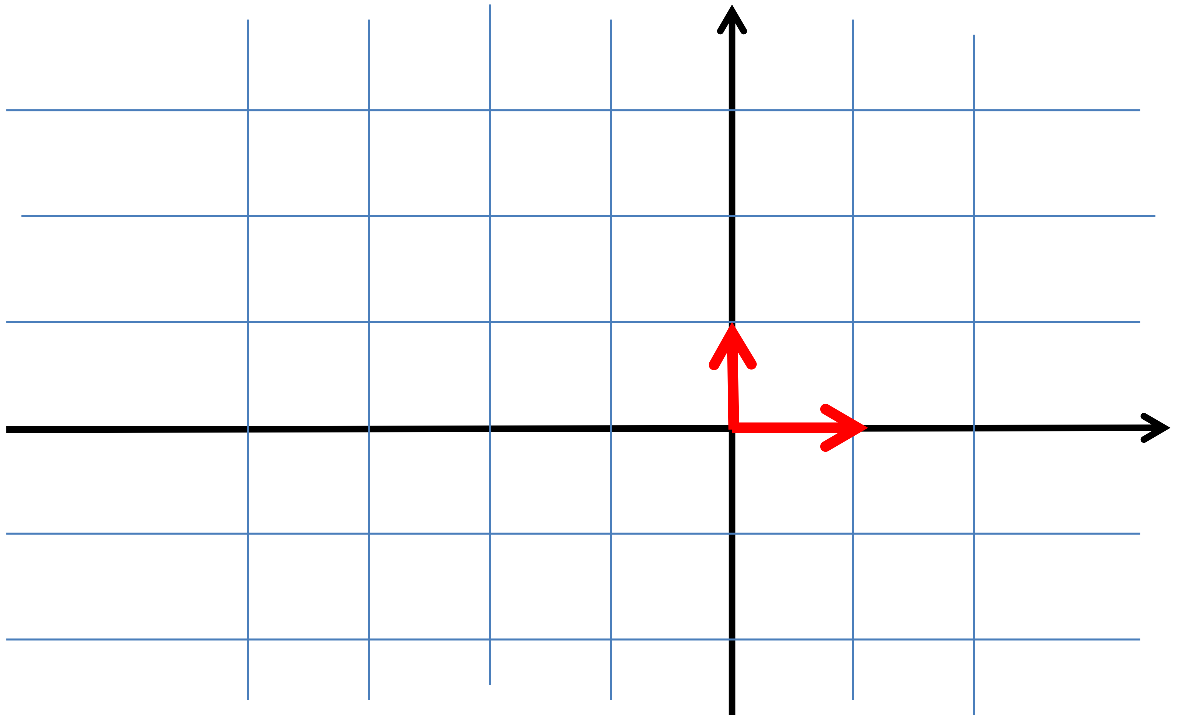
4°) Vérifiez par le calcul.

Exo 1 bis :

Soit le repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

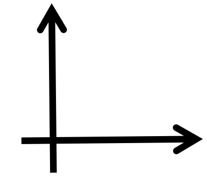


1°) **Placez les points C(2 ; - 1) et D(- 4 ; 3).**

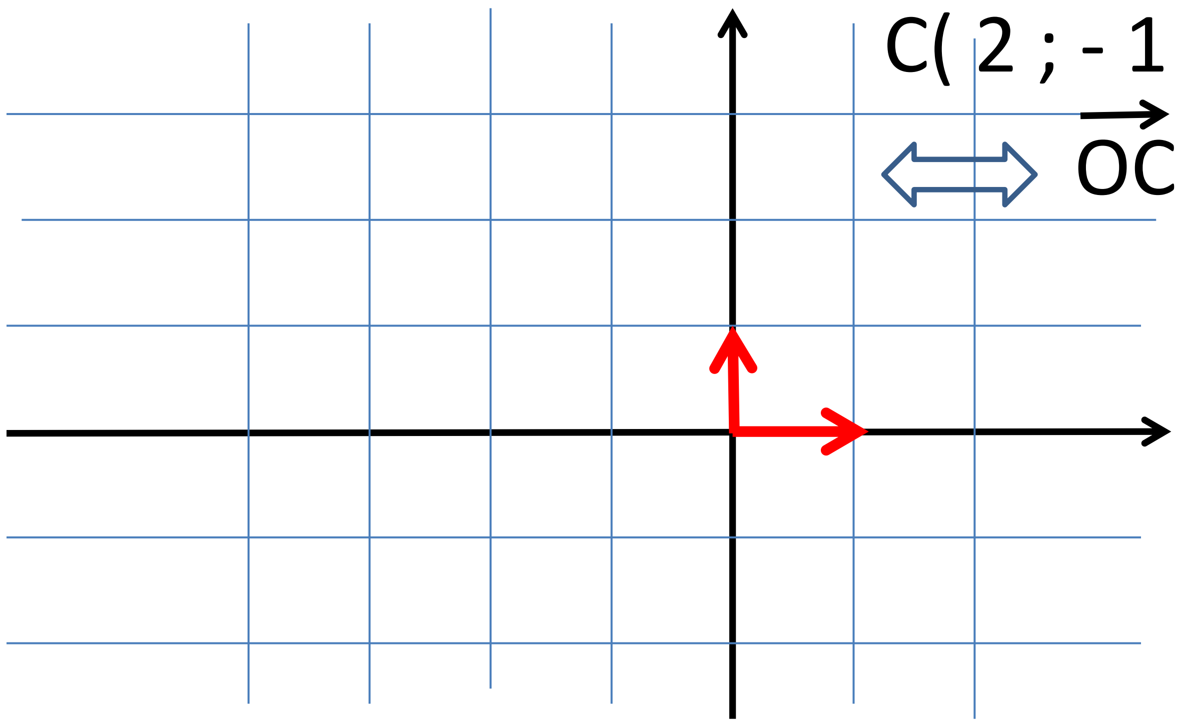


Exo 1 bis :

Soit le repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.



1°) **Placez les points C(2 ; - 1) et D(- 4 ; 3).**

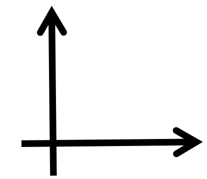


C(2 ; - 1)

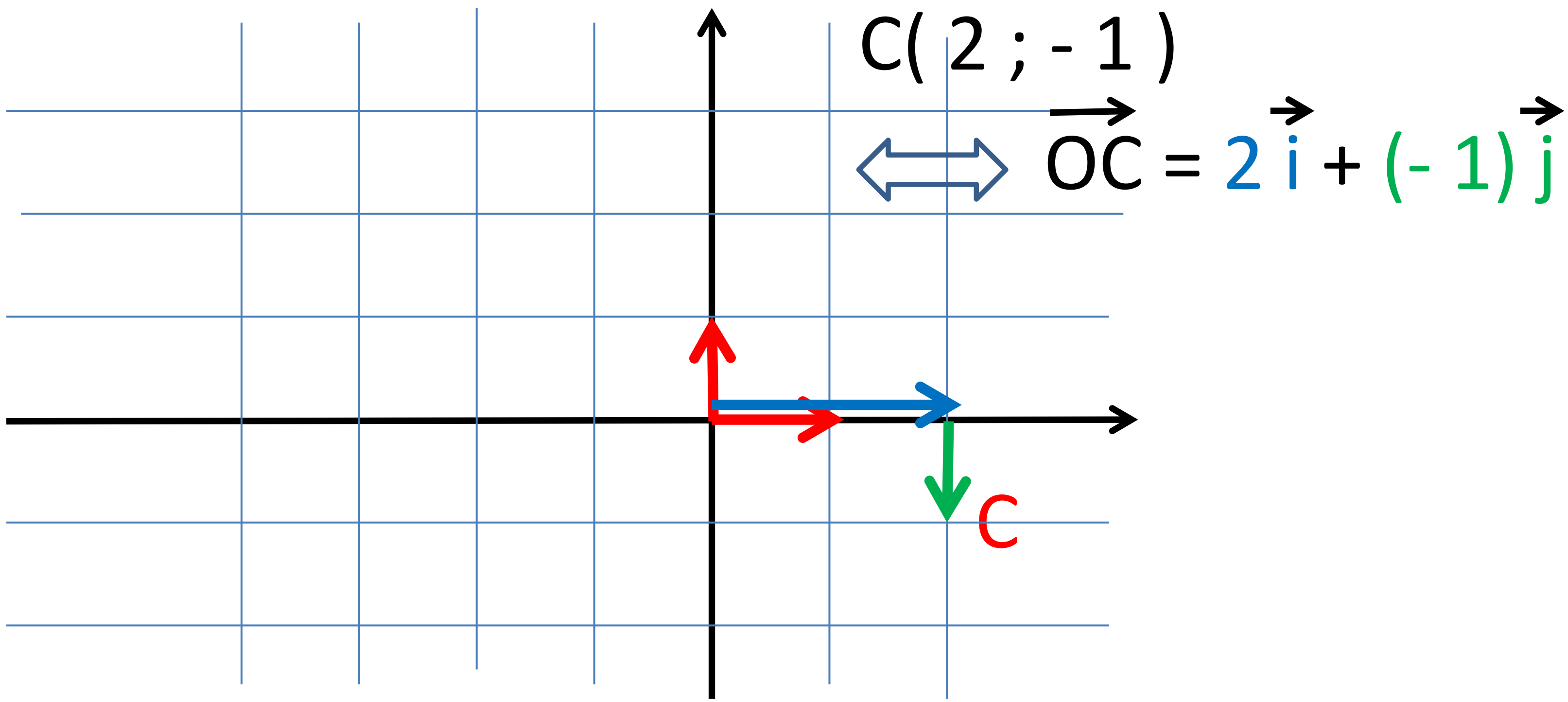
$\Longleftrightarrow \overrightarrow{OC} = 2\,\vec{i} + (-\,1)\,\vec{j}$

Exo 1 bis :

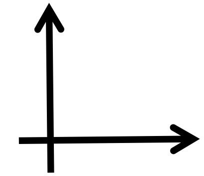
Soit le repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).



1°) **Placez les points C(2 ; - 1) et D(- 4 ; 3).**

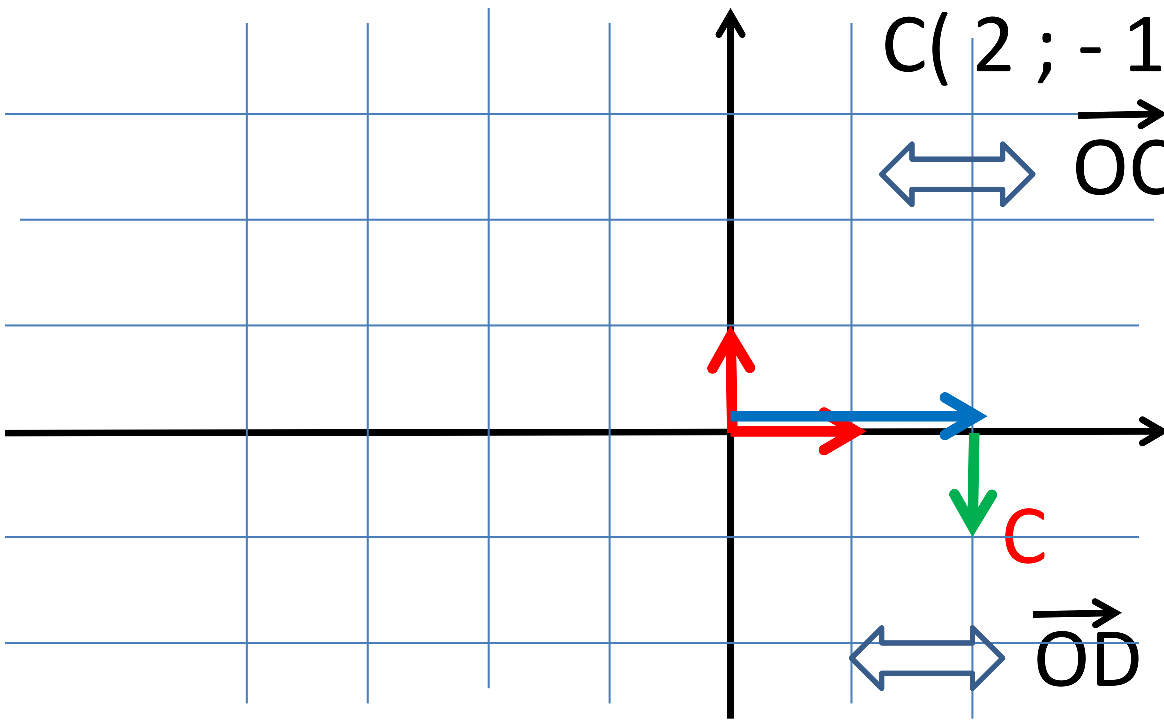


Exo 1 bis :



Soit le repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

1°) Placez les points C(2 ; - 1) et D(- 4 ; 3).



C(2 ; - 1)

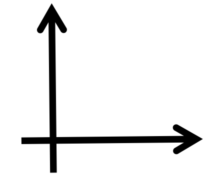
$\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{OC} = 2\,\vec{i} + (-\,1)\,\vec{j}$

D(- 4 ; 3)

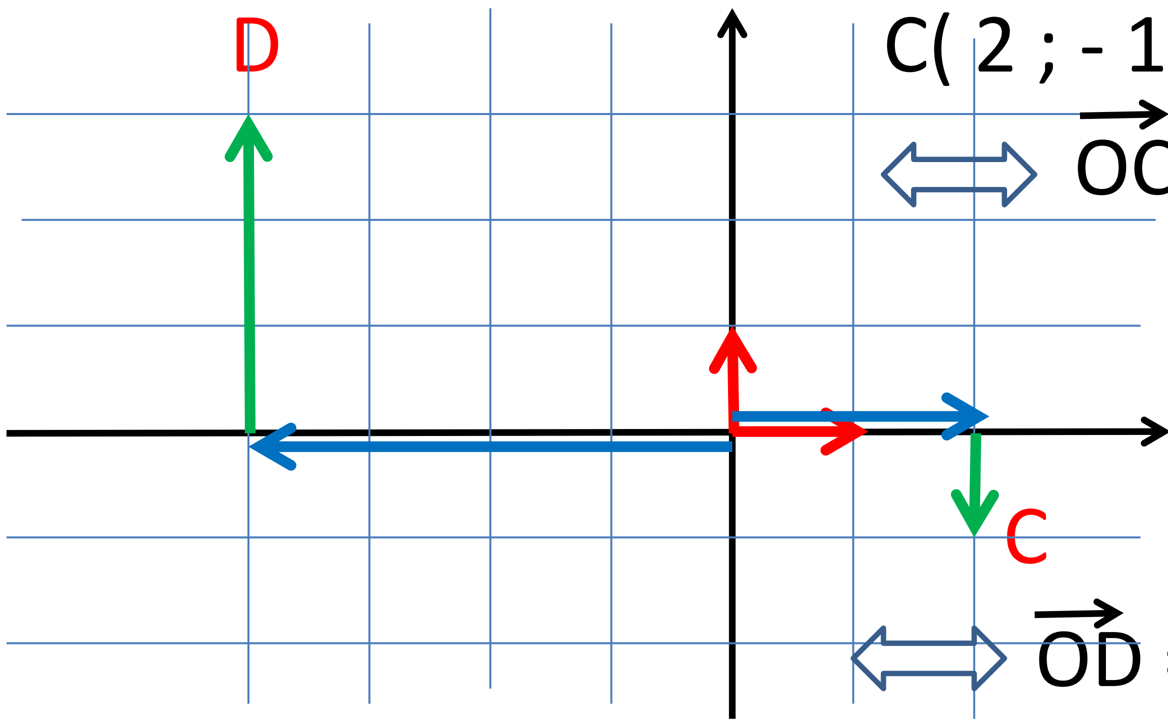
$\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{OD} = (-\,4)\,\vec{i} + 3\,\vec{j}$

Exo 1 bis :

Soit le repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.



1°) Placez les points C(2 ; - 1) et D(- 4 ; 3).



C(2 ; - 1)

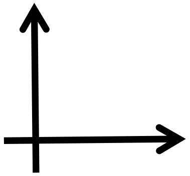
$\Leftrightarrow \overrightarrow{OC} = 2\,\vec{i} + (-1)\,\vec{j}$

D(- 4 ; 3)

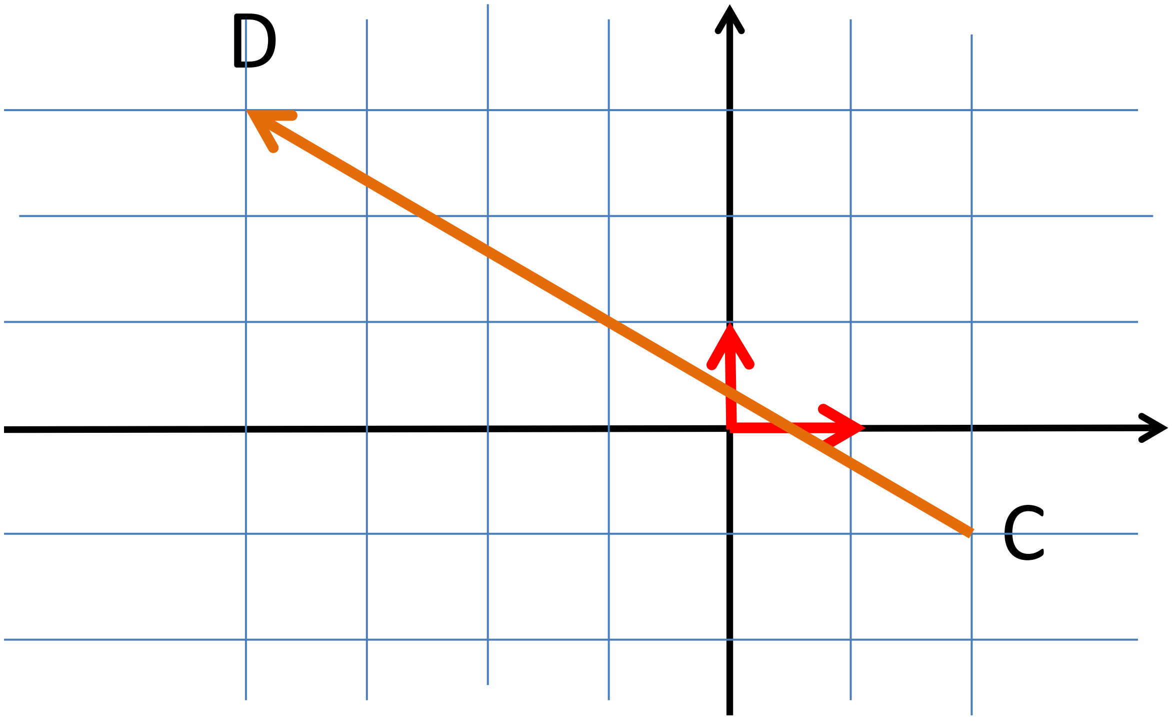
$\Leftrightarrow \overrightarrow{OD} = (-4)\,\vec{i} + 3\,\vec{j}$

Exo 1 bis :

Soit le repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

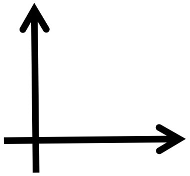


2°) **Tracez $\overrightarrow{CD}$**



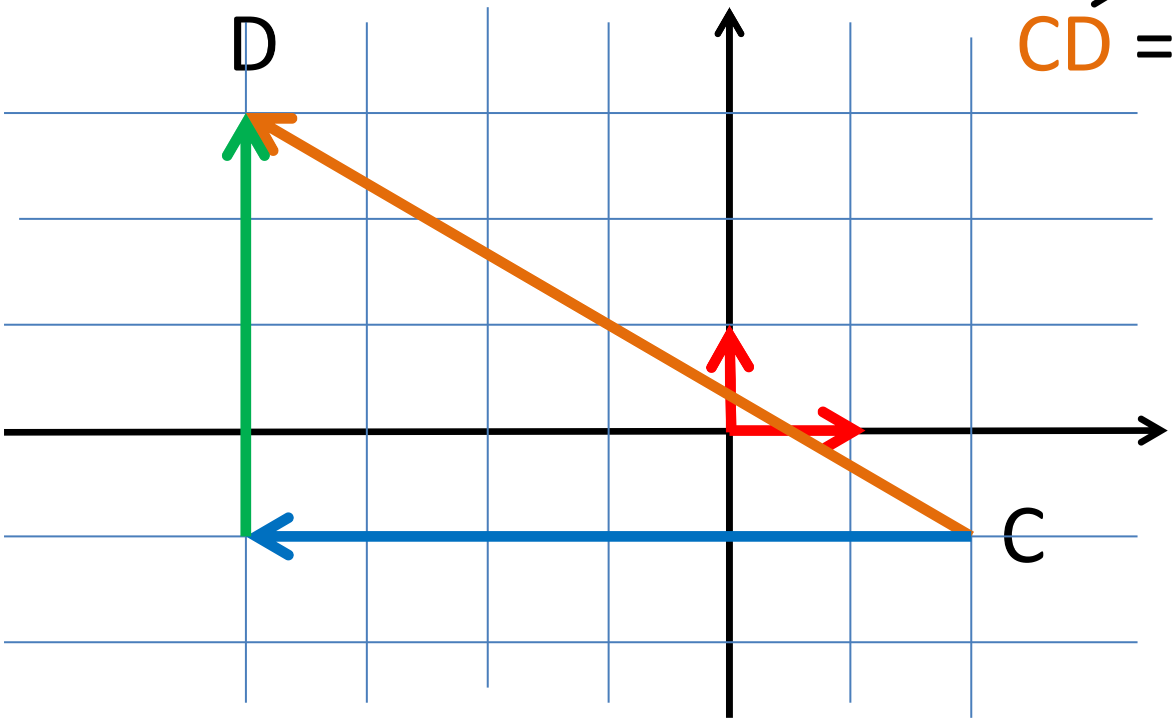
Exo 1 bis :

Soit le repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.



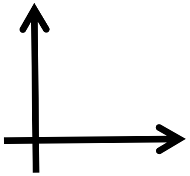
3°) **Tracez $\overrightarrow{CD}$ et lisez ses coordonnées.**

$\overrightarrow{CD} = (-6)\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$

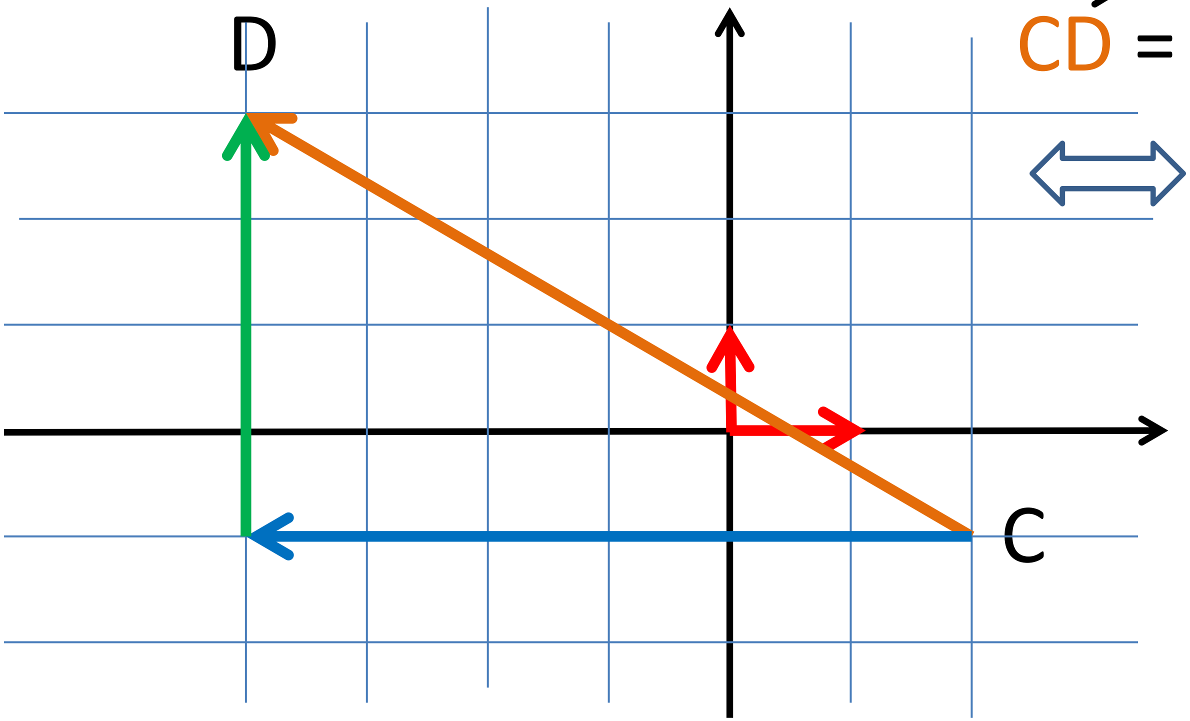


Exo 1 bis :

Soit le repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).



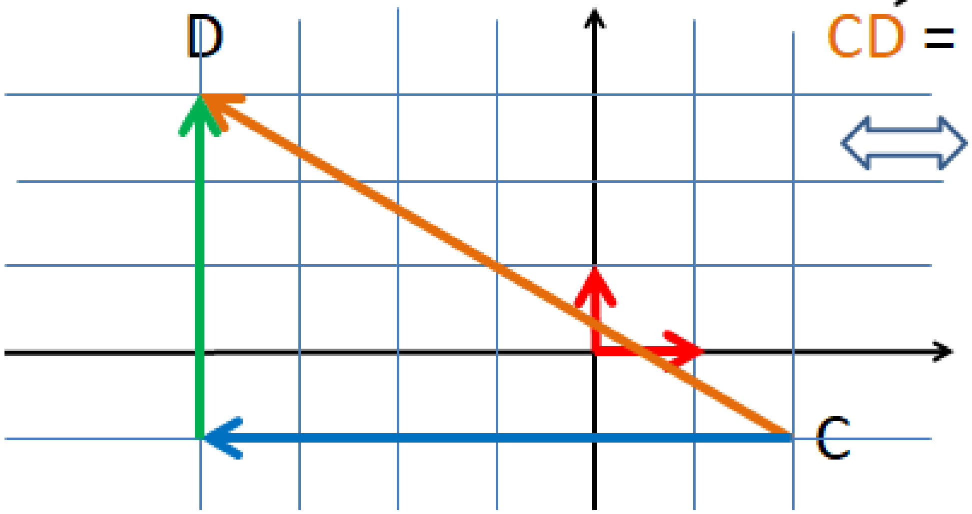
3°) **Tracez $\overrightarrow{CD}$ et lisez ses coordonnées.**



$\overrightarrow{CD} = (-6)\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$

$\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{CD} = (-6 ; 4)$

3°) Tracez $\overrightarrow{CD}$ et lisez ses coordonnées.

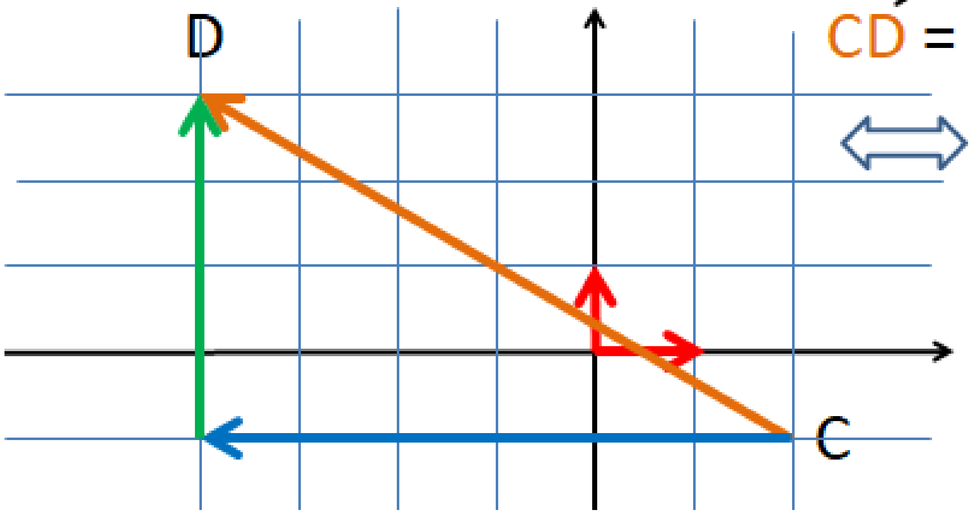


$\overrightarrow{CD} = (-6)\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{CD} = (-6\,;\,4)$

4°) Vérifiez par le calcul.

3°) Tracez $\overrightarrow{CD}$ et lisez ses coordonnées.



$\overrightarrow{CD} = (-6)\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$

$\Longleftrightarrow \overrightarrow{CD} = (-6\,;\,4)$

4°) Vérifiez par le calcul.

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}$$

$$= \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-4) - 2 \\ 3 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

VIII Coordonnées du vecteur $k\vec{u}$

$\vec{u}$ a pour coordonnées $(\ x\ ;\ y\ )$

dans un repère $(\ O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j}\ )$ $\Leftrightarrow$ …

VIII Coordonnées du vecteur $k\overrightarrow{u}$

$\overrightarrow{u}$ a pour coordonnées $(x ; y)$

dans un repère $(O ; \overrightarrow{i} ; \overrightarrow{j})$ $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{u} = x\overrightarrow{i} + y\overrightarrow{j}$

$k\overrightarrow{u} = \ldots$

VIII Coordonnées du vecteur $k\vec{u}$

$\vec{u}$ a pour coordonnées $(x ; y)$

dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ $\Leftrightarrow$ $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$

$k\vec{u} = k (x\vec{i} + y\vec{j}) = \ldots$

VIII Coordonnées du vecteur $k\overrightarrow{u}$

$\overrightarrow{u}$ a pour coordonnées $(x ; y)$

dans un repère $(O ; \overrightarrow{i} ; \overrightarrow{j})$ $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{u} = x\overrightarrow{i} + y\overrightarrow{j}$

$$k\overrightarrow{u} = k (x\overrightarrow{i} + y\overrightarrow{j}) = k (x\overrightarrow{i}) + k (y\overrightarrow{j}) = (kx)\overrightarrow{i} + (ky)\overrightarrow{j}$$

VIII Coordonnées du vecteur $k\vec{u}$

$\vec{u}$ a pour coordonnées $(x ; y)$

dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ $\Leftrightarrow$ $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$

$k\vec{u} = k (x\vec{i} + y\vec{j}) = k (x\vec{i}) + k (y\vec{j}) = (kx)\vec{i} + (ky)\vec{j}$

$\Leftrightarrow$ $k\vec{u}$ a comme coordonnées $(kx ; ky)$

VIII Coordonnées du vecteur $k\vec{u}$

$\vec{u}$ a pour coordonnées $(x ; y)$

dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ $\Leftrightarrow$ $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$

$k\vec{u} = k(x\vec{i} + y\vec{j}) = k(x\vec{i}) + k(y\vec{j}) = (kx)\vec{i} + (ky)\vec{j}$

On peut écrire : $k\vec{u} = k(x ; y) = (kx ; ky)$

avec $k(x ; y) = k(x\vec{i} + y\vec{j})$

mais on n'écrit plus $\vec{i}$ et $\vec{j}$

VIII Coordonnées du vecteur $k\vec{u}$

$\vec{u}$ a pour coordonnées $(x ; y)$

dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ $\Leftrightarrow$ $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$

$k\vec{u} = k(x\vec{i} + y\vec{j}) = k(x\vec{i}) + k(y\vec{j}) = (kx)\vec{i} + (ky)\vec{j}$

On peut écrire : $k\vec{u} = k(x ; y) = (kx ; ky)$

avec $k(x ; y) = k(x\vec{i} + y\vec{j})$

mais on n'écrit plus $\vec{i}$ et $\vec{j}$

Exemple : $(2 ; 3)$ est …

VIII Coordonnées du vecteur $k\vec{u}$

$\vec{u}$ a pour coordonnées $(x ; y)$

dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ $\Leftrightarrow$ $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$

$k\vec{u} = k(x\vec{i} + y\vec{j}) = k(x\vec{i}) + k(y\vec{j}) = (kx)\vec{i} + (ky)\vec{j}$

On peut écrire : $k\vec{u} = k(x ; y) = (kx ; ky)$

avec $k(x ; y) = k(x\vec{i} + y\vec{j})$

mais on n'écrit plus $\vec{i}$ et $\vec{j}$

Exemple : $(2 ; 3)$ sont des coordonnées

mais est ...

VIII Coordonnées du vecteur $k\,\vec{u}$

$\vec{u}$ a pour coordonnées $(x ; y)$

dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ $\Leftrightarrow$ $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$

$k\,\vec{u} = k (x\vec{i} + y\vec{j}) = k (x\vec{i}) + k (y\vec{j}) = (kx)\,\vec{i} + (ky)\,\vec{j}$

On peut écrire : $k\,\vec{u} = k(x ; y) = (kx ; ky)$

avec $k(x ; y) = k (x\vec{i} + y\vec{j})$

mais on n'écrit plus $\vec{i}$ et $\vec{j}$

Exemple : $(2 ; 3)$ sont des coordonnées

mais est le **vecteur** $2\,\vec{i} + 3\,\vec{j}$

VIII Coordonnées du vecteur $k\,\vec{u}$

$\vec{u}$ a pour coordonnées $(x\,;\,y)$

dans un repère $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j})$ $\Leftrightarrow$ $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

$k\,\vec{u} = k\,(x\,\vec{i} + y\,\vec{j}) = k\,(x\,\vec{i}) + k\,(y\,\vec{j}) = (kx)\,\vec{i} + (ky)\,\vec{j}$

On peut écrire : $k\,\vec{u} = k(x\,;\,y) = (kx\,;\,ky)$

$$\boxed{k\,\vec{u} = k \begin{pmatrix} x \\ \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k\,x \\ \\ k\,y \end{pmatrix}}$$

(par convention on n'écrit plus $\vec{i}$ et $\vec{j}$)

Application

$\vec{u}$ (- 3 ; 2) dans un repère.

Déterminez les coordonnées de $- 4 \vec{u}$

Application

$\vec{u}$ (- 3 ; 2) dans un repère.

Déterminez les coordonnées de **$-4\vec{u}$**

$$-4\vec{u} = -4\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4(-3) \\ -4(2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -8 \end{pmatrix}$$

IX Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$

$\overrightarrow{u}$ a pour coordonnées (x ; y) dans un repère (O ; $\overrightarrow{i}$; $\overrightarrow{j}$) $\Leftrightarrow$ …

IX Coordonnées du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$

$\vec{u}$ a pour coordonnées $(x ; y)$ dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j}) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ idem $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$

$\vec{u} + \vec{v} = \dots$

IX Coordonnées du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$

$\vec{u}$ a pour coordonnées $(x ; y)$ dans un repère

$(O ; \vec{i} ; \vec{j}) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ idem $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$

$\vec{u} + \vec{v} = (x\vec{i} + y\vec{j}) + (x'\vec{i} + y'\vec{j}) = \ldots$

IX Coordonnées du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$

$\vec{u}$ a pour coordonnées $(x ; y)$ dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ $\Leftrightarrow$ $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ idem $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$

$\vec{u} + \vec{v} = (x\vec{i} + y\vec{j}) + (x'\vec{i} + y'\vec{j}) = (x + x')\vec{i} + (y + y')\vec{j}$

IX Coordonnées du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$

$\vec{u}$ a pour coordonnées $(x ; y)$ dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j}) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ idem $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$

$\vec{u} + \vec{v} = (x\vec{i} + y\vec{j}) + (x'\vec{i} + y'\vec{j}) = (x + x')\vec{i} + (y + y')\vec{j}$

On peut écrire (par convention on n'écrit plus $\vec{i}$ et $\vec{j}$) :

$\vec{u} + \vec{v} = (x ; y) + (x' ; y') = (x + x' ; y + y')$

$$\boxed{\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}}$$

Application

$\vec{u}$ (- 3 ; 2) et $\vec{v}$ (5 ; 1) dans un repère.

Déterminez les coordonnées de **$\vec{u} + 2\vec{v}$**

Application

$\vec{u}\,(-3\,;\,2)$ et $\vec{v}\,(5\,;\,1)$ dans un repère.

Déterminez les coordonnées de $\mathbf{\vec{u} + 2\vec{v}}$

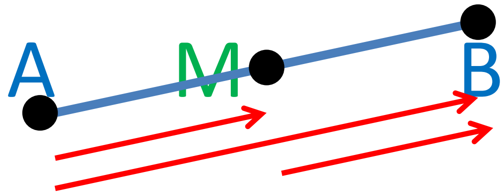
$$\vec{u} + 2\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ \\ 2 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 5 \\ \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-3) + 2\times 5 \\ \\ 2 + 2\times 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ \\ 4 \end{pmatrix}$$

X Coordonnées du milieu d’un segment

M milieu de [AB] $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{\ldots}$

X Coordonnées du milieu d'un segment

M milieu de [AB] $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB}$

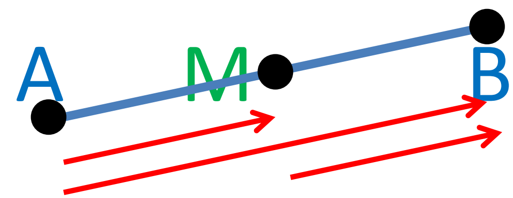


J'ai aussi $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$

Pourquoi je préfère utiliser la précédente ?

X Coordonnées du milieu d'un segment

M milieu de [AB] $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$



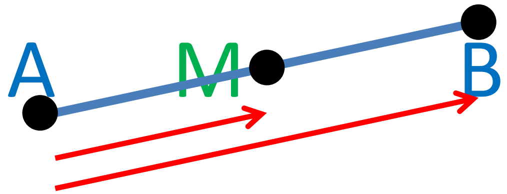
J'ai aussi $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$

Pourquoi je préfère utiliser la précédente ?

Car je cherche les coordonnées du point M, et qu'il vaut mieux l'avoir écrit **une seule fois** dans l'équation vectorielle au lieu de **deux**.

X Coordonnées du milieu d'un segment

M milieu de [AB] $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

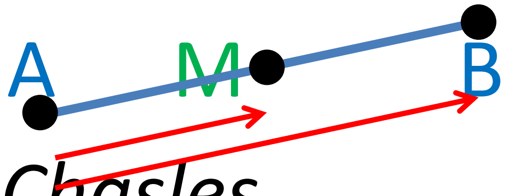


$\Leftrightarrow$ A… = ½ (A…)

X Coordonnées du milieu d'un segment

M milieu de [AB] $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB})$



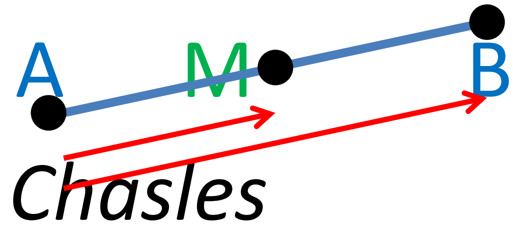
Chasles

X Coordonnées du milieu d'un segment

M milieu de [AB] $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

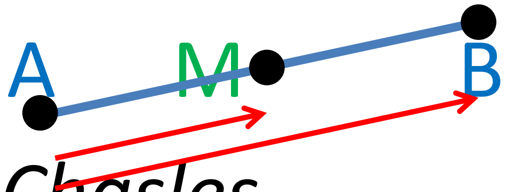
$\Leftrightarrow \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}\right)$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AO} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$ …



X Coordonnées du milieu d'un segment

M milieu de [AB] $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

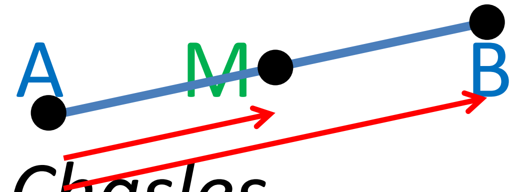


$\Leftrightarrow \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB})$ *Chasles*

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AO} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{AO} = \ldots$

X Coordonnées du milieu d'un segment

M milieu de [AB] $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB}$



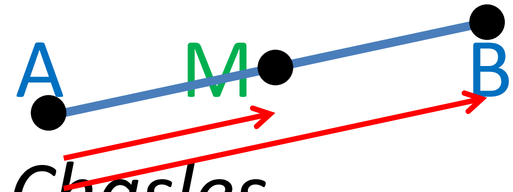
$\Leftrightarrow \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\,(\,\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}\,)$ *Chasles*

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AO} + \frac{1}{2}\,\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{AO} = -\,\frac{1}{2}\,\overrightarrow{AO} + \frac{1}{2}\,\overrightarrow{OB}$

$= \ldots$

X Coordonnées du milieu d'un segment

M milieu de [AB] $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$



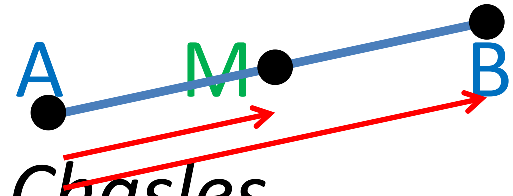
$\Leftrightarrow \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}\right)$ *Chasles*

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AO} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{AO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AO} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$

$= \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \ldots$

X Coordonnées du milieu d'un segment

M milieu de [AB] $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB}$



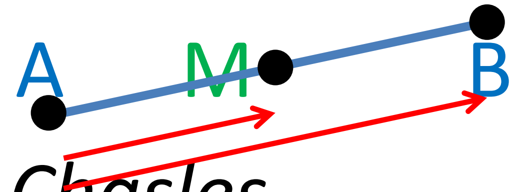
$\Leftrightarrow \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\,(\,\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}\,)$ *Chasles*

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AO} + \frac{1}{2}\,\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{AO} = -\,\frac{1}{2}\,\overrightarrow{AO} + \frac{1}{2}\,\overrightarrow{OB}$

$= \frac{1}{2}\,\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\,\overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\,(\,\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\,)$

X Coordonnées du milieu d’un segment

M milieu de [AB] $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$



$\Leftrightarrow \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} \right)$ *Chasles*

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AO} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{AO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AO} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$

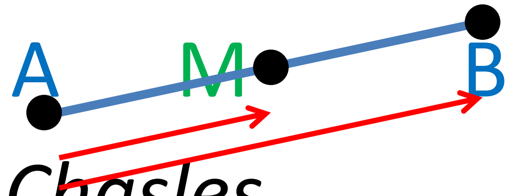
$= \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \right)$

Donc

$$\begin{pmatrix} x_M \\ \\ y_M \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\left(\begin{pmatrix} x_A \\ \\ y_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_B \\ \\ y_B \end{pmatrix} \right) = \dots$$

X Coordonnées du milieu d'un segment

M milieu de [AB] $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$



$\Leftrightarrow \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB})$ *Chasles*

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AO} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{AO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AO} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$

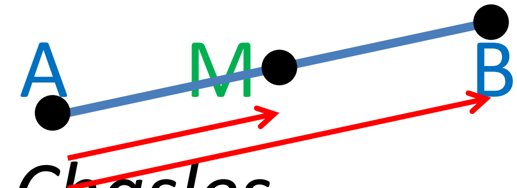
$= \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$

Donc

$$\begin{pmatrix} x_M \\ y_M \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\left(\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix} \right) = \ldots$$

X Coordonnées du milieu d'un segment

M milieu de [AB] $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB}$



$\Leftrightarrow \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\,(\,\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}\,)$ *Chasles*

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AO} + \frac{1}{2}\,\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{AO} = -\frac{1}{2}\,\overrightarrow{AO} + \frac{1}{2}\,\overrightarrow{OB}$ 2

$= \frac{1}{2}\,\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\,\overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\,(\,\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\,)$

Donc

$$\boxed{\begin{pmatrix} x_M \\ \\ y_M \end{pmatrix}} = \frac{1}{2}\left(\begin{pmatrix} x_A \\ \\ y_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_B \\ \\ y_B \end{pmatrix} \right) = \boxed{\begin{pmatrix} \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ \\ \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{pmatrix}}$$

Application

D (- 5 ; 4) et F (3 ; 2) dans un repère.

Déterminez les coordonnées du milieu **G** de **[DF]**.

Application

D (- 5 ; 4) et F (3 ; 2) dans un repère.

Déterminez les coordonnées du milieu **G** de **[DF]**.

$$G\begin{pmatrix} \dfrac{x_D + x_F}{2} \\ \\ \dfrac{y_D + y_F}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{(-5) + 3}{2} \\ \\ \dfrac{4 + 2}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ \\ 3 \end{pmatrix}$$