II Fonction carré

1°) Définition :

Elle est définie par …

II Fonction carré

1°) Définition :

Elle est définie par $f(x) = x^2$

II Fonction carré

1°) Définition :

Elle est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$

Exercice : cette fonction est-elle la fonction carré ?

x	5	- 6	$1 - \sqrt{2}$	$10^{000000000001}$	10^{-2}
g(x)	25	36	$3 - 2\sqrt{2}$	$10^{000000000002000000000001}$	10^{4}

séquences de 11 chiffres 0

Exercice :

Si la fonction g est la fonction carré, alors …

x	5	- 6	$1 - \sqrt{2}$	1000000000001	10^{-2}
g(x)	25	36	$3 - 2\sqrt{2}$	1000000000002000000000001	10^{4}

Exercice :

Si la fonction g est la fonction carré, alors $g(x) = x^2$ pour tous les x !

x	5	- 6	$1 - \sqrt{2}$	1000000000001	10^{-2}
g(x)	25	36	$3 - 2\sqrt{2}$	1000000000002000000000001	10^4

Exercice :

Si la fonction g est la fonction carré, alors $g(x) = x^2$ pour tous les x !

x	5	- 6	$1 - \sqrt{2}$	1000000000001	10^{-2}
g(x)	25	36	$3 - 2\sqrt{2}$	1000000000002000000000001	10^4

$5^2 = 25$ **$(- 6)^2 = 36$** OK pour ces exemples.

Exercice :

Si la fonction g est la fonction carré, alors $g(x) = x^2$ pour tous les x !

x	5	- 6	$1 - \sqrt{2}$	1000000000001	10^{-2}
g(x)	25	36	$3 - 2\sqrt{2}$	1000000000002000000000001	10^4

$5^2 = 25$ **$(- 6)^2 = 36$** OK pour ces exemples.

La calculatrice pour $(1 - \sqrt{2})^2$ m'affiche $3 - 2\sqrt{2}$ Est-ce une preuve que $(1 - \sqrt{2})^2 = 3 - 2\sqrt{2}$?

Exercice :

Si la fonction g est la fonction carré, alors $g(x) = x^2$ pour tous les x !

x	5	- 6	$1 - \sqrt{2}$	1000000000001	10^{-2}
g(x)	25	36	$3 - 2\sqrt{2}$	1000000000002000000000001	10^4

$5^2 = 25$ **$(- 6)^2 = 36$** OK pour ces exemples.

La calculatrice pour $(1 - \sqrt{2})^2$ m'affiche $3 - 2\sqrt{2}$ Est-ce une preuve que $(1 - \sqrt{2})^2 = 3 - 2\sqrt{2}$? Non, car je ne peux prouver ce qu'elle a fait.

Exercice :

Si la fonction g est la fonction carré, alors $g(x) = x^2$ pour tous les x !

x	5	- 6	$1 - \sqrt{2}$	1000000000001	10^{-2}
g(x)	25	36	$3 - 2\sqrt{2}$	1000000000002000000000001	10^4

$5^2 = 25$ **$(- 6)^2 = 36$** OK pour ces exemples.

La calculatrice pour $(1 - \sqrt{2})^2$ m'affiche $3 - 2\sqrt{2}$ Est-ce une preuve que $(1 - \sqrt{2})^2 = 3 - 2\sqrt{2}$? Non, car je ne peux prouver ce qu'elle a fait.

$$(1 - \sqrt{2})^2 = 1^2 - 2\times1\times\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 1 - 2\sqrt{2} + 2 = 3 - 2\sqrt{2}$$

OK pour cet exemple.

J'ai utilisé l'identité remarquable n° 3 : **$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$**

Exercice :

Si la fonction g est la fonction carré, alors $g(x) = x^2$ pour tous les x !

x	5	- 6	$1 - \sqrt{2}$	1000000000001	10^{-2}
g(x)	25	36	$3 - 2\sqrt{2}$	1000000000002000000000001	10^4

$$(1 - \sqrt{2})^2 = 1^2 - 2\times1\times\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 1 - 2\sqrt{2} + 2 = 3 - 2\sqrt{2}$$

OK pour cet exemple.

J'ai utilisé l'identité remarquable n° 3 : **$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$**

La calculatrice pour $(1000000000001)^2$ m'affiche 1×10^{24} : que doit-on en déduire ?

Exercice :

Si la fonction g est la fonction carré, alors $g(x) = x^2$ pour tous les x !

x	5	- 6	$1 - \sqrt{2}$	1000000000001	10^{-2}
g(x)	25	36	$3 - 2\sqrt{2}$	1000000000002000000000001	10^4

La calculatrice pour $(1000000000001)^2$ m'affiche 1×10^{24} : que doit-on en déduire ?

Elle a fait $1000000000001 \approx 10000000000000$ puis $(10^{12})^2 = 10^{24}$

elle n'a pas eu assez de chiffres à l'écran et en mémoire donc elle a dû arrondir le nombre de départ.

Son résultat est donc une réponse arrondie, donc non exacte., donc on ne peut même pas se baser sur la réponse de Casio.

Exercice :

Si la fonction g est la fonction carré, alors $g(x) = x^2$ pour tous les x !

x	5	- 6	$1 - \sqrt{2}$	1000000000001	10^{-2}
g(x)	25	36	$3 - 2\sqrt{2}$	1000000000002000000000001	10^4

La calculatrice pour $(1000000000001)^2$ m'affiche 1×10^{24} :

Elle a fait $1000000000001 \approx 1000000000000$ puis $(10^{12})^2 = 10^{24}$

elle n'a pas eu assez de chiffres à l'écran et en mémoire donc elle a dû arrondir le nombre de départ.

$1000000000001^2 = (10^{12} + 1)^2$

$= (10^{12})^2 + 2\,(1)\,(10^{12}) + (1)^2$ car $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$= 10^{24} + 2\times10^{12} + 1$

$= 1000000000002000000000001$ OK pour cet exemple.

Exercice :

Si la fonction g est la fonction carré, alors $g(x) = x^2$ pour tous les x !

x	5	- 6	$1 - \sqrt{2}$	1000000000001	10^{-2}
g(x)	25	36	$3 - 2\sqrt{2}$	1000000000002000000000001	~~10^{-4}~~

$1000000000001^2 = (10^{12} + 1)^2$

$= (10^{12})^2 + 2\,(1)\,(10^{12}) + (1)^2$ car $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$= 10^{24} + 2\times10^{12} + 1$

$= 1000000000002000000000001$ OK pour cet exemple.

$(10^{-2})^2 = 10^{-2 \times 2} = 10^{-4} \neq 10^4$ NON pour cet exemple.

Réponse : g n'est pas la fonction carré

(la courbe de g ne passe que par 4 points sur 5 de la courbe de la fonction carré).

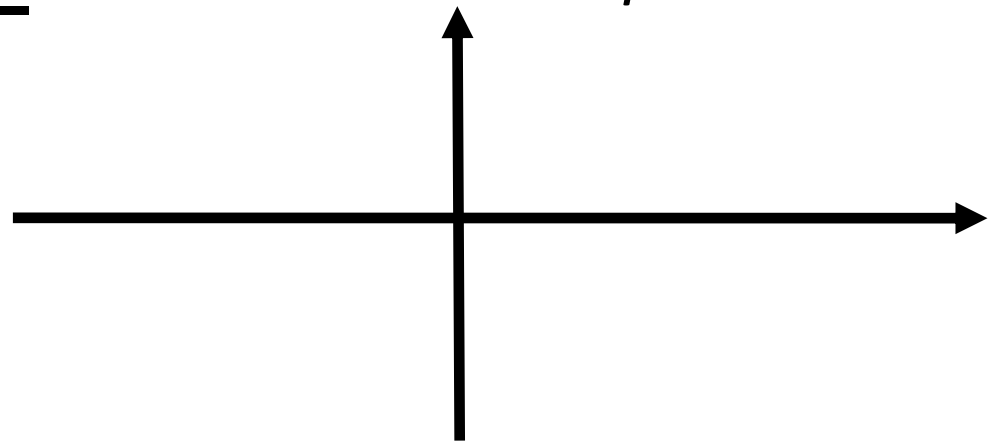
II Fonction carré

1°) Définition :

Elle est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$

2°) Courbe représentative : *échelle 1 carreau par unité*

x	- 2	- 1	0	1	2
f(x)					

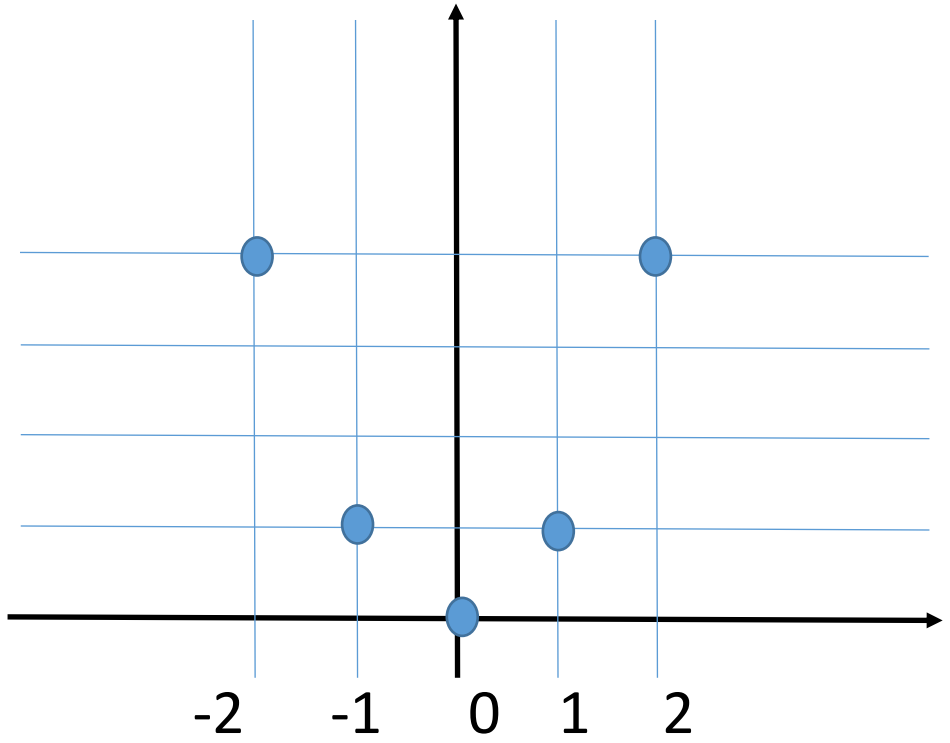


2°) Courbe représentative :

x	- 2	- 1	0	1	2
f(x)	4	1	0	1	4

2°) Courbe représentative :

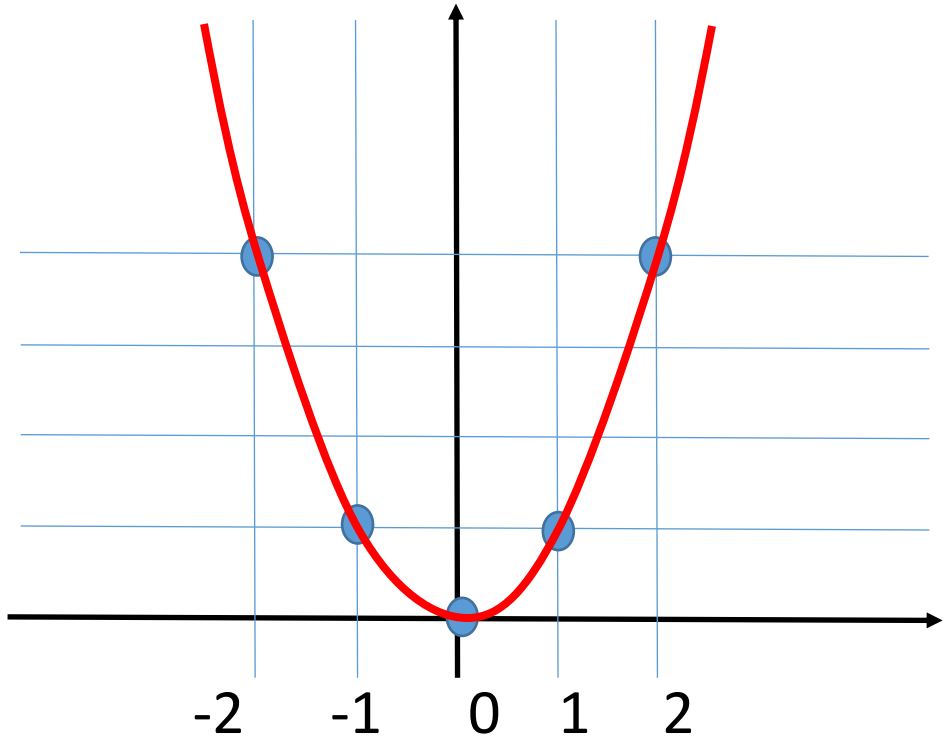
x	- 2	- 1	0	1	2
f(x)	4	1	0	1	4



2°) <u>Courbe représentative</u> :

Elle s'appelle « **parabole** ».

x	- 2	- 1	0	1	2
f(x)	4	1	0	1	4



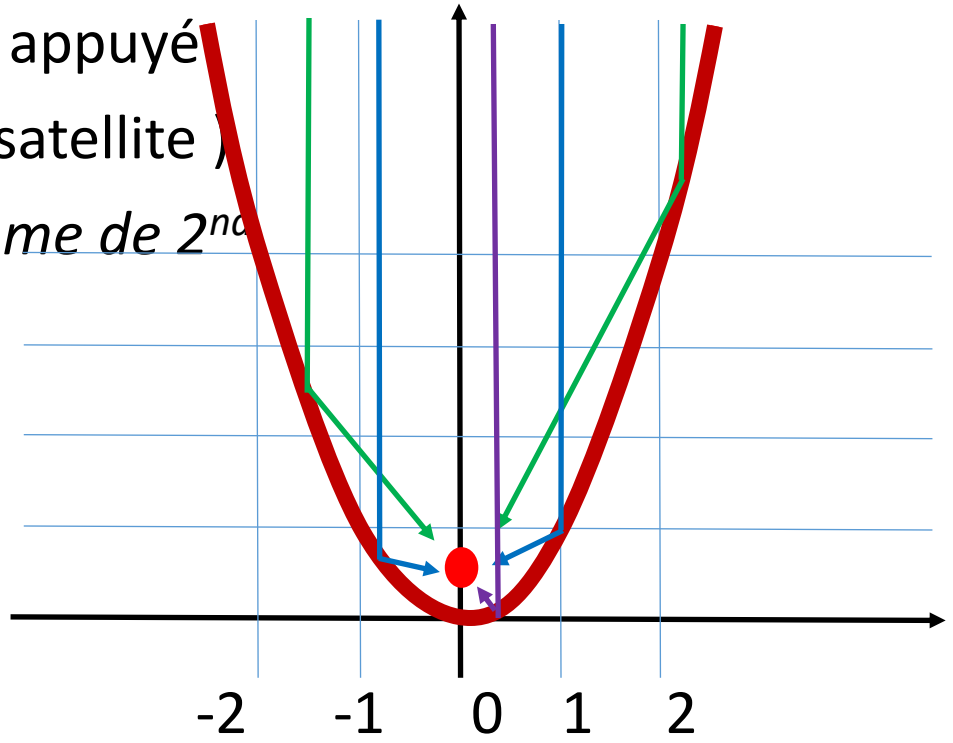
2°) Courbe représentative :

Elle s'appelle « **parabole** ».

x	- 2	- 1	0	1	2
f(x)	4	1	0	1	4

(comme pour la TV, car elle a comme propriété que tous les rayons lui arrivant sont réfléchis en un unique point appuyé **foyer** où l'on peut récupérer le signal envoyé par le satellite)

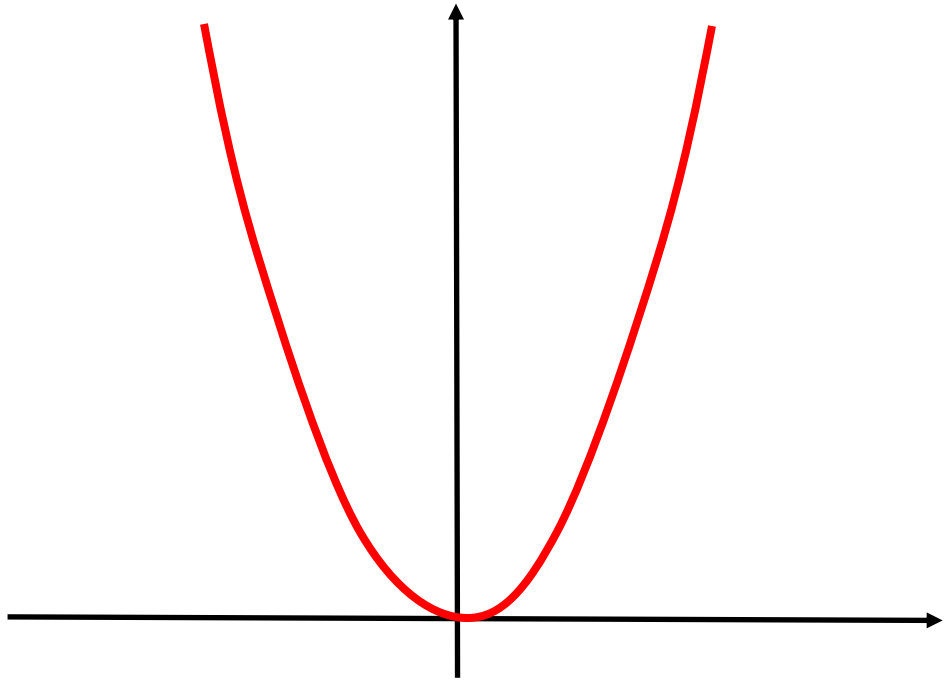
cette propriété mathématique n'est pas au programme de 2nd



2°) Courbe représentative : Elle s'appelle « **parabole** ».

3°) Propriétés :

…

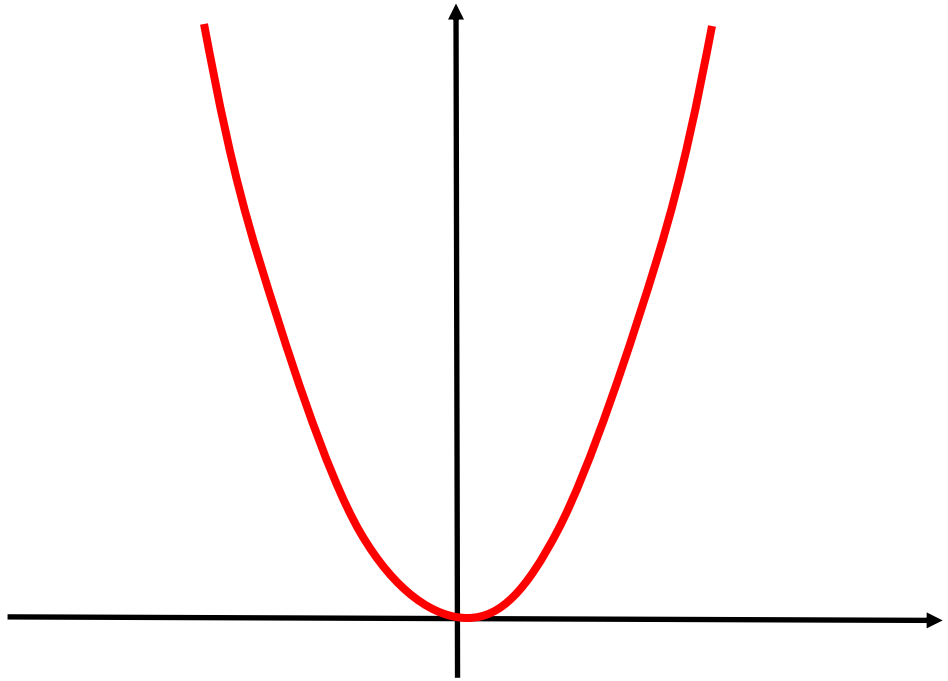


2°) Courbe représentative : Elle s'appelle « **parabole** ».

x	- 2	- 1	0	1	2
f(x)	4	1	0	1	4

3°) Propriétés :

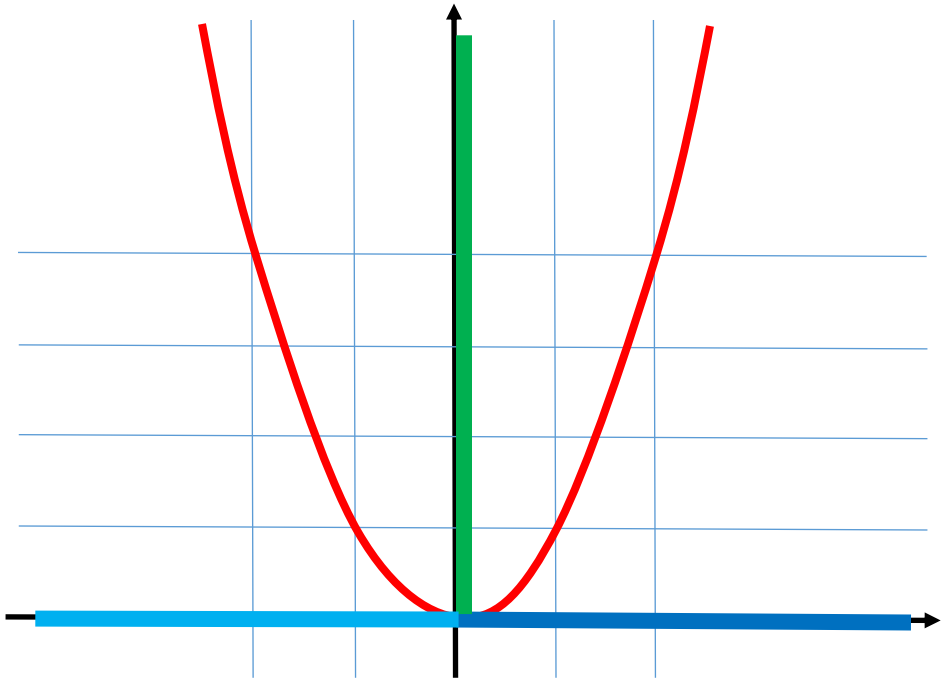
$x^2 \geq 0$ pour tous les x de $\mathbb{R}$



3°) Propriétés :

$x^2 \geq 0$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

x	- 2	- 1	0	1	2
f(x)	4	1	0	1	4



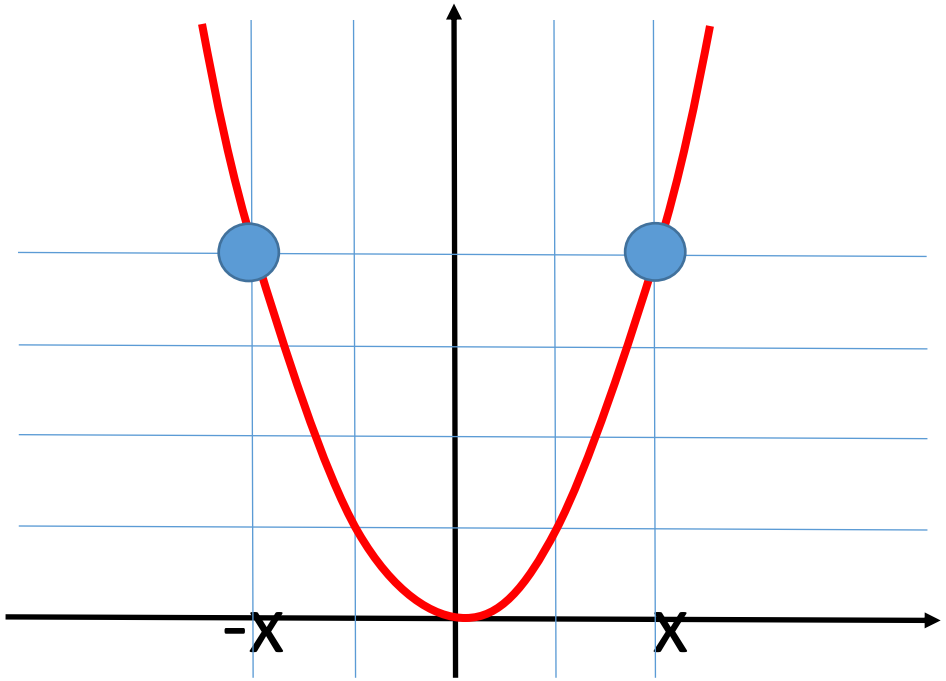
3°) Propriétés :

$x^2 \geq 0$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

$(-x)^2 = x^2$

Les deux points …

x	- 2	- 1	0	1	2
f(x)	4	1	0	1	4



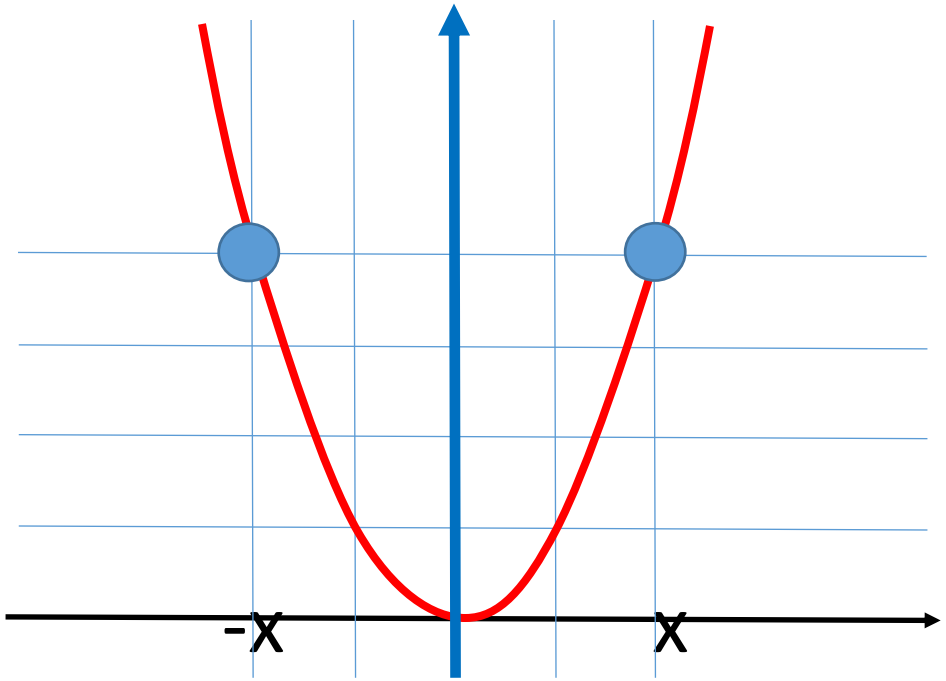
3°) Propriétés :

x	- 2	- 1	0	1	2
f(x)	4	1	0	1	4

$x^2 \geq 0$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

$(-x)^2 = x^2$

Les deux points sont symétriques par rapport à l'axe y. La propriété est vraie pour tous les réels, donc …



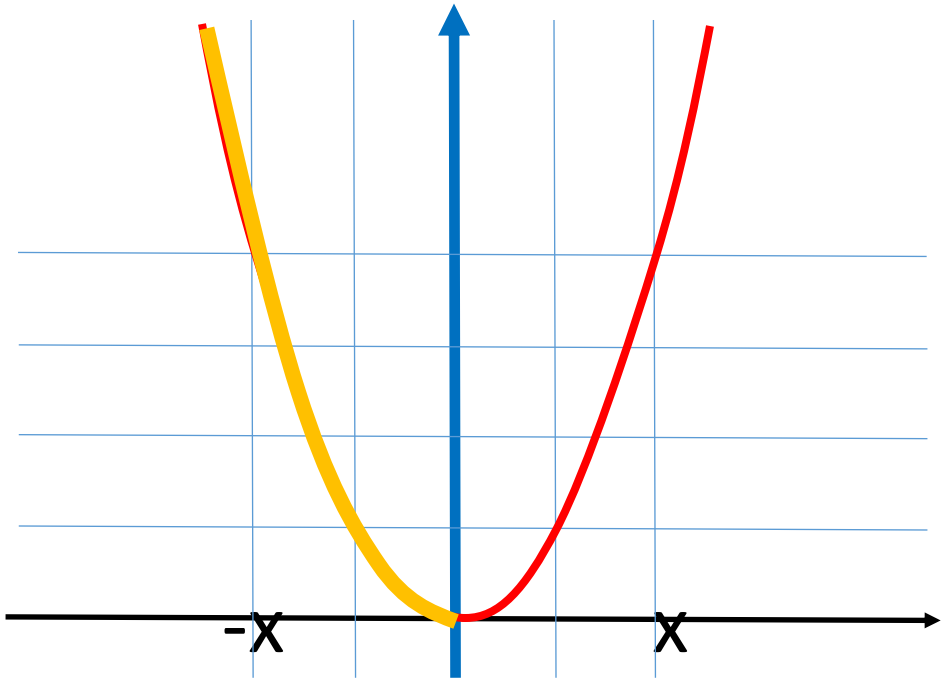
3°) Propriétés :

x	- 2	- 1	0	1	2
f(x)	4	1	0	1	4

$x^2 \geq 0$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

$(-x)^2 = x^2$

Les deux points sont symétriques par rapport à l'axe y. La propriété est vraie pour tous les réels, donc la parabole est symétrique par rapport à l'axe y et la fonction est paire.



3°) Propriétés :

x	- 2	- 1	0	1	2
f(x)	4	1	0	1	4

$x^2 \geq 0$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

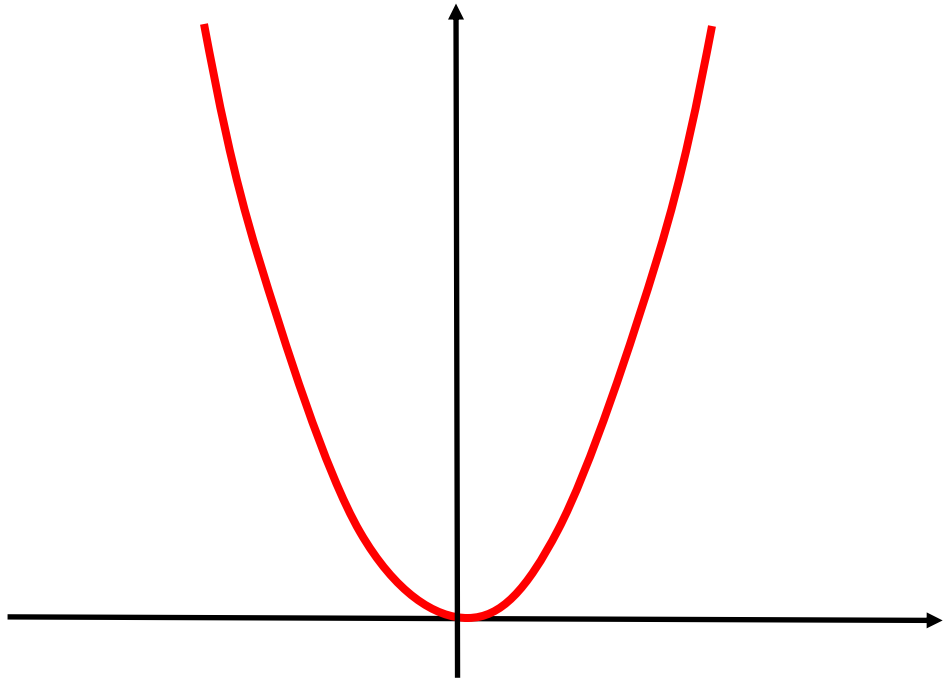
$(-x)^2 = x^2$ $\Leftrightarrow$ la parabole est symétrique par rapport à l'axe y.

Analyse de la fonction :

1)

2)

…



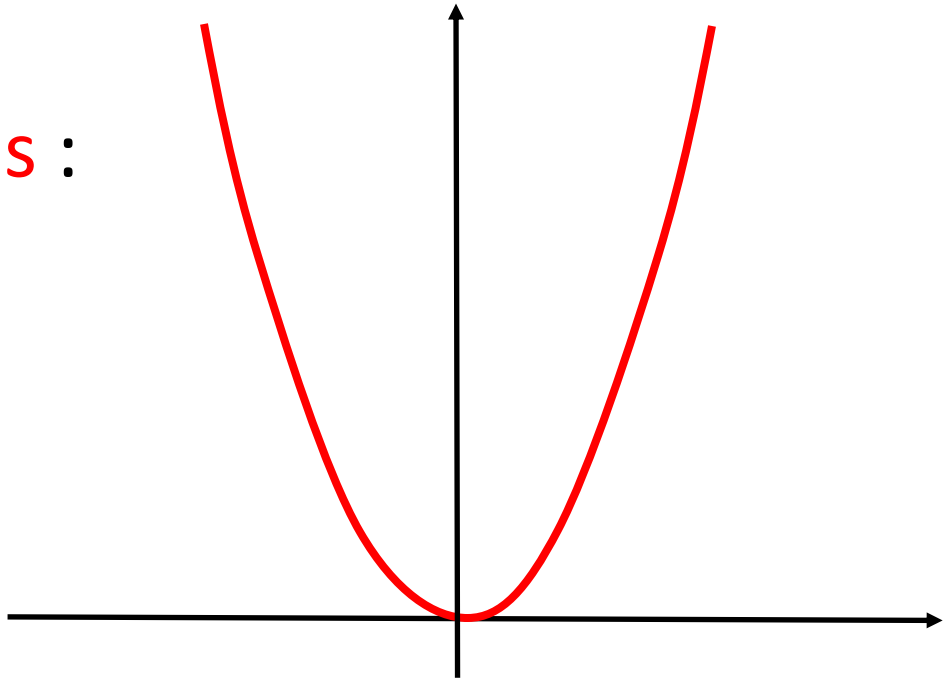
3°) Propriétés :

$x^2 \geq 0$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

$(-x)^2 = x^2$ $\Leftrightarrow$ la parabole est symétrique par rapport à l'axe y.

Analyse de la fonction pour tous les réels :

1) variations
2) signes
3) extremums



$x^2 \geq 0$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

$(-x)^2 = x^2$ $\Leftrightarrow$ la parabole est symétrique par rapport à l'axe y.

Analyse de la fonction :

1) variations

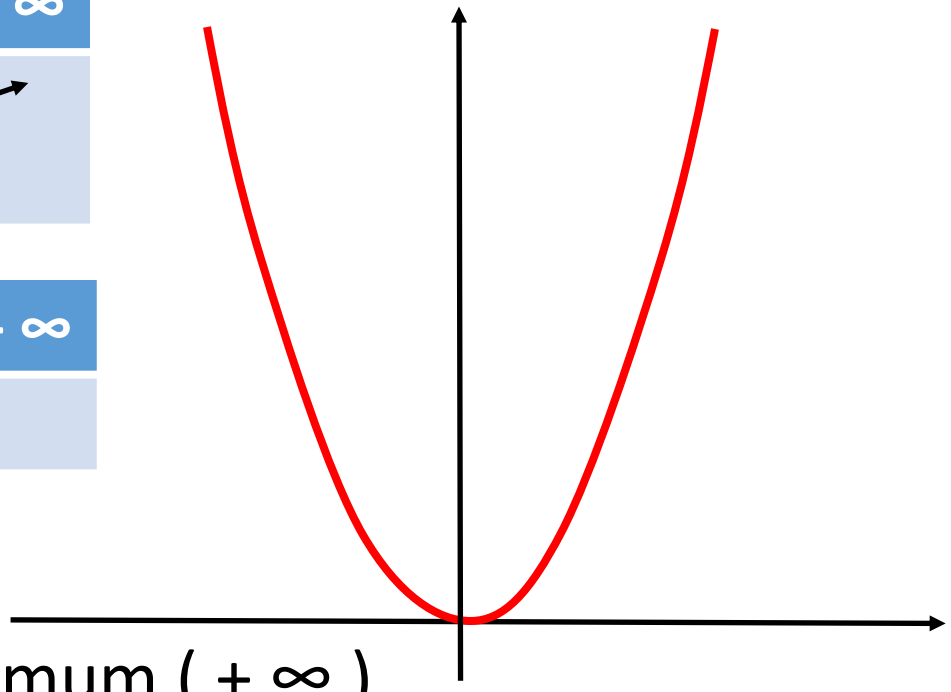
x	$-\infty$		0		$+\infty$
f(x)		↘	0	↗	

2) signes

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f(x)		+	0	+	

3) extremums

minimum 0 atteint en 0 pas de maximum ($+\infty$)

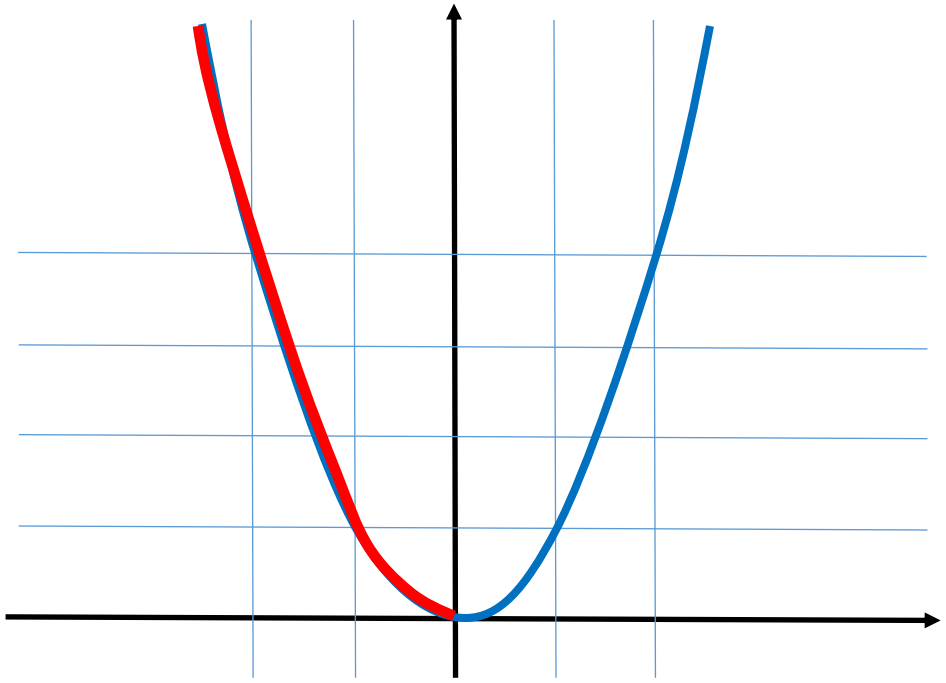


Démonstration du sens de variation (déjà vue au chapitre 4)

D'après la courbe, pour tous les x de IR, la fonction semble strictement décroissante sur] - ∞ ; 0] (que l'on notera $\mathbb{R}^-$) et strictement croissante sur [0 ; + ∞ [(que l'on notera $\mathbb{R}^+$).

Démonstration :

x	- ∞	0	+ ∞
f(x)	↘	0	↗



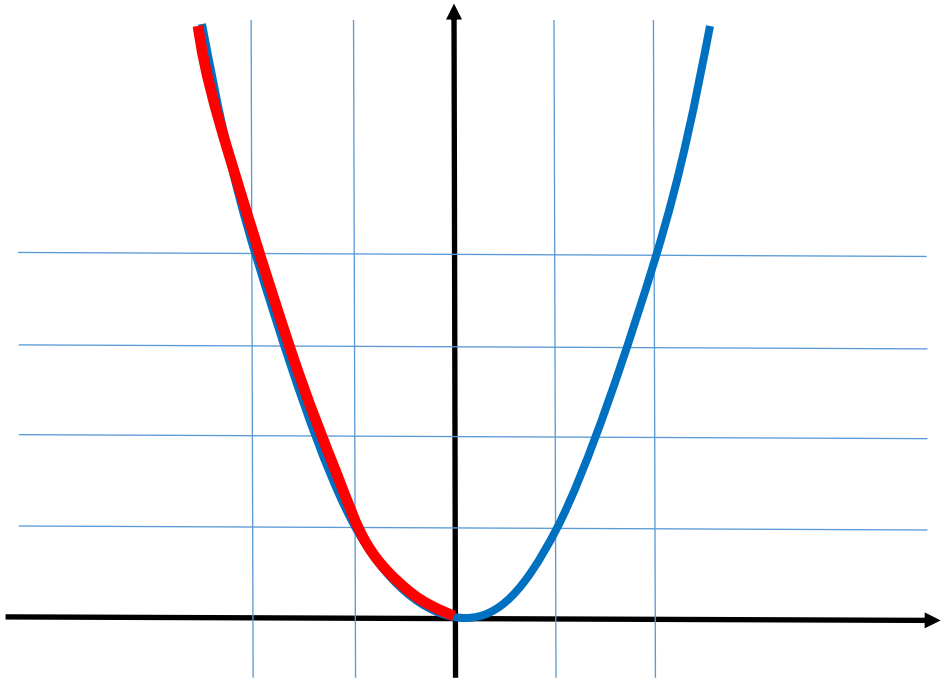
Démonstration du sens de variation (déjà vue au chapitre 4)

D'après la courbe, pour tous les x de $\mathbb{R}$, la fonction semble strictement décroissante sur] - ∞ ; 0] (que l'on notera $\mathbb{R}^-$) et strictement croissante sur [0 ; + ∞ [(que l'on notera $\mathbb{R}^+$).

Démonstration : Soient a et b deux antécédents quelconques de $\mathbb{R}^-$ tels que $a < b$.

$f(b) - f(a) = b^2 - a^2 = (b - a) (b + a)$

x	- ∞	0	+ ∞
f(x)	↘	0	↗



Démonstration du sens de variation (déjà vue au chapitre 4)

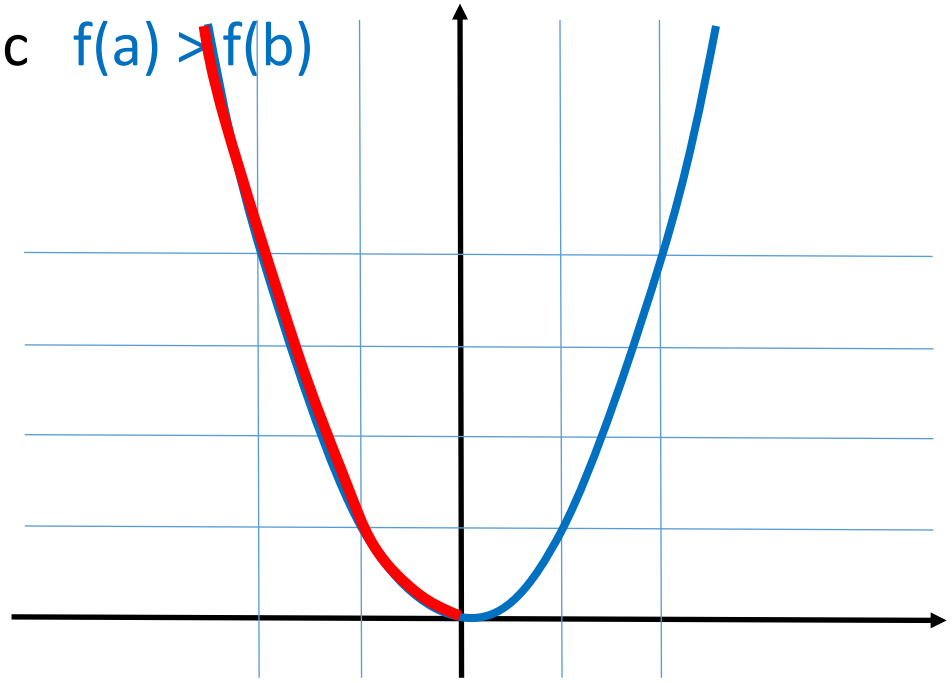
D'après la courbe, pour tous les x de $\mathbb{R}$, la fonction semble strictement décroissante sur $]-\infty ; 0]$ (que l'on notera $\mathbb{R}^-$) et strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$ (que l'on notera $\mathbb{R}^+$).

Démonstration : Soient a et b deux antécédents quelconques de $\mathbb{R}^-$ tels que $a < b$.

$f(b) - f(a) = b^2 - a^2 = (b - a)(b + a)$

$b - a > 0$ car $a < b$, et $b + a < 0$ car a et b dans $\mathbb{R}^-$

Donc le produit est négatif, donc $f(b) - f(a) < 0$, donc $f(a) > f(b)$



x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)	↘	0	↗

Démonstration du sens de variation (déjà vue au chapitre 4)

D'après la courbe, pour tous les x de $\mathbb{R}$, la fonction semble strictement décroissante sur $]-\infty ; 0]$ (que l'on notera $\mathbb{R}^-$) et strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$ (que l'on notera $\mathbb{R}^+$).

Démonstration : Soient a et b deux antécédents quelconques de $\mathbb{R}^-$ tels que $a < b$.

$f(b) - f(a) = b^2 - a^2 = (b - a)(b + a)$

$b - a > 0$ car $a < b$, et $b + a < 0$ car a et b dans $\mathbb{R}^-$

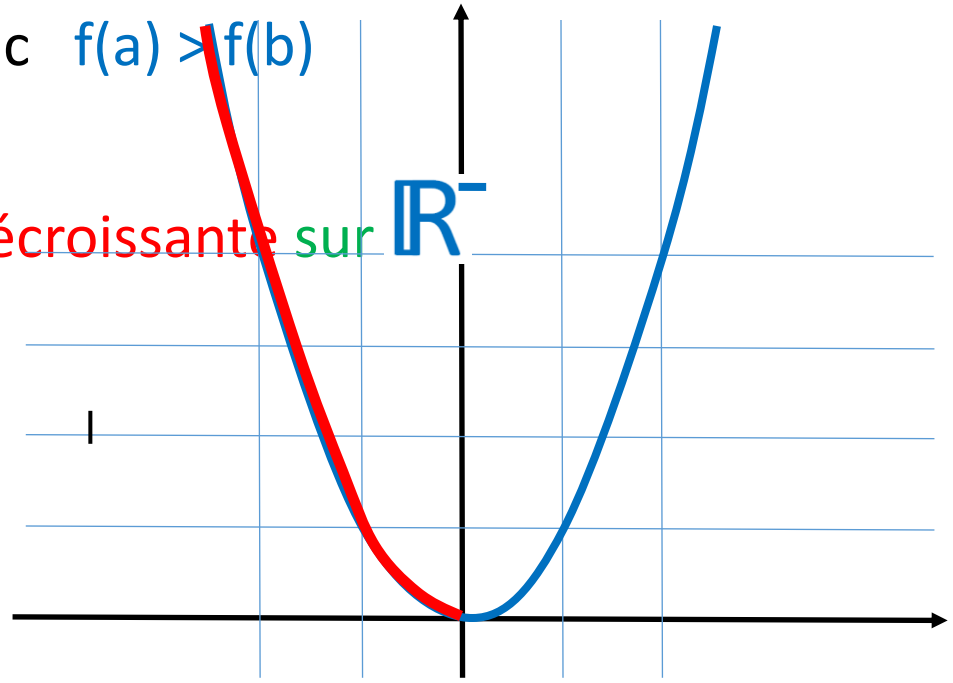
Donc le produit est négatif, donc $f(b) - f(a) < 0$, donc $f(a) > f(b)$

$a < b$

$f(a) > f(b)$

a et b quelconque dans $\mathbb{R}^-$

$\Leftrightarrow$ f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^-$



x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)	↘	0	↗

Démonstration du sens de variation (déjà vue au chapitre 4)

D'après la courbe, pour tous les x de $\mathbb{R}$, la fonction semble strictement décroissante sur] - ∞ ; 0] (que l'on notera $\mathbb{R}^-$) et strictement croissante sur [0 ; + ∞ [(que l'on notera $\mathbb{R}^+$).

Démonstration : Soient a et b deux antécédents quelconques de $\mathbb{R}^-$ tels que $a < b$.

$f(b) - f(a) = b^2 - a^2 = (b - a) (b + a)$

$b - a > 0$ car $a < b$, et $b + a < 0$ car a et b dans $\mathbb{R}^-$

Donc le produit est négatif, donc $f(b) - f(a) < 0$, donc $f(a) > f(b)$

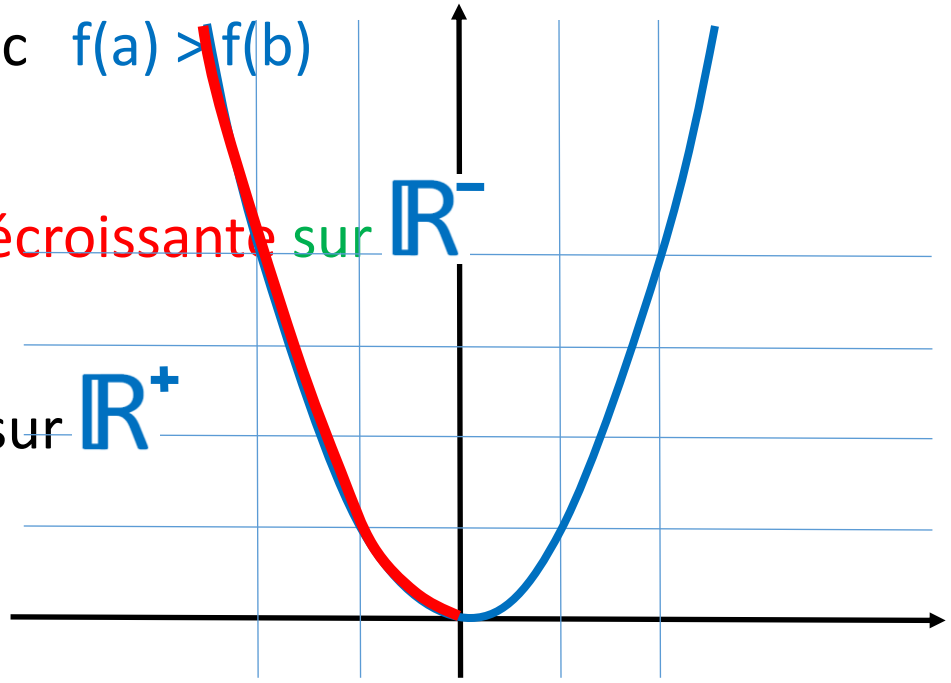
$a < b$

$f(a) > f(b)$

a et b quelconque dans $\mathbb{R}^-$

$\Leftrightarrow$ f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^-$

On démontre de la même façon la croissance stricte sur $\mathbb{R}^+$



x	- ∞	0	+ ∞
f(x)	↘	0	↗