

# Exercice 2

Soient les notes obtenues dans une classe par les élèves, et leur appartenance aux groupes 1 ou 2 :

8(groupe 1), 9(groupe 2), 11(groupe 2), 14(1), 7(2), 11(1), 10(1), 16(1), 13(1), 9(2), 8(2), 12(1), 13(1), 5(2), 14(1), 12(2), 7(1), 12(2), 15(2) et 8(groupe 1).

**1°) Déterminez la moyenne de la série statistique.**

2°) Déterminez la moyenne des deux groupes.

**3°) Déterminez la moyenne de la classe à partir des moyennes des deux groupes.**

4°) Faites le diagramme à bâtons, puis déterminez pour la classe la médiane, le premier quartile et le troisième quartile, et l'écart interquartile.

**5°) Déterminez l'étendue de la série.**

6°) Déterminez les fréquences et mettez les résultats dans un tableau. Placez celles des valeurs 5 et 7 dans un diagramme à bâtons et un diagramme à secteurs.

**7°) Déterminez les fréquences cumulées croissantes, rangez-les dans le tableau précédent, et tracez le diagramme à bâtons.**

8°) Déterminez le mode de la série.

**9°) On regroupe les élèves dans des intervalles :  $[ 0 ; 5 [$ ,  $[ 5 ; 8 [$ ,  $[ 8 ; 10 [$ ,  $[ 10 ; 12 [$ ,  $[ 12 ; 15 [$ , et  $[ 15 ; 20 [$ . Tracez l'histogramme et déterminez la classe modale. Tracez le diagramme à secteurs.**

10°) Les élèves du groupe 1, gênés par des travaux, ont 20 % de plus à leur note ; les élèves du groupe 2, qui ont tous triché, perdent 2 points à leur note. Déterminez de la façon la plus rapide la nouvelle moyenne.

## Exercice 2

Soient les notes obtenues dans une classe par les élèves, et leur appartenance aux groupes 1 ou 2 :

8(groupe 1), 9(groupe 2), 11(groupe 2), 14(1), 7(2), 11(1), 10(1), 16(1), 13(1), 9(2), 8(2), 12(1), 13(1), 5(2), 14(1), 12(2), 7(1), 12(2), 15(2) et 8(groupe 1).

**1°) Déterminez la moyenne de la série statistique.**

**2°) Déterminez la moyenne des deux groupes.**

**3°) Déterminez la moyenne de la classe à partir des moyennes des deux groupes.**

1°) Moyenne de la classe.

$$\mu = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{8 + 9 + 11 + 14 + \dots + 12 + 15 + 8}{20} = \frac{214}{20} = \frac{21,4}{2} = 10,7$$

Remarque :  $\sum n_i x_i = n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_{20} x_{20}$

et les valeurs  $x_i$  ont toutes été données *une par une*,  
donc avec un effectif  $n_i$  de 1,

donc  $\sum n_i x_i = 1 \times 8 + 1 \times 9 + \dots + 1 \times 8 = 8 + 9 + \dots + 8$

2°) Moyenne des deux groupes.

$$\mu_1 = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{8 + 14 + 11 + 10 + 16 + 13 + 12 + 13 + 14 + 7 + 8}{11} = \frac{126}{11}$$

Remarque :  $\mu_1 \approx 11,36$  est une valeur approchée donc inexacte !

2°) Moyenne des deux groupes.

$$\mu_1 = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{8 + 14 + 11 + 10 + 16 + 13 + 12 + 13 + 14 + 7 + 8}{11} = \frac{126}{11}$$

Remarque :  $\mu_1 \approx 11,36$  est une valeur approchée donc inexacte !

$$\mu_2 = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{9 + 11 + 7 + 9 + 8 + 5 + 12 + 12 + 15}{9} = \frac{88}{9}$$

idem  $\mu_2 \approx 9,77$  est inexact !

3°) **Moyenne de la classe** à partir de celles des deux groupes.

$$(N_1) \mu_1 + (N_2) \mu_2$$

$$\mu = \frac{\quad}{\quad}$$

$$N_1 + N_2$$

$$\mu_1 + \mu_2$$

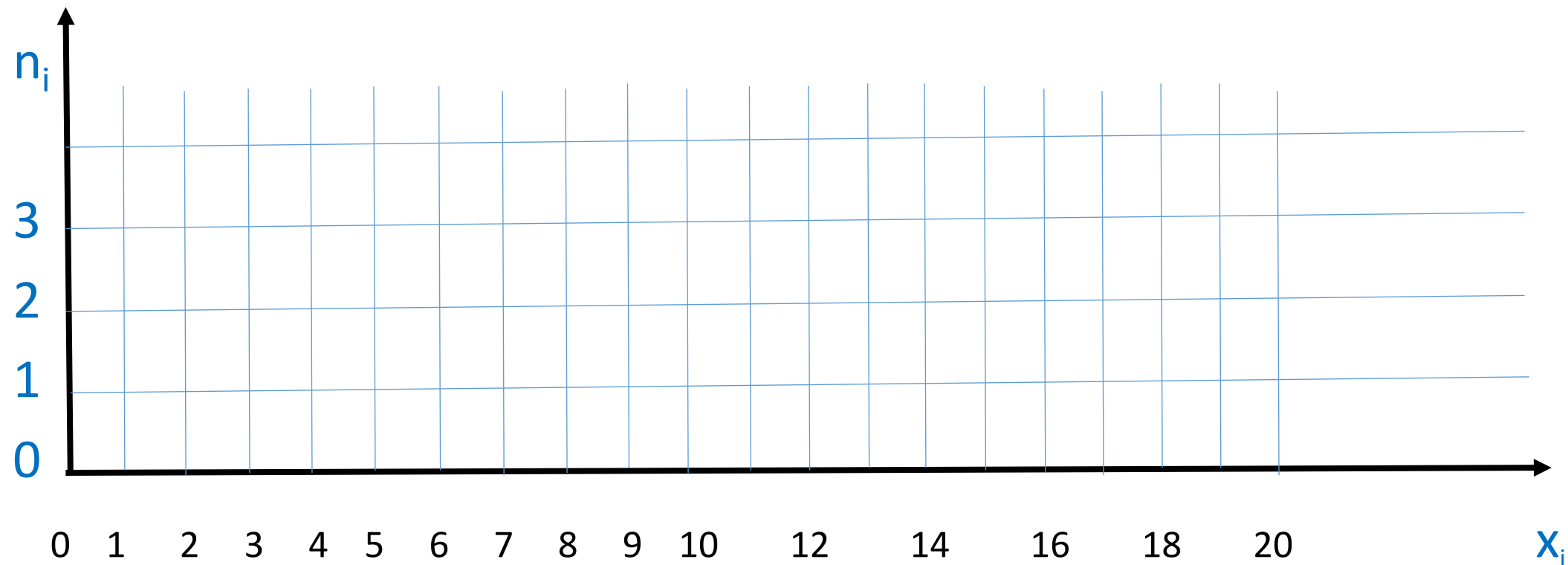
Remarque :  $\mu = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}$  est faux car les deux sous-séries  
n'ont pas le même effectif !

3°) **Moyenne de la classe** à partir de celles des deux groupes.

$$\mu = \frac{(N_1) \mu_1 + (N_2) \mu_2}{N_1 + N_2} = \frac{11 \cdot \frac{126}{11} + 9 \cdot \frac{88}{9}}{11 + 9} = \frac{126 + 88}{20} = \frac{214}{20} = 10,7$$

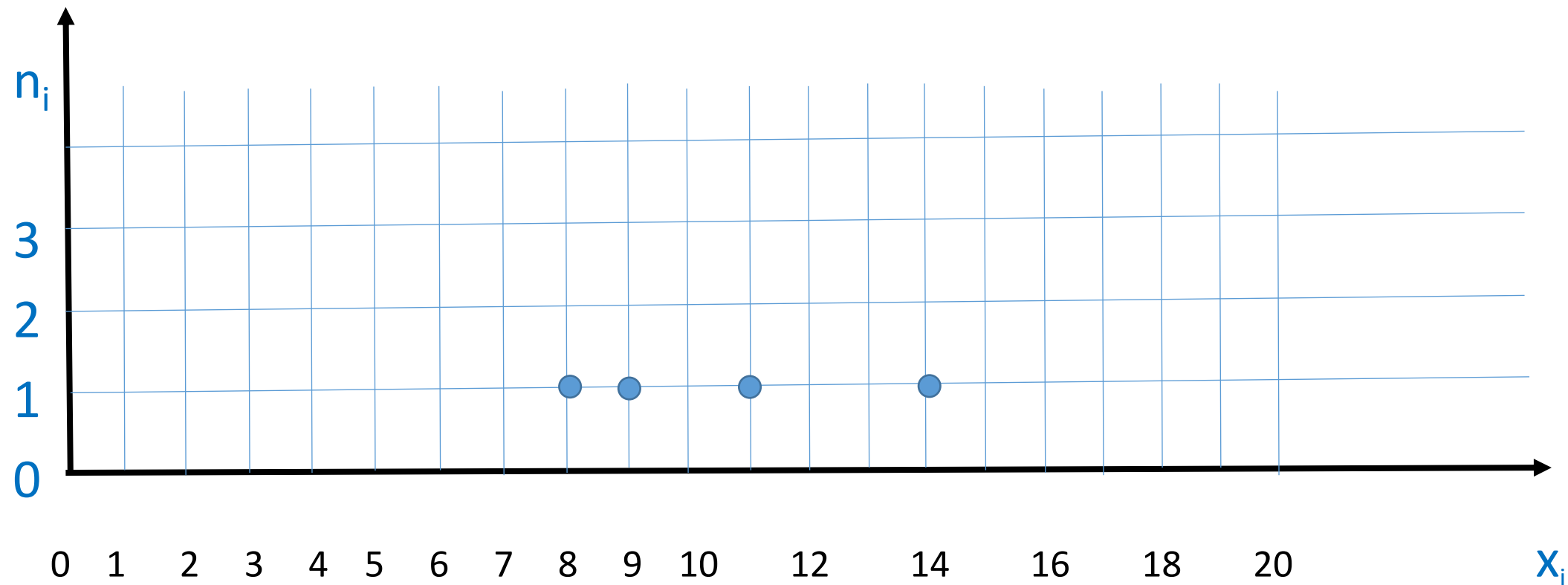
Remarque :  $\mu = \frac{N_1 + N_2}{2} \cdot \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}$  est faux car les deux sous-séries n'ont pas le même effectif !

4°) Diagramme en bâtons ( rien n'est indiqué, donc il s'agit de celui des effectifs, et la question 6° demande un diagramme des fréquences ) :

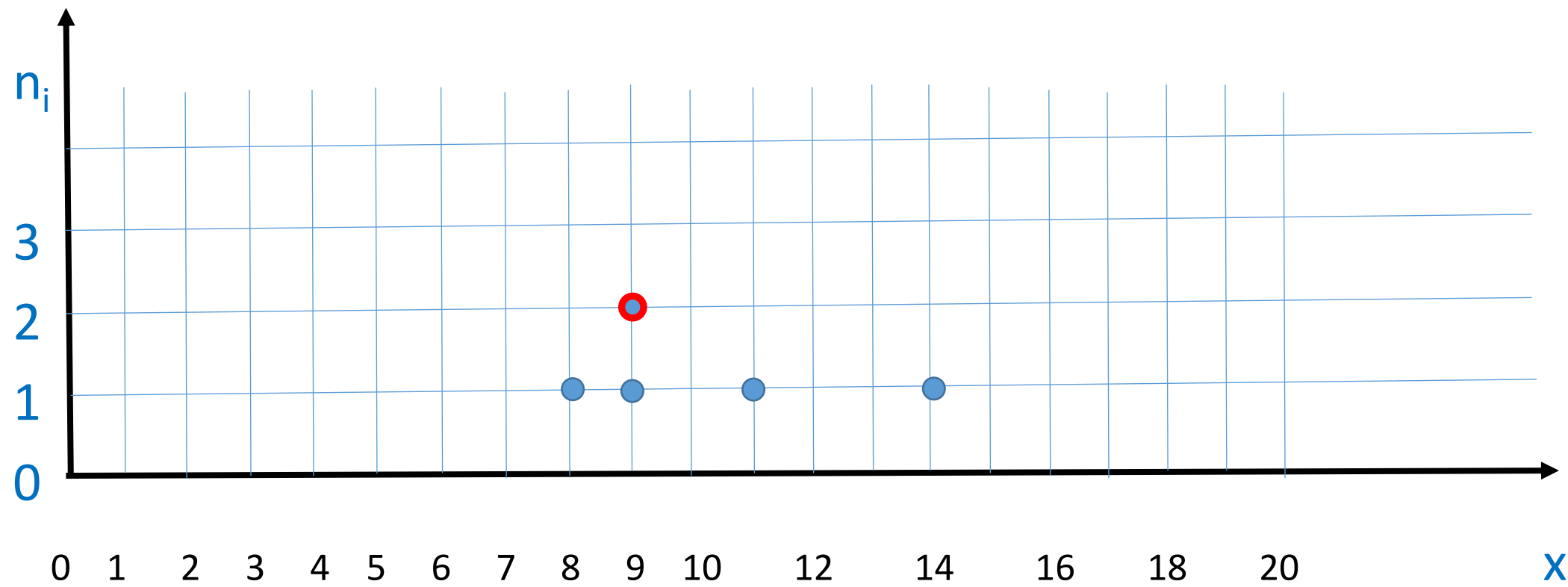




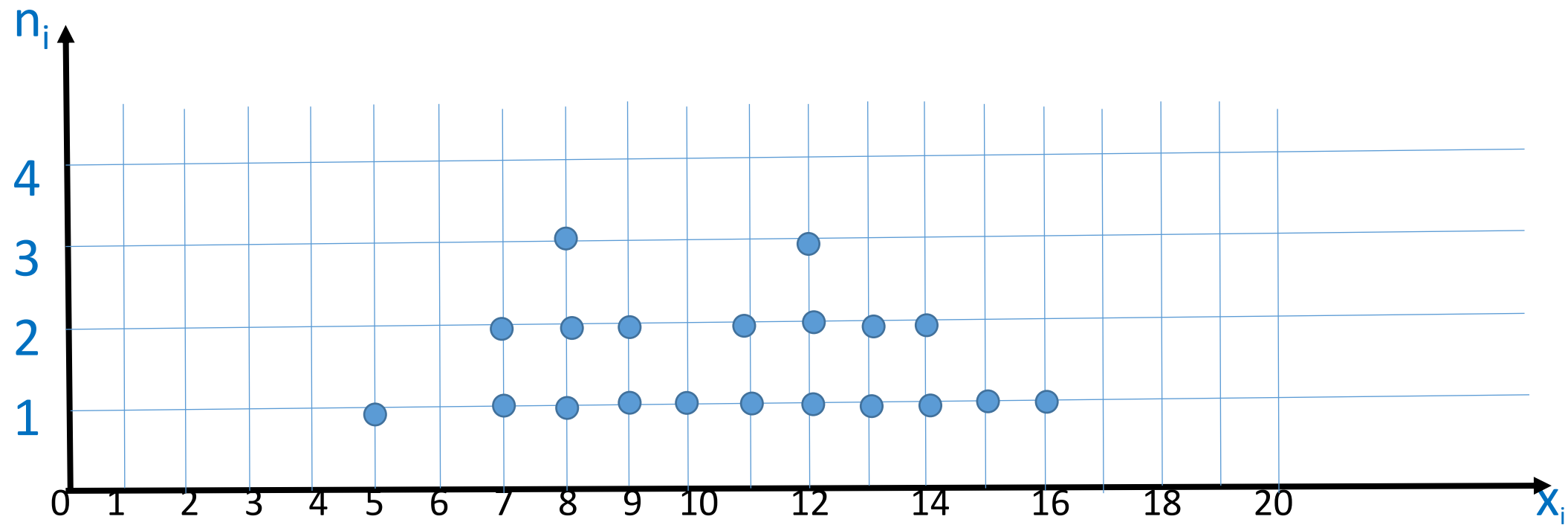
On prend la liste des valeurs, et on les place dans le graphe en effectif 1.



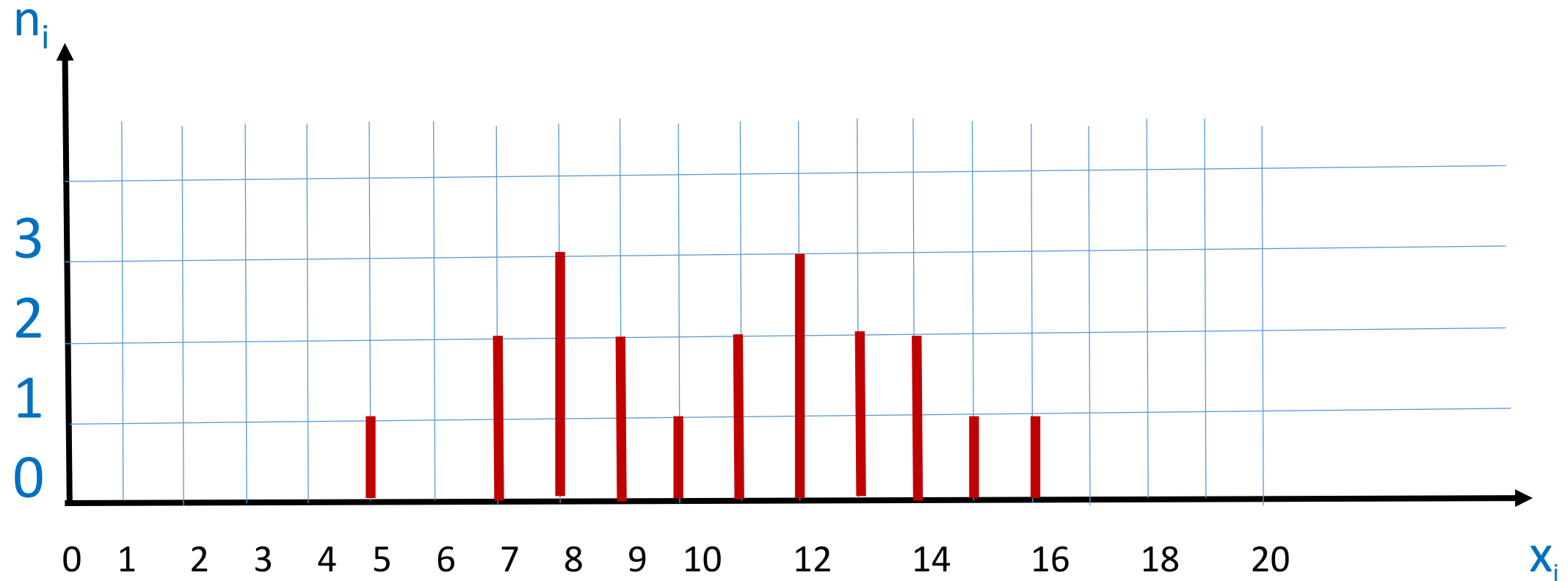
Si le même nombre revient, on le place au-dessus du premier.



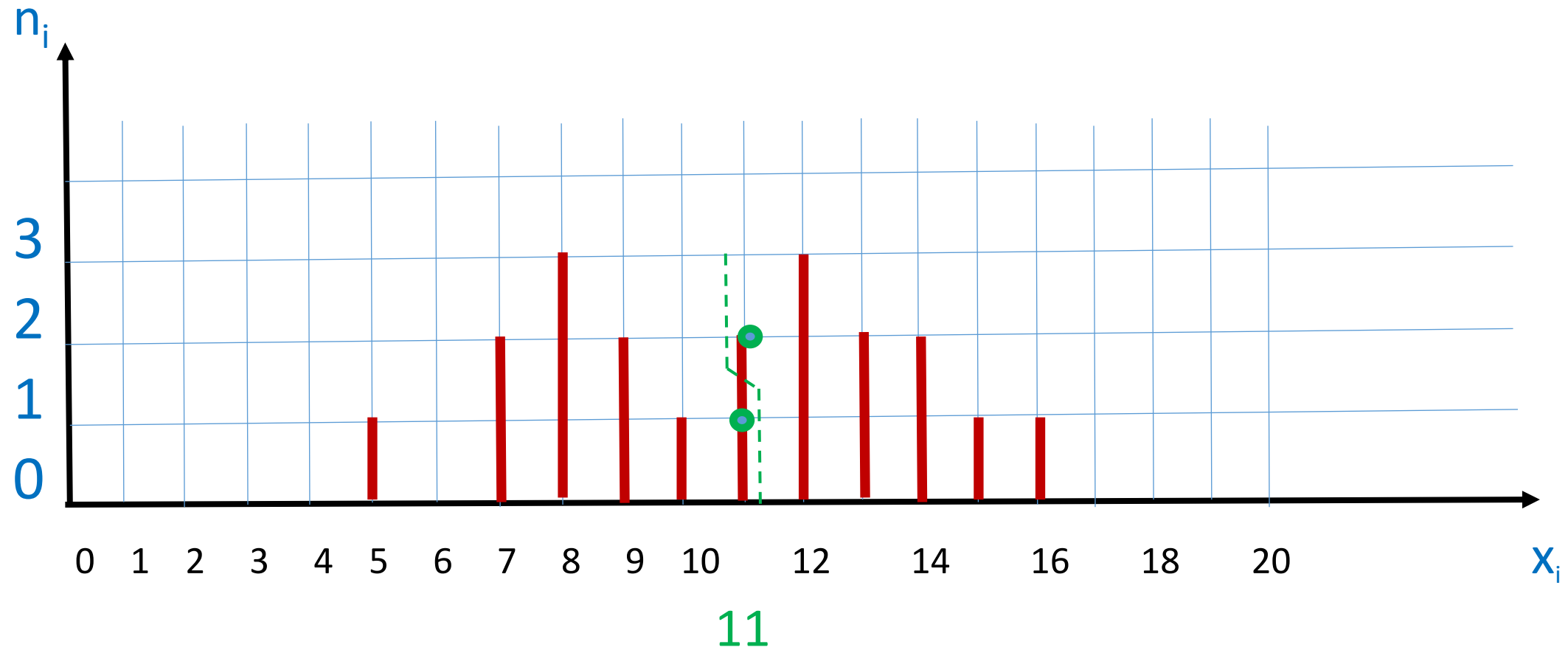
On obtient :



On trace les bâtons :

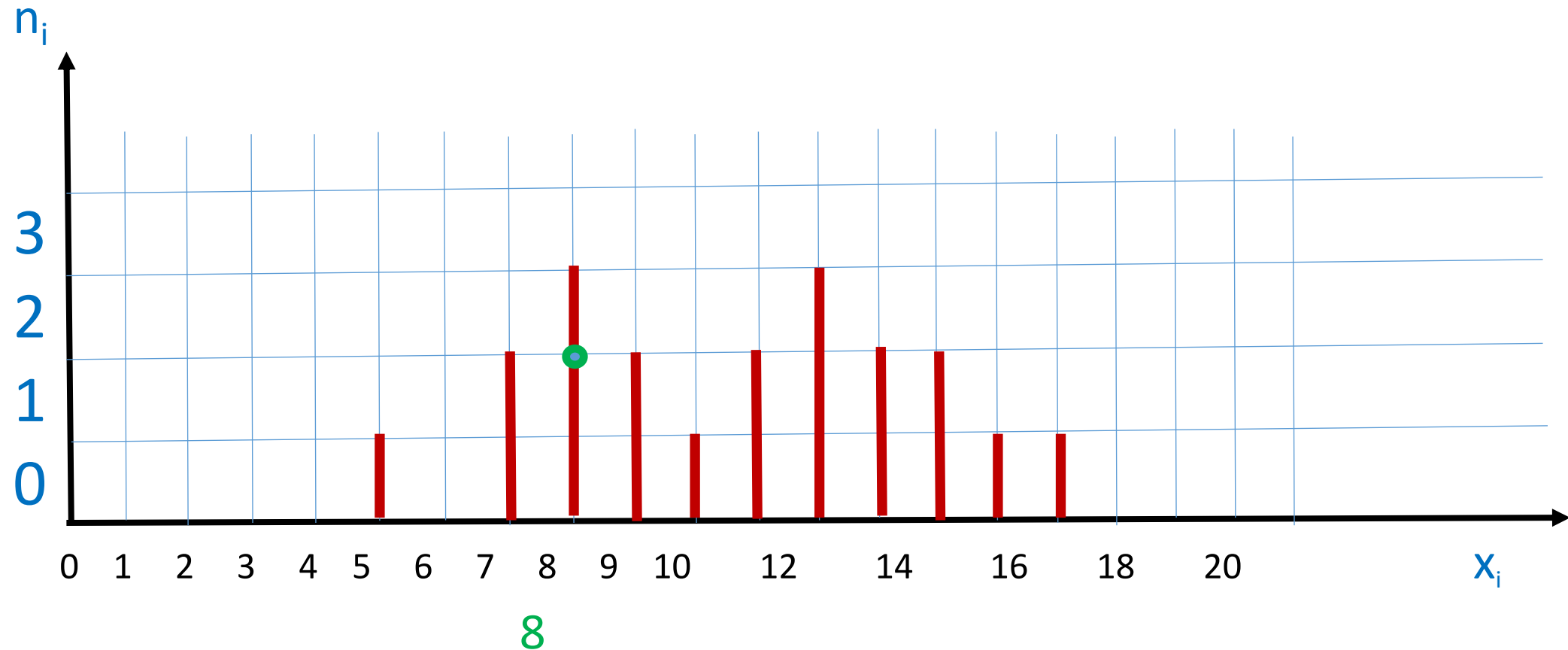


Médiane :  $N = 20 = 10 + 10$  donc  $M_e = (x_{10} + x_{11})/2 = (11 + 11) / 2 = 11$



Médiane :  $N = 20 = 10 + 10$  donc  $M_e = (x_{10} + x_{11})/2 = (11 + 11) / 2 = 11$

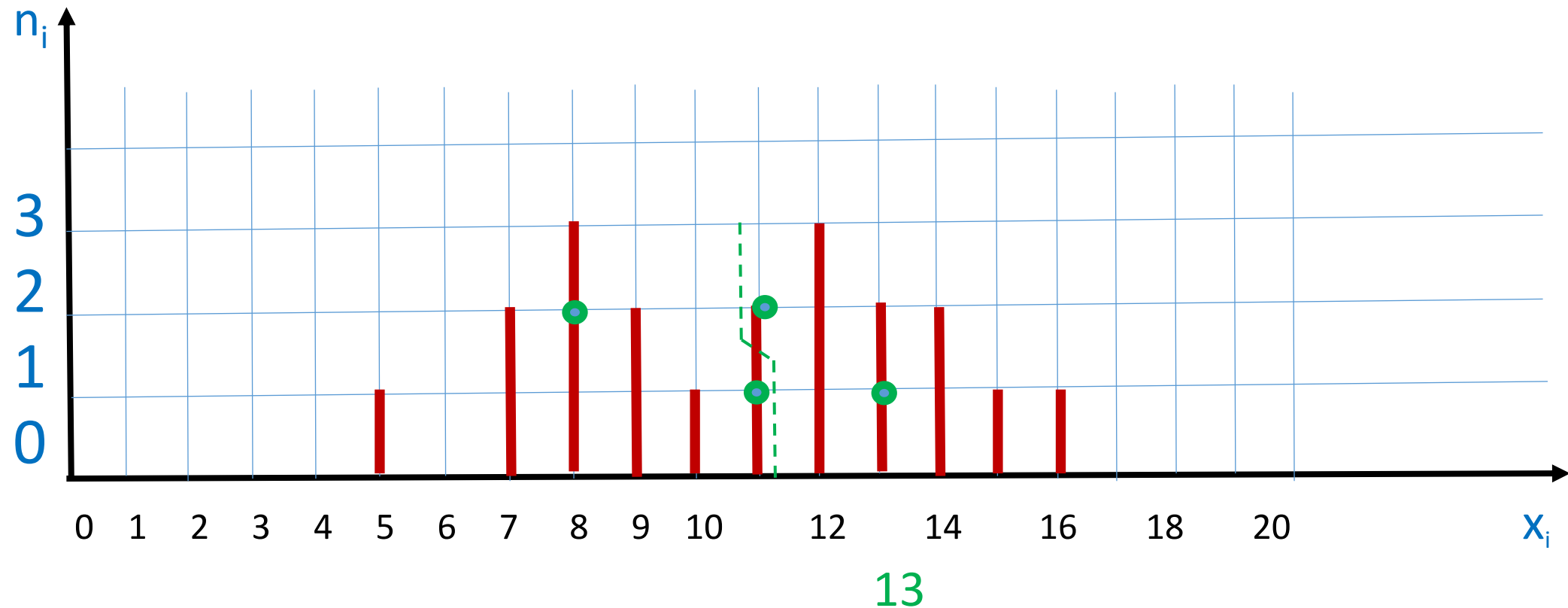
Premier quartile :  $N/4 = 20/4 = 5$  donc  $Q_1 = x_5 = 8$



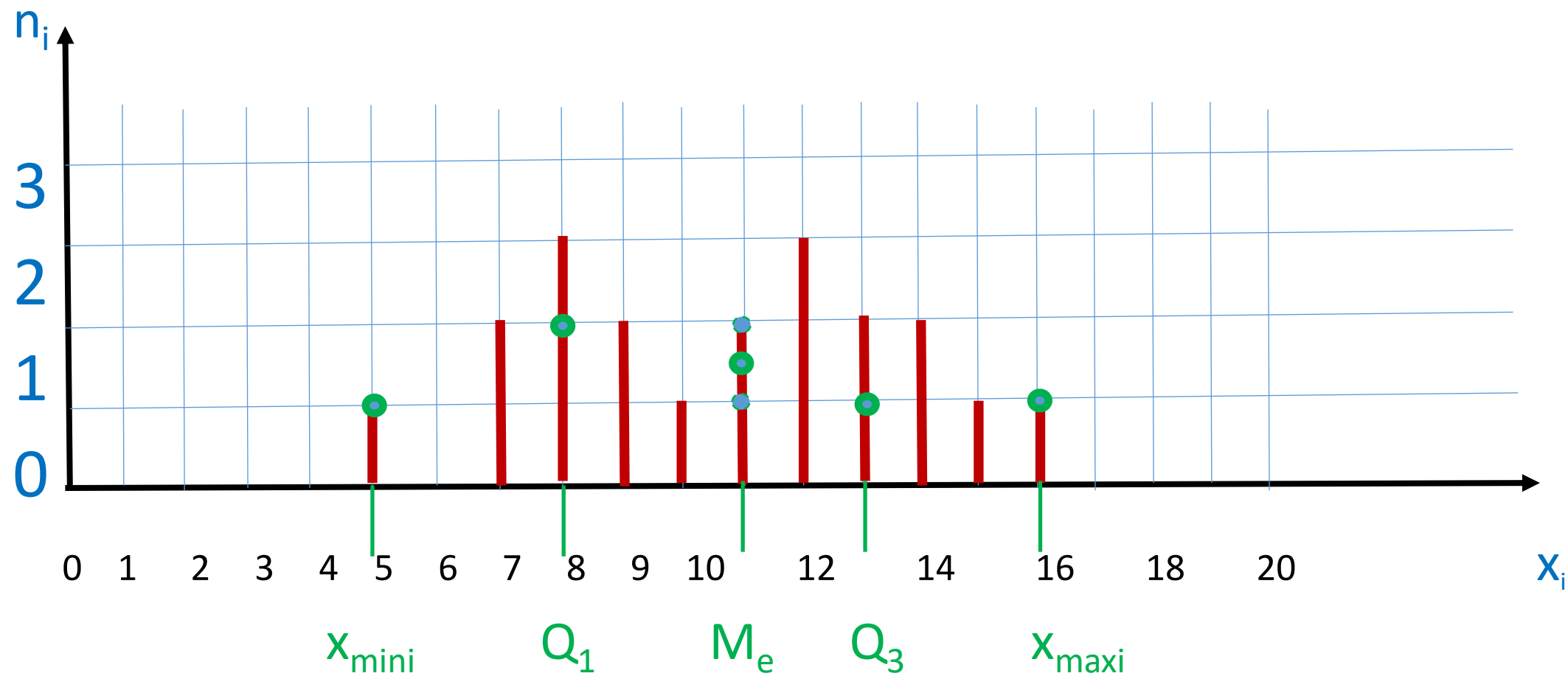
Médiane :  $N = 20 = 10 + 10$  donc  $M_e = (x_{10} + x_{11})/2 = (11 + 11) / 2 = 11$

Premier quartile :  $N/4 = 20/4 = 5$  donc  $Q_1 = x_5 = 8$

Troisième quartile :  $3N/4 = 3(20)/4 = 60/4 = 15$  donc  $Q_3 = x_{15} = 13$

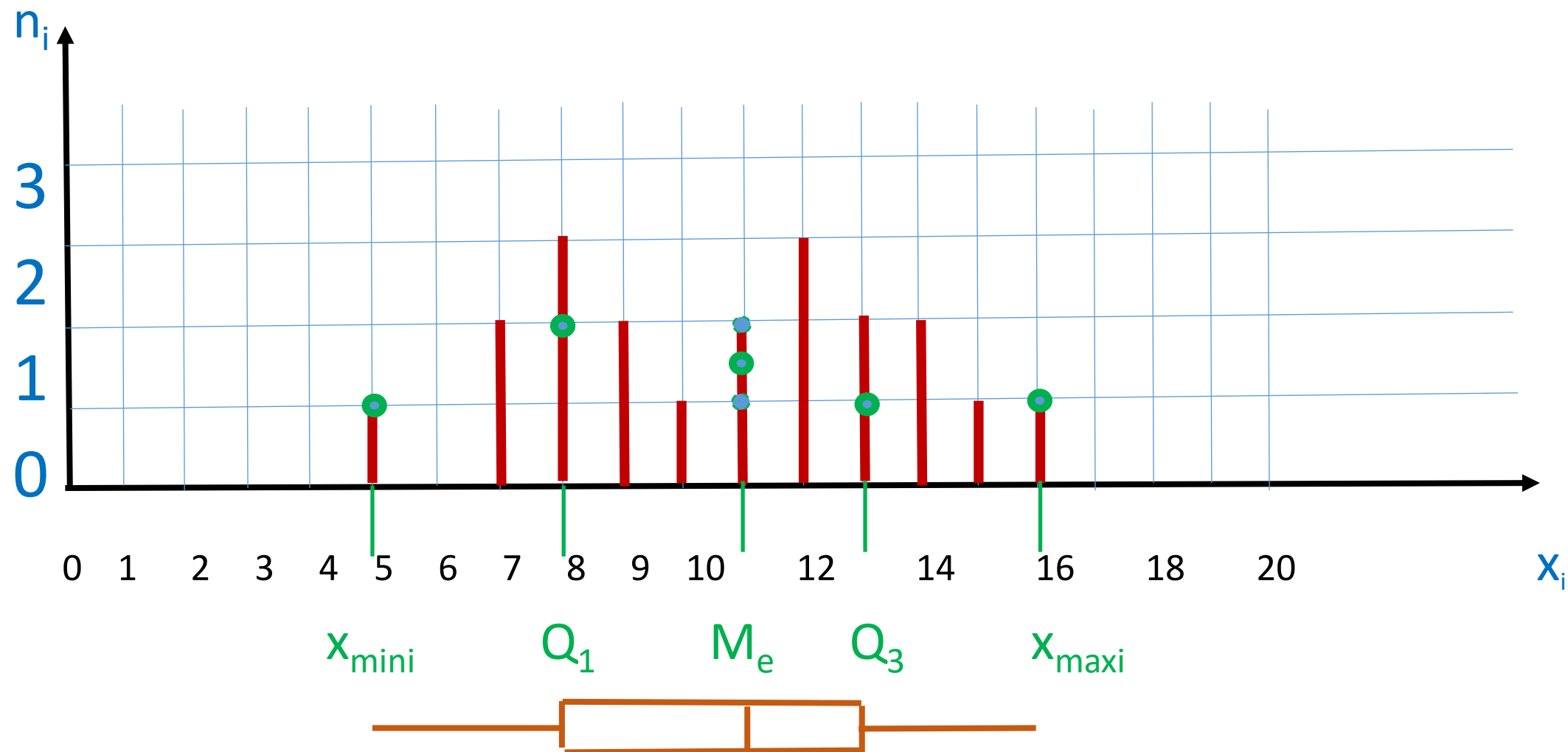


La série de 20 nombres est résumée en :

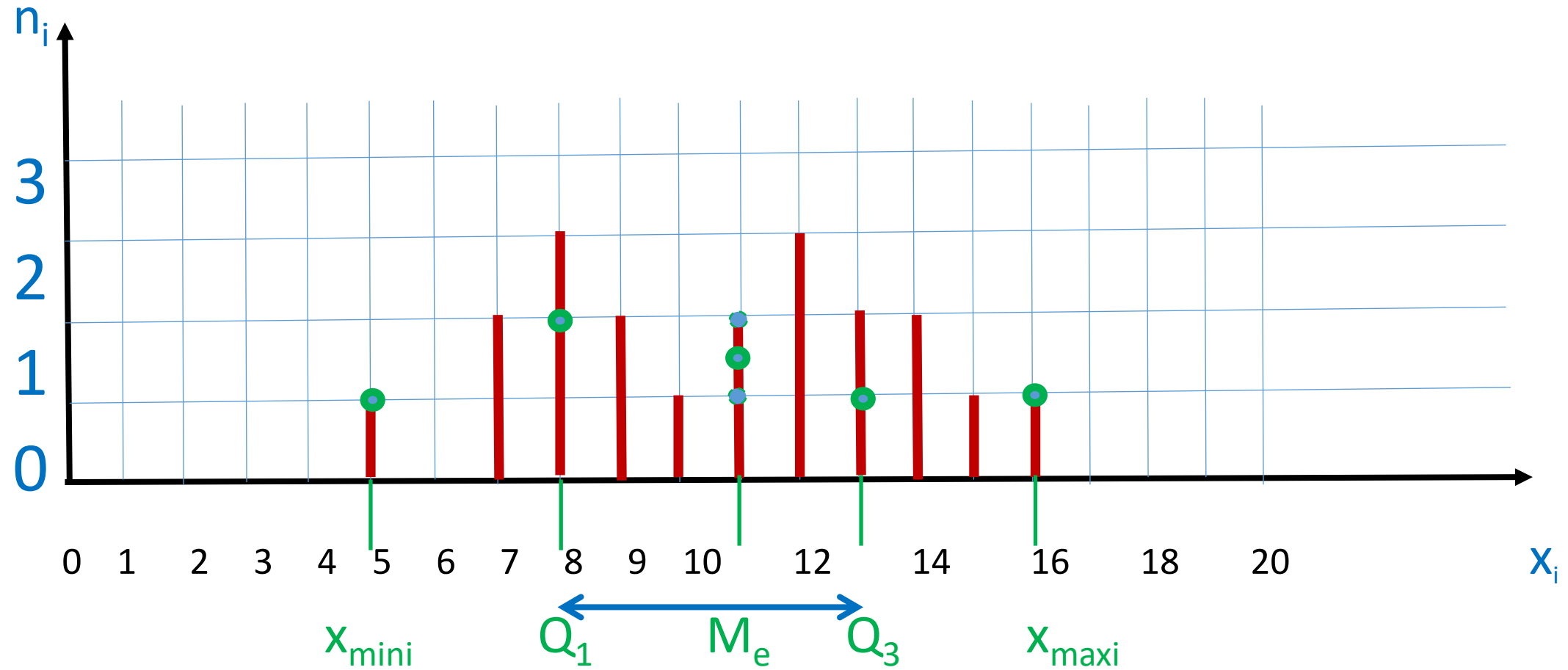




La série de 20 nombres est résumée en :



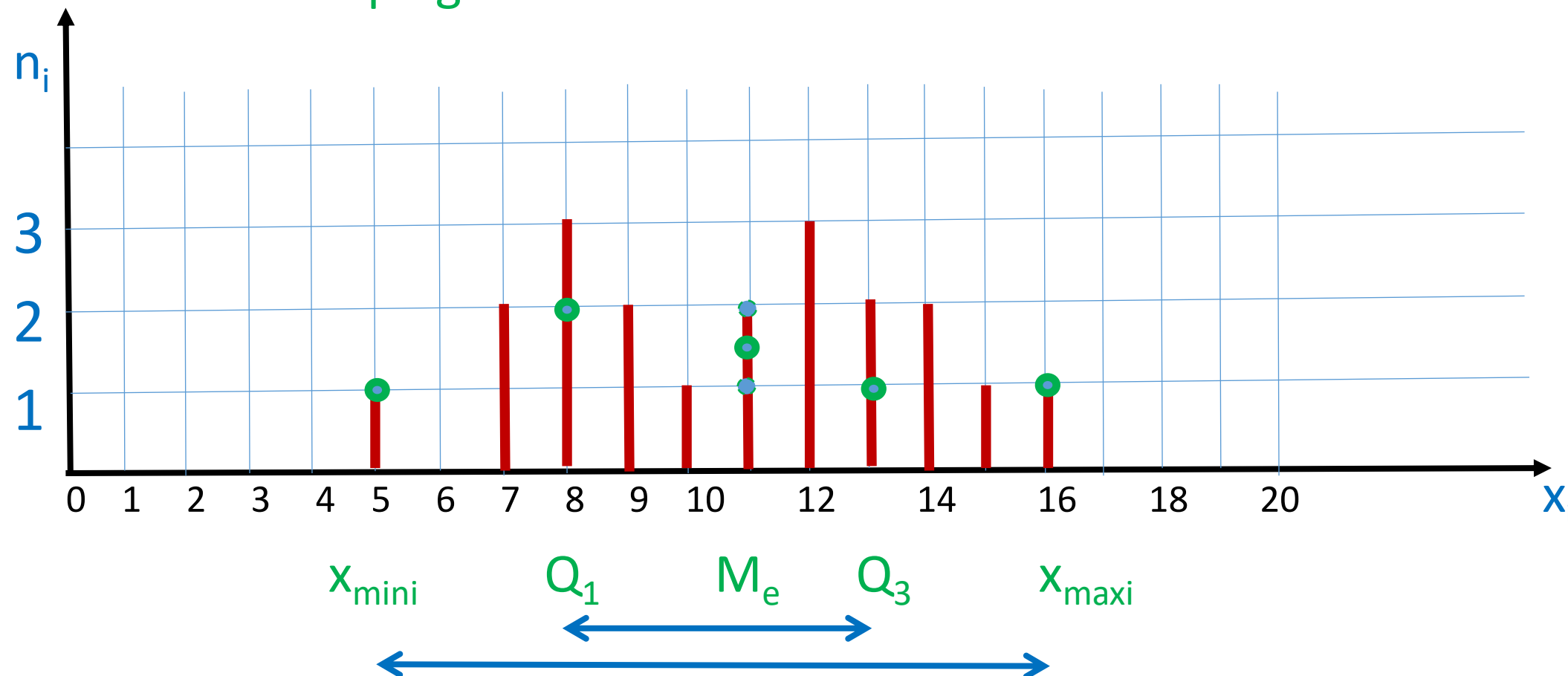
La série de 20 nombres est résumée en :



L'écart inter-quartiles est  $13 - 8 = 5$

L'écart inter-quartiles est  $13 - 8 = 5$       5°) L'étendue est  $16 - 5 = 11$

Il y a donc 50% de l'effectif centré sur une plage de 5, et l'effectif est étendu sur une plage de 11.



## 6°) Fréquences :

$$f_i = n_i / N$$

| $x_i$ | 5    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   | total 20 |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----------|
| $n_i$ | 1    | 2    | 3    | 2    | 1    | 2    | 3    | 2    | 2    | 1    | 1    |          |
| $f_i$ | 1/20 | 2/20 | 3/20 | 2/20 | 1/20 | 2/20 | 3/20 | 2/20 | 2/20 | 1/20 | 1/20 |          |

Que l'on peut aussi écrire ( puisque ce sont des valeurs exactes )

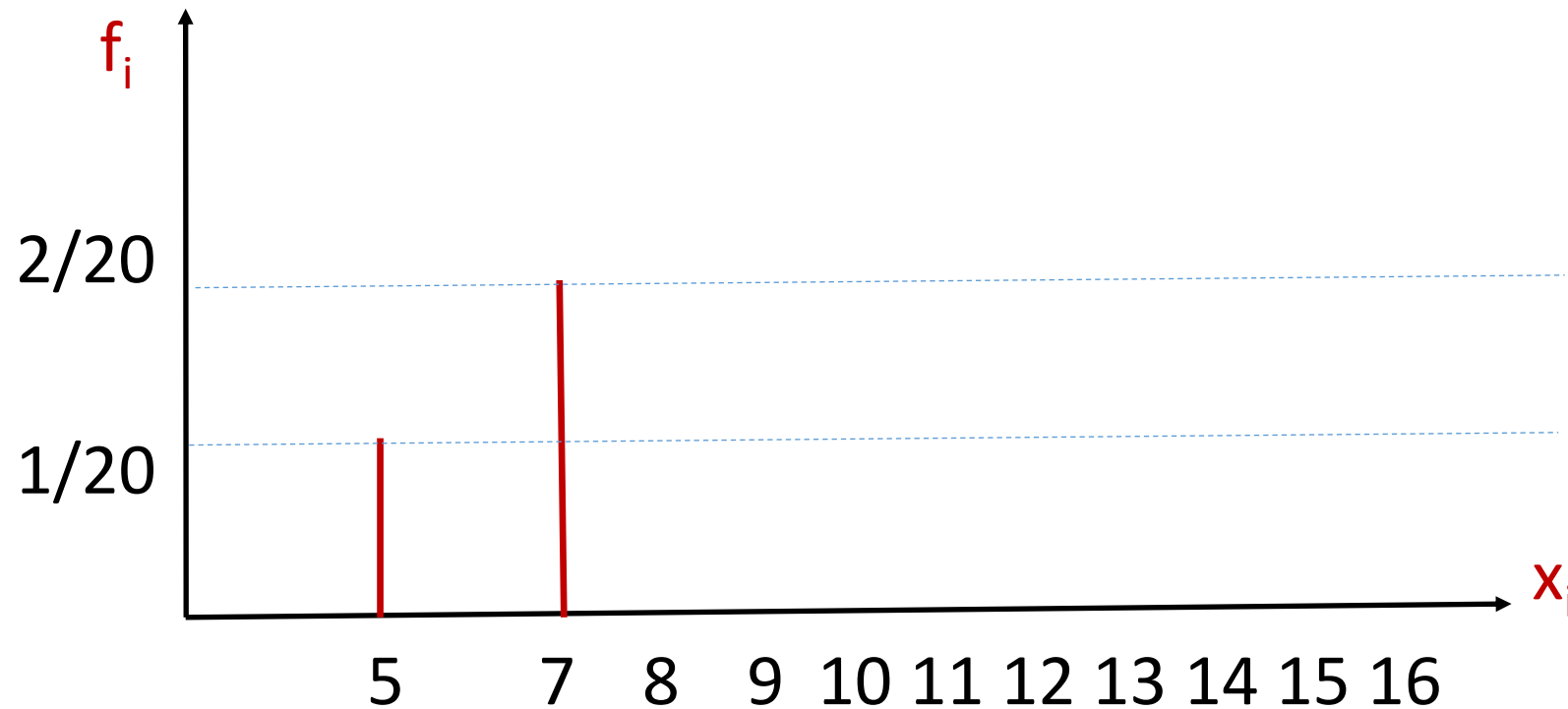
0,05    0,1    0,15    0,1    0,05    0,1    0,15    0,1    0,1    0,05    0,05

et aussi

5%    10%    15%    10%    5%    10%    15%    10%    10%    5%    5%

## 6°) Fréquences :

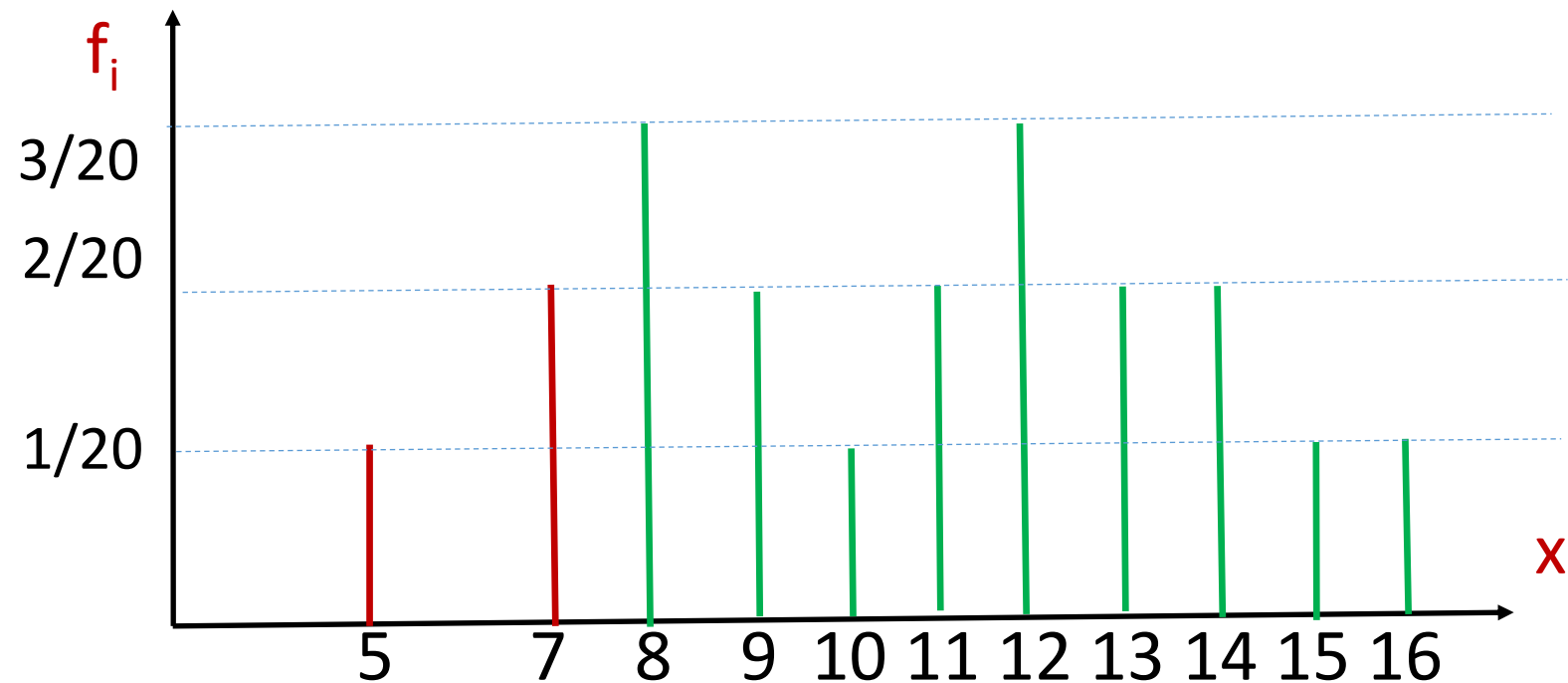
Diagramme à bâtons :



6°) Fréquences :

Diagramme à bâtons :

les fréquences demandées et celles non demandées



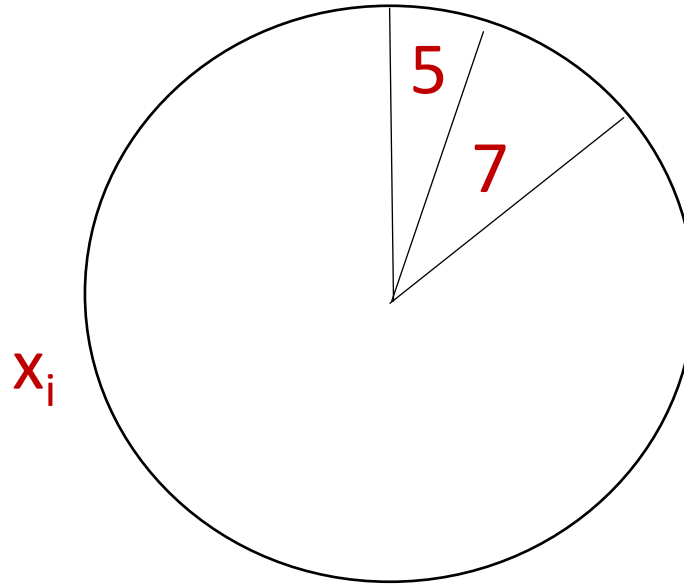
## 6°) Fréquences :

Diagramme à secteurs :

angle  $a_i = (n_i / N) 360^\circ = f_i \times 360^\circ$

$$a_1 = (1/20) 360 = 18^\circ$$

$$a_2 = (2/20) 360 = 36^\circ$$



## 6°) Fréquences :

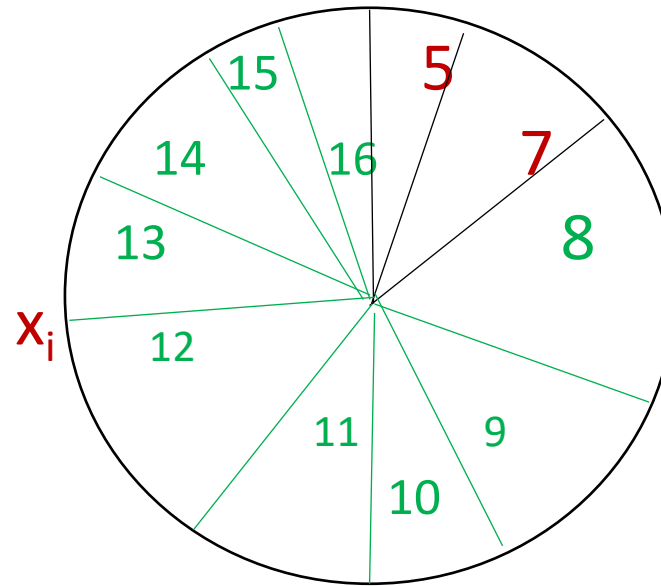
Diagramme à secteurs :

les valeurs demandées et celles non demandées

angle  $a_i = (n_i / N) 360^\circ = f_i \times 360^\circ$

$$a_1 = (1/20) 360 = 18^\circ$$

$$a_2 = (2/20) 360 = 36^\circ$$





## 7°) Fréquences cumulées croissantes :

On peut soit cumuler les effectifs et en déduire  $f_{cc\ i} = n_{cc\ i} / N$ ,  
soit cumuler les fréquences directement  $f_{cc\ i+1} = f_{cc\ i} + f_i$ .

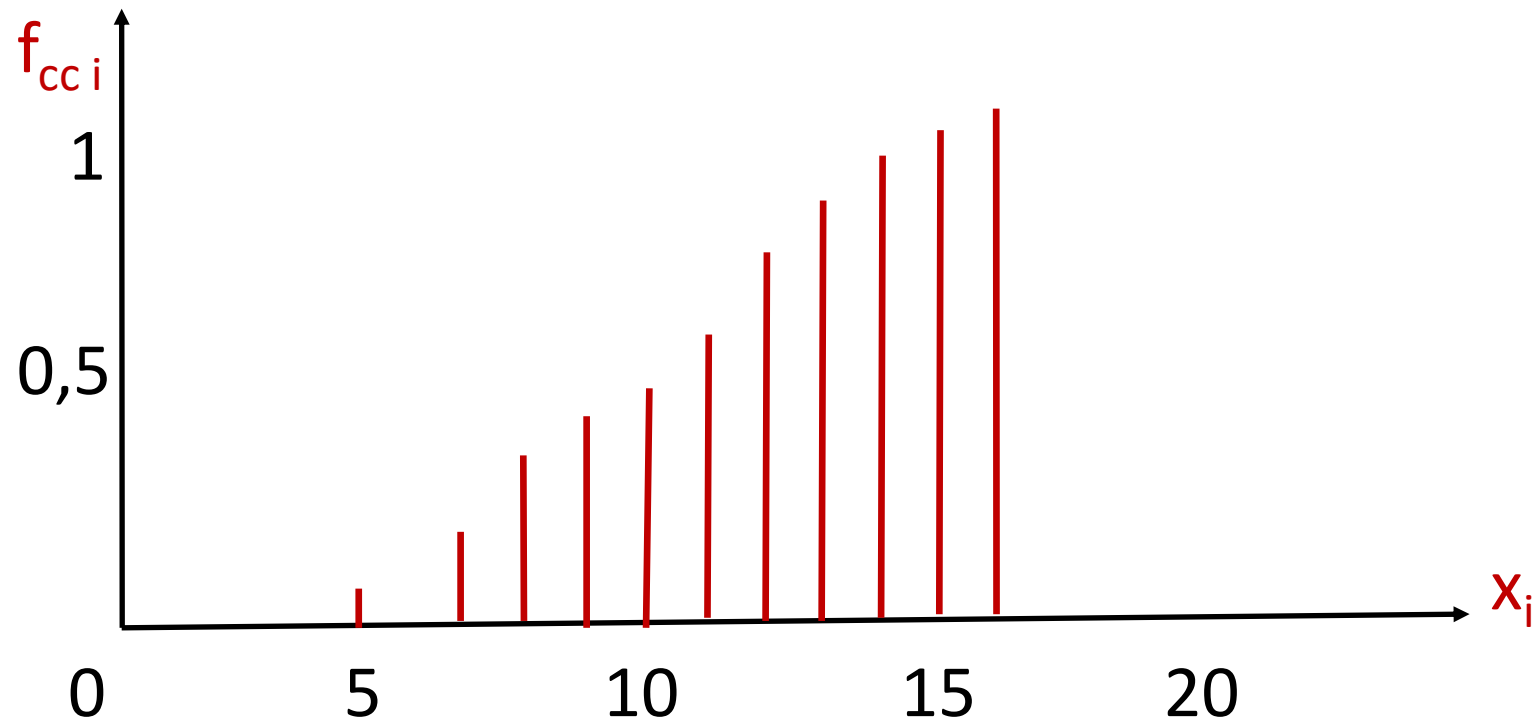
On obtient :

| $x_i$       | 5    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11    | 12    | 13    | 14    | 15    | 16   |
|-------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| $n_i$       | 1    | 2    | 3    | 2    | 1    | 2     | 3     | 2     | 2     | 1     | 1    |
| $f_i$       | 1/20 | 2/20 | 3/20 | 2/20 | 1/20 | 2/20  | 3/20  | 2/20  | 2/20  | 1/20  | 1/20 |
| $n_{cc\ i}$ | 1    | 3    | 6    | 8    | 9    | 11    | 14    | 16    | 18    | 19    | 20   |
| $f_{cc\ i}$ | 1/20 | 3/20 | 6/20 | 8/20 | 9/20 | 11/20 | 14/20 | 16/20 | 18/20 | 19/20 | 1    |

## 7°) Fréquences cumulées croissantes :

$f_{cci}$     0,05    0,15    0,3    0,4    0,45    0,55    0,7    0,8    0,9    0,95    1

Diagramme à bâtons :



8°) Mode d'une série discrète :

C'est la valeur ayant le plus grand effectif.

Réponse : 8 et 12 ont le plus grand effectif  
( qui se trouve être de 3 ).

## 9°) Série continue :

On regroupe les valeurs dans des intervalles :

série discrète ( questions 1 à 8 )

|             |           |            |             |             |             |    |    |    |    |    |    |
|-------------|-----------|------------|-------------|-------------|-------------|----|----|----|----|----|----|
| $x_i$       | 5         | 7          | 8           | 9           | 10          | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| $n_i$       | 1         | 2          | 3           | 2           | 1           | 2  | 3  | 2  | 2  | 1  | 1  |
| $n_i$       | ?         | ?          | ?           | ?           | ?           | ?  | ?  | ?  | ?  | ?  | ?  |
| Intervalles | [ 5 ; 8 [ | [ 8 ; 10 [ | [ 10 ; 12 [ | [ 12 ; 15 [ | [ 15 ; 20 ] |    |    |    |    |    |    |

série continue ( question 9 )

## 9°) Série continue :

On regroupe les valeurs dans des intervalles :

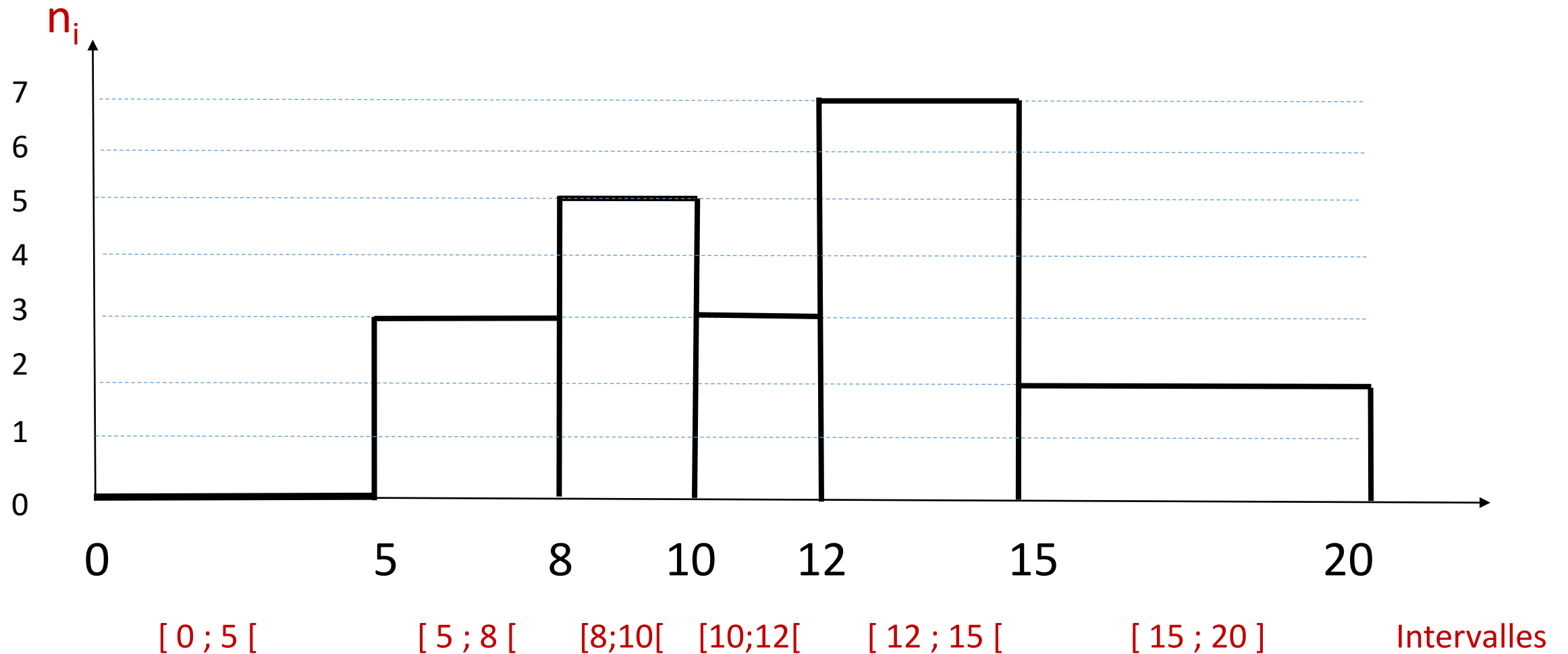
série discrète ( questions 1 à 8 )

|             |           |   |            |   |             |    |             |    |    |             |    |
|-------------|-----------|---|------------|---|-------------|----|-------------|----|----|-------------|----|
| $x_i$       | 5         | 7 | 8          | 9 | 10          | 11 | 12          | 13 | 14 | 15          | 16 |
| $n_i$       | 1         | 2 | 3          | 2 | 1           | 2  | 3           | 2  | 2  | 1           | 1  |
| <hr/>       |           |   |            |   |             |    |             |    |    |             |    |
| $n_i$       | 3         |   | 5          |   | 3           |    | 7           |    |    | 2           |    |
| Intervalles | [ 5 ; 8 [ |   | [ 8 ; 10 [ |   | [ 10 ; 12 [ |    | [ 12 ; 15 [ |    |    | [ 15 ; 20 ] |    |

série continue ( question 9 )

9°) Série continue :

Histogramme



Classe modale : intervalle [ 12 ; 15 [ car il a l'effectif le plus grand.

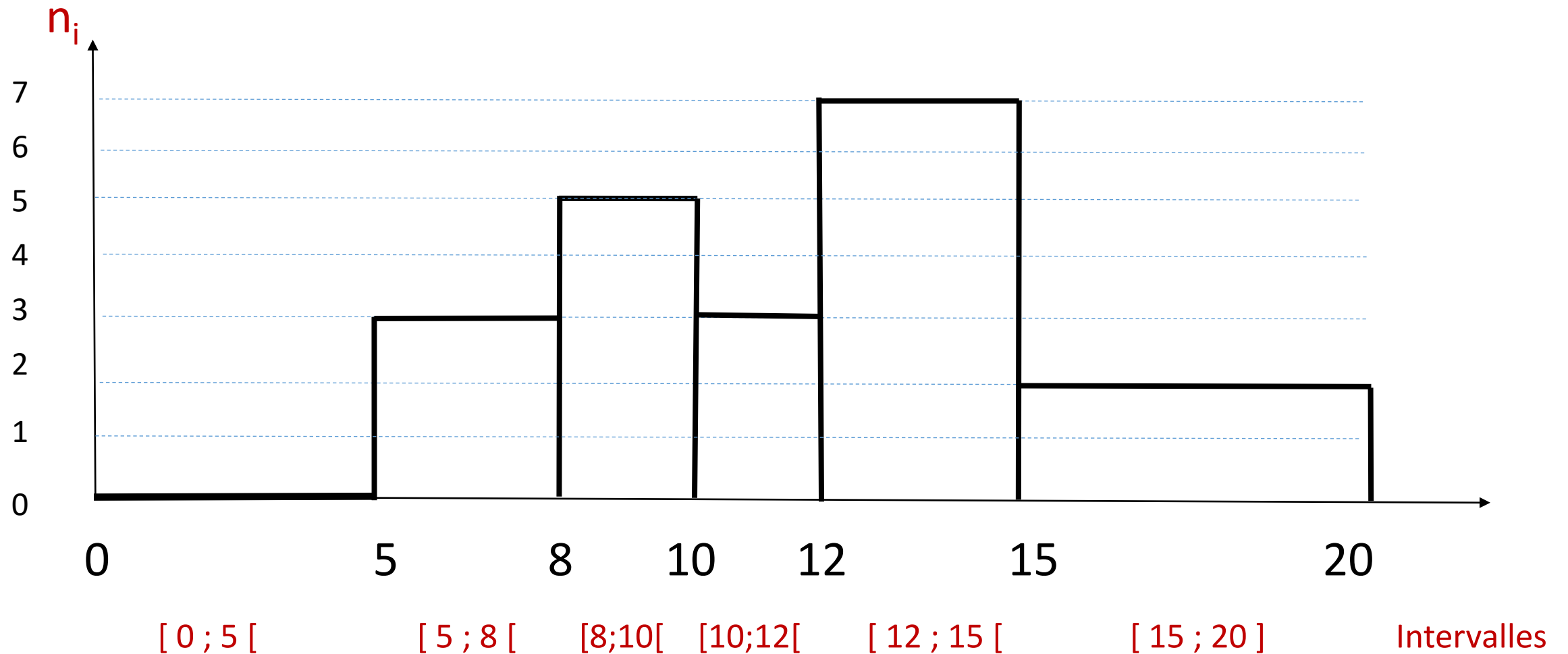


Diagramme à secteurs :

angle  $a_i = (n_i / N) 360^\circ$

$$[5 ; 8 [ \quad a_1 = (3/20) 360 = 54^\circ$$

$$[8 ; 10 [ \quad a_2 = (5/20) 360 = 90^\circ$$

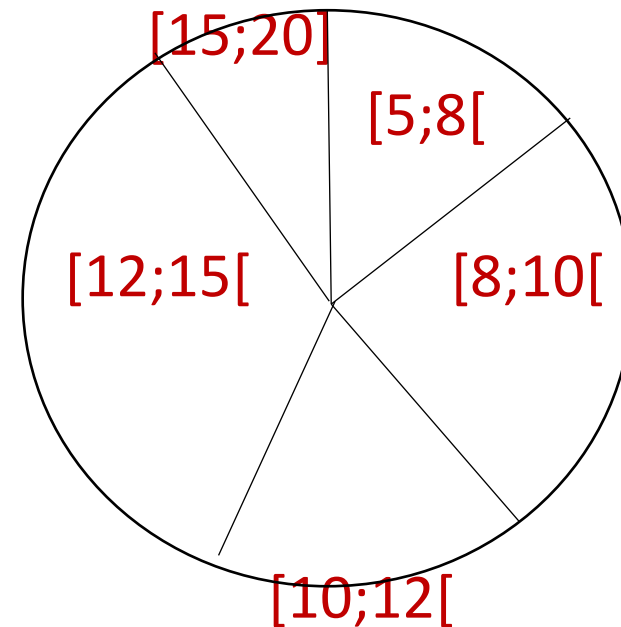
$$[10 ; 12 [ \quad a_3 = (3/20) 360 = 54^\circ$$

$$[12 ; 15 [ \quad a_4 = (7/20) 360 = 126^\circ$$

$$[15 ; 20 ] \quad a_5 = (2/20) 360 = 36^\circ$$

$$\text{et } [0 ; 5 [ \quad a_6 = (0/20) 360 = 0^\circ$$

intervalles





## 10°) Linéarité de la moyenne :

Lorsqu'on multiplie toutes les valeurs  $x_i$  d'une série statistique par un même nombre  $k$ , alors la moyenne est multipliée par  $k$ .

Donc  $\mu'_1 = (1 + 20\%) \mu_1 = 1,2 \mu_1$   
qui donne  $\mu'_1 = 1,2 (126/11)$

Lorsqu'on ajoute un même nombre  $k$  à toutes les valeurs  $x_i$  d'une série statistique, alors la moyenne est augmentée de  $k$ .

Donc  $\mu'_2 = \mu_2 - 2$  qui donne  $\mu'_2 = (88/9) - 2$

**10°) Moyenne de la classe à partir de celles des deux groupes :**

Linéarité de la moyenne :  $\mu'_1 = 1,2 \mu_1$  et  $\mu'_2 = \mu_2 - 2$

$$(N_1) \mu'_1 + (N_2) \mu'_2$$

$$\mu' = \frac{\quad}{N_1 + N_2}$$

# 10°) Moyenne de la classe à partir de celles des deux groupes :

Linéarité de la moyenne :  $\mu'_1 = 1,2 \mu_1$  et  $\mu'_2 = \mu_2 - 2$

$$\mu' = \frac{(N_1) \mu'_1 + (N_2) \mu'_2}{N_1 + N_2} = \frac{11 \left( 1,2 \frac{126}{11} \right) + 9 \left( \frac{88}{9} - 2 \right)}{20}$$

# 10°) Moyenne de la classe à partir de celles des deux groupes :

Linéarité de la moyenne :  $\mu'_1 = 1,2 \mu_1$  et  $\mu'_2 = \mu_2 - 2$

$$\begin{aligned} \mu' &= \frac{(N_1) \mu'_1 + (N_2) \mu'_2}{N_1 + N_2} = \frac{11 \left( 1,2 \frac{126}{11} \right) + 9 \left( \frac{88}{9} - 2 \right)}{20} = \frac{1,2(126) + (88 - 18)}{20} \\ &= \frac{151,2 + 70}{20} = \frac{221,2}{20} = \frac{22,12}{2} = 11,06 \end{aligned}$$