Exercice 2 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

1°) Prouvez que f est une fonction.

2°) Démontrez qu'elle est croissante strictement sur $]-\infty ; 9]$

3°) Démontrez qu'elle est décroissante strictement sur $[9 ; +\infty[$.

4°) Déterminez son tableau de variation.

Exercice 2 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = 2x - 7$ si $x < 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

1°) Prouvez que f est une fonction.

2°) Démontrez qu'elle est croissante strictement sur $] -\infty ; 9]$

3°) Démontrez qu'elle est décroissante strictement sur $[9 ; +\infty [$.

4°) Déterminez son tableau de variation.

Exercice 2 : $f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

1°) ***Tout*** antécédent de $]-\infty\,;9]$ est associé à une ***unique*** image $2x - 7$, et ***tout*** antécédent de $[9\,;+\infty[$ est associé à une ***unique*** image $38 - 3x$ car chaque calcul marche et donne un unique résultat numérique.

Donc f est bien une fonction définie sur $\mathbb{R}$ car ***tout*** antécédent de $]-\infty\,;+\infty[$ est associé à une ***unique*** image.

Exercice 2 : $f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

1°) ***Tout*** antécédent de $]-\infty\,;9]$ est associé à une ***unique*** image $2x - 7$, et ***tout*** antécédent de $[9\,;+\infty[$ est associé à une ***unique*** image $38 - 3x$ car chaque calcul marche et donne un unique résultat numérique.

Donc f est bien une fonction définie sur $\mathbb{R}$ car ***tout*** antécédent de $]-\infty\,;+\infty[$ est associé à une ***unique*** image.

Exemple : $2(1) - 7 = -5$ donc 1 a une seule image -5

$2(9) - 7 = 38 - 3(9) = 11$ donc 9 a une seule image 11
(même s'il y a deux règles de calculs)

Exercice 2 : $f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

2°) Soient deux antécédents a et b **quelconques** de $]-\infty\ ;\ 9\ ]$ tels que $a < b$

On cherche à démontrer que $f(a) < f(b)$

$\Leftrightarrow$ ...

Exercice 2 : $f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

2°) Soient deux antécédents a et b **quelconques** de $] -\infty ; 9]$ tels que $a < b$

On cherche à démontrer que $f(a) < f(b)$

$\Leftrightarrow f(a) - f(b) < 0$

$f(a) - f(b) = \dots$

Exercice 2 : $f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

2°) Soient deux antécédents a et b **quelconques** de $] -\infty ; 9]$ tels que $a < b$

On cherche à démontrer que $f(a) < f(b)$

$\Leftrightarrow f(a) - f(b) < 0$

$f(a) - f(b) = (2a - 7) - (2b - 7) = \ldots$

Exercice 2 : $f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

2°) Soient deux antécédents a et b **quelconques** de $] -\infty ; 9]$ tels que $a < b$

On cherche à démontrer que $f(a) < f(b)$

$$\Leftrightarrow f(a) - f(b) < 0$$

$$f(a) - f(b) = (2a - 7) - (2b - 7)$$

$$= 2a - 7 - 2b + 7 = 2a - 2b = \ldots$$

Exercice 2 : $f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

2°) Soient deux antécédents a et b **quelconques** de $] -\infty \,;\, 9]$ tels que $a < b$

On cherche à démontrer que $f(a) < f(b)$

$$\Leftrightarrow \quad f(a) - f(b) < 0$$

$$f(a) - f(b) = (2a - 7) - (2b - 7)$$

$$= 2a - 7 - 2b + 7 = 2a - 2b = 2 (a - b)$$

Exercice 2 : $f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

2°) Soient deux antécédents a et b **quelconques** de $] -\infty \,;\, 9]$ tels que $a < b$

$$f(a) - f(b) = (2a - 7) - (2b - 7)$$

$$= 2a - 7 - 2b + 7 = 2a - 2b = 2 (a - b)$$

$a < b$ donc $a - b$ est un négatif

2 est un positif donc $2(a-b)$ est un négatif

Exercice 2 : $f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

2°) Soient deux antécédents a et b **quelconques** de $]-\infty\,;9]$ tels que $a < b$

$f(a) - f(b) = (2a - 7) - (2b - 7)$

$= 2a - 7 - 2b + 7 = 2a - 2b = 2(a - b)$

$a < b$ donc $a - b$ est un négatif

2 est un positif donc $2(a-b)$ est un négatif

$\Leftrightarrow$ $f(a) - f(b)$ est un négatif

Exercice 2 : $f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

2°) Soient deux antécédents a et b **quelconques** de $]-\infty ; 9]$ tels que $a < b$

$f(a) - f(b) = (2a - 7) - (2b - 7)$

$= 2a - 7 - 2b + 7 = 2a - 2b = 2(a - b)$

$a < b$ donc $a - b$ est un négatif

2 est un positif donc $2(a - b)$ est un négatif

$\Leftrightarrow$ $f(a) - f(b)$ est un négatif

$\Leftrightarrow$ $f(a) < f(b)$

Exercice 2 : $f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

2°) Soient deux antécédents a et b quelconques de $]-\infty \,;\, 9]$ tels que $a < b$

$f(a) - f(b) = (2a - 7) - (2b - 7)$

$= 2a - 7 - 2b + 7 = 2a - 2b = 2 (a - b)$

$a < b$ donc $a - b$ est un négatif

2 est un positif donc $2(a - b)$ est un négatif

$\Leftrightarrow$ $f(a) - f(b)$ est un négatif

$\Leftrightarrow$ $\boxed{f(a) < f(b)}$

Exo 2 : $f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

2°) Soient deux antécédents a et b **quelconques** de $] -\infty \,; 9]$ tels que $a < b$

$f(a) - f(b) = (2a - 7) - (2b - 7)$

$= 2a - 7 - 2b + 7 = 2a - 2b = 2(a - b)$

$a < b$ donc $a - b$ est un négatif

2 est un positif donc $2(a - b)$ est un négatif

$\Longleftrightarrow f(a) - f(b)$ est un négatif

$\Longleftrightarrow f(a) < f(b)$

$\left.\begin{array}{l} a < b \\ f(a) < f(b) \\ a \text{ et } b \text{ quelconques dans }] -\infty \,; 9] \end{array}\right\} \Longleftrightarrow$ f est strict. croissante sur $] -\infty \,; 9]$

Exo 2 : $f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

2°) Soient deux antécédents a et b quelconques de $] -\infty ; 9]$ tels que $a < b$

Autre possibilité :

$f(b) - f(a) = (2b - 7) - (2a - 7)$

$= 2b - 7 - 2a + 7 = 2a - 2b = 2 (b - a)$

$a < b$ donc $b - a$ est un positif

2 est un positif donc $2(a - b)$ est un positif

$\Leftrightarrow f(b) - f(a) > 0$

$\Leftrightarrow f(a) < f(b)$

$$\left.\begin{array}{l} a < b \\ f(a) < f(b) \\ \text{a et b quelconques dans }] -\infty ; 9] \end{array}\right\} \Leftrightarrow \text{f est strict. croissante sur }] -\infty ; 9]$$

Exo 2 : $f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

2°) Soient deux antécédents a et b quelconques de $] -\infty ; 9]$ tels que $a > b$

Autre possibilité :

$f(b) - f(a) = (2b - 7) - (2a - 7)$

$= 2b - 7 - 2a + 7 = 2a - 2b = 2 (b - a)$

$a > b$ donc $b - a$ est un négatif

2 est un positif donc $2(a - b)$ est un négatif

$\Leftrightarrow f(b) - f(a) < 0$

$\Leftrightarrow f(a) > f(b)$

$$\left.\begin{array}{l} a > b \\ f(a) > f(b) \\ \text{a et b quelconques dans }] -\infty ; 9] \end{array}\right\} \Leftrightarrow \text{f est strict. croissante sur }] -\infty ; 9]$$

Exo 2 : $f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

2°) Soient deux antécédents a et b **quelconques** de $]-\infty\,;9]$ tels que $a < b$

$f(a) - f(b) = (2a - 7) - (2b - 7)$

$= 2a - 7 - 2b + 7 = 2a - 2b = 2(a - b)$

$a < b$ donc $a - b$ est un négatif

2 est un positif donc $2(a - b)$ est un négatif

$\Leftrightarrow f(a) - f(b) < 0$

$\Leftrightarrow f(a) < f(b)$

$a < b$

$f(a) < f(b)$

a et b quelconques dans $]-\infty\,;9]$

$\Leftrightarrow$ f est strict. croissante sur $]-\infty\,;9]$

Exo 2 :

$f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$

et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

3°)

Même méthode qu'à la question 2° !

$f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

3°) Soient deux antécédents a et b quelconques de $[\ 9\ ;\ +\infty\ [$

tels que $a < b$

$f(b) - f(a) = (\ 38 - 3b\ ) - (\ 38 - 3a\ )$

$= 38 - 3b - 38 + 3a = 3a - 3b = 3\ (\ a - b\ )$

3 est un positif, et $a - b$ est négatif car $a < b$, donc $3(a - b)$ est négatif,

donc $f(b) - f(a) < 0$ donc $f(b) < f(a)$

$$\left.\begin{array}{l} \textbf{a et b quelconques de } [\ 9\ ;\ +\infty\ [\\ a < b \\ f(a) > f(b) \end{array}\right\} \Longleftrightarrow \textbf{f est strictement décroissante sur } [\ 9\ ;\ +\infty\ [$$

$f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

3°) Soient deux antécédents a et b quelconques de $[\,9\,;+\infty\,[$

Autre possibilité :

tels que $a < b$

$f(a) - f(b) = (\,38 - 3a\,) - (\,38 - 3b\,)$

$= 38 - 3a - 38 + 3b = 3b - 3a = 3\,(\,b - a\,)$

3 est un positif, et $b - a$ est positif car $a < b$, donc $3(a - b)$ est positif

donc $f(a) - f(b) > 0$ donc $f(a) > f(b)$

$$\left.\begin{array}{l}\textbf{a et b quelconques de } [\,9\,;\,+\infty\,[\\ a < b\\ f(a) > f(b)\end{array}\right\} \Longleftrightarrow \begin{array}{l}\textbf{f est strictement}\\ \textbf{décroissante}\\ \textbf{sur } [\,9\,;+\infty\,[\end{array}$$

$f(x) = 2x - 7$ si $x \leq 9$ et $f(x) = 38 - 3x$ si $x \geq 9$

3°) Soient deux antécédents a et b quelconques de [9 ; ∞ [tels que a < b

$f(b) - f(a) = (38 - 3b) - (38 - 3a) = 38 - 3b - 38 + 3a = - 3b + 3a = - 3 (b - a)$

-3 est un négatif, et b-a est un positif car a < b, donc -3(b-a) est un négatif,

donc $f(b) - f(a) < 0$ donc $f(b) < f(a)$

$$\left.\begin{array}{l} a \text{ et } b \text{ quelconques de } [\, 9 \,;\, \infty \,[\\ a < b \\ f(a) > f(b) \end{array}\right\} \iff f \text{ est strictement décroissante sur } [\, 9 \,;\, +\infty \,[$$

4°)

x	- ∞	9	+ ∞
f(x)	↗		↘

f est strict. croissante sur] - ∞ ; 9]

f est strict. décroissante sur [9 ; + ∞ [

Exercice 3 :

La fonction f définie sur [- 7 ; 15] est strictement décroissante sur [- 7 ; - 3] et constante sur [- 3 ; 15].

Ordonnez dans l’ordre croissant les images de

- 5,04 ; - 4,98 ; - 3,01 ; - 2,97 ; - 1,85.

Exercice 3 :

La fonction f définie sur [- 7 ; 15] est strictement décroissante sur [- 7 ; - 3] et constante sur [- 3 ; 15].

Ordonnez dans l'ordre croissant les images de - 5,04 ; - 4,98 ; - 3,01 ; - 2,97 ; - 1,85.

Méthode : tableau de variation

pour y lire les images et leur ordre

Exercice 3 :

La fonction f définie sur [- 7 ; 15] est strictement décroissante sur [- 7 ; - 3] et constante sur [- 3 ; 15]. Ordonnez dans l’ordre croissant les images de 6 5,04 ; - 4,98 ; - 3,01 ; - 2,97 ; - 1,85.

x	- 7		- 3		15
f(x)		↘		→	

Exercice 3 :

La fonction f définie sur [- 7 ; 15] est strictement décroissante sur [- 7 ; - 3] et constante sur [- 3 ; 15]. Ordonnez dans l'ordre croissant les images de - 5,04 ; - 4,98 ; - 3,01 ; - 2,97 ; - 1,85.

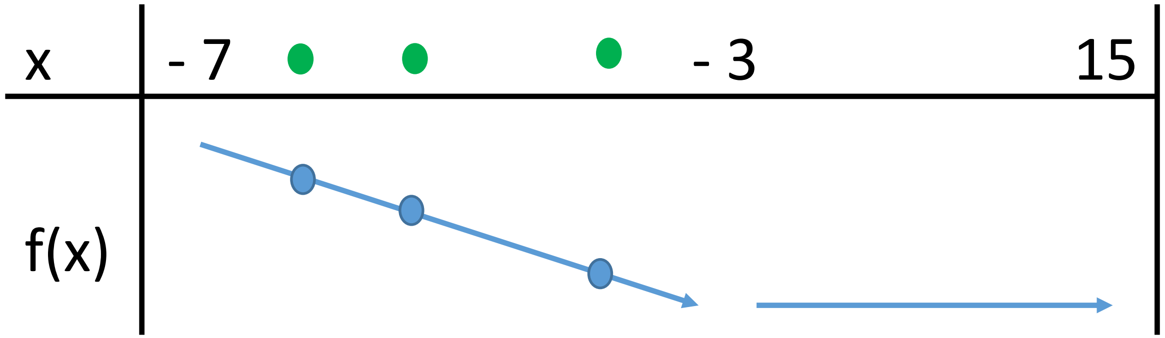
x	- 7		- 3		15
f(x)		↘		→	

f est strictement décroissante sur [- 7 ; - 3] donc $-5{,}04 < -4{,}98 < -3{,}01$

entraine $f(-5{,}04) > f(-4{,}98) > f(-3{,}01)$

Exercice 3 :

La fonction f définie sur [- 7 ; 15] est strictement décroissante sur [- 7 ; - 3] et constante sur [- 3 ; 15]. Ordonnez dans l'ordre croissant les images de - 5,04 ; - 4,98 ; - 3,01 ; - 2,97 ; - 1,85.

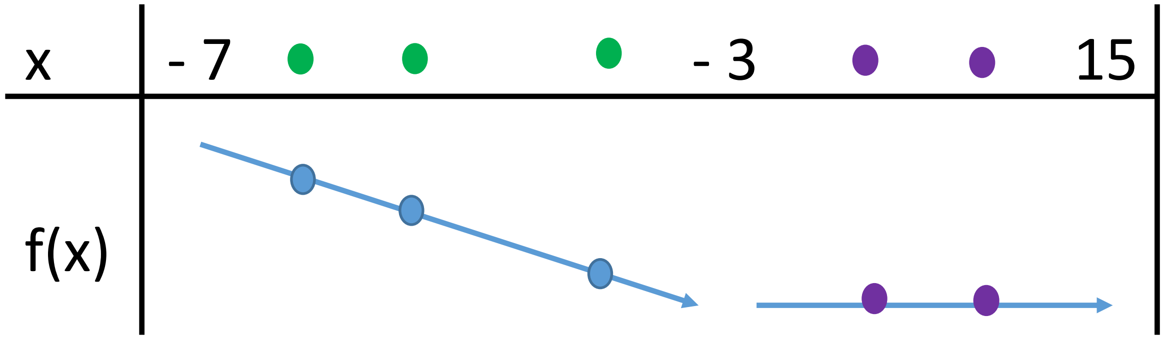


f est strictement décroissante sur [- 7 ; - 3] donc - 5,04 < - 4,98 < - 3,01

entraine f(- 5,04) > f(- 4,98) > f(- 3,01)

Exercice 3 :

La fonction f définie sur [- 7 ; 15] est strictement décroissante sur [- 7 ; - 3] et constante sur [- 3 ; 15]. Ordonnez dans l'ordre croissant les images de - 5,04 ; - 4,98 ; - 3,01 ; - 2,97 ; - 1,85.



f est strictement décroissante sur [- 7 ; - 3] donc - 5,04 < - 4,98 < - 3,01

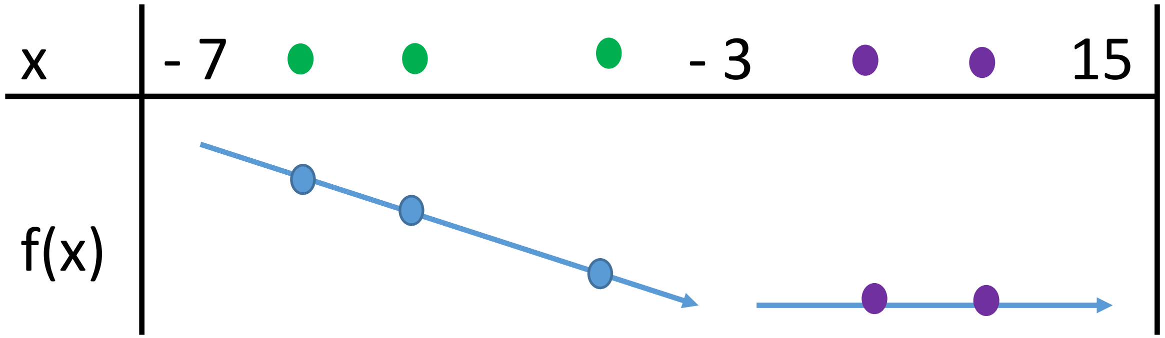
entraine f(- 5,04) > f(- 4,98) > f(- 3,01)

f est constante sur [- 3 ; 15] donc f(- 2,97) = f(- 1,85)

Exercice 3 :

La fonction f définie sur [- 7 ; 15] est strictement décroissante sur [- 7 ; - 3] et constante sur [- 3 ; 15].

Ordonnez dans l’ordre croissant les images de - 5,04 ; - 4,98 ; - 3,01 ; - 2,97 ; - 1,85.



On a $-5{,}04 < -4{,}98 < -3{,}01 < -2{,}97 < -1{,}85$ mais ne sont pas des **images !**

Réponse :

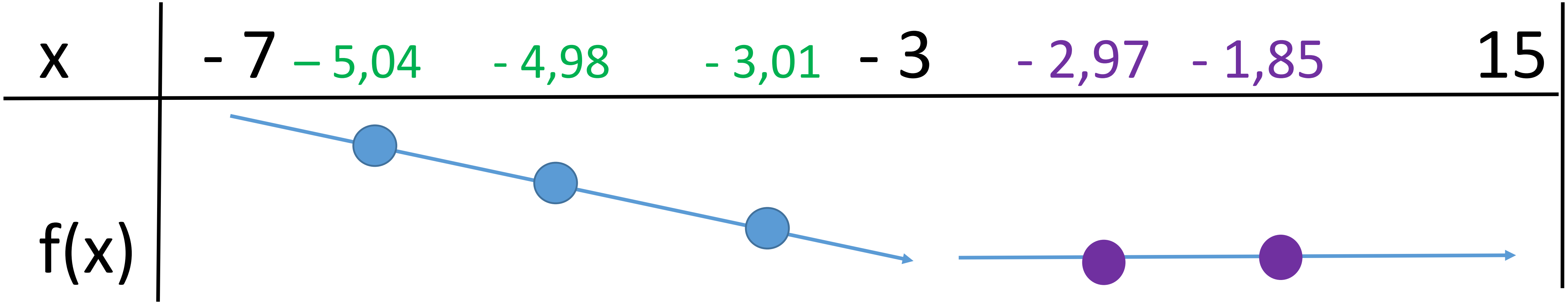
$$f(-1{,}85) = f(-2{,}97) < f(-3{,}01) < f(-4{,}98) < f(-5{,}04)$$

Exercice 3 :

La fonction f définie sur [- 7 ; 15] est strictement décroissante sur [- 7 ; - 3] et constante sur [- 3 ; 15].

Ordonnez dans l’ordre croissant les images de - 5,04 ; - 4,98 ; - 3,01 ; - 2,97 ; - 1,85.

Un élève peut répondre sur une copie de DST :

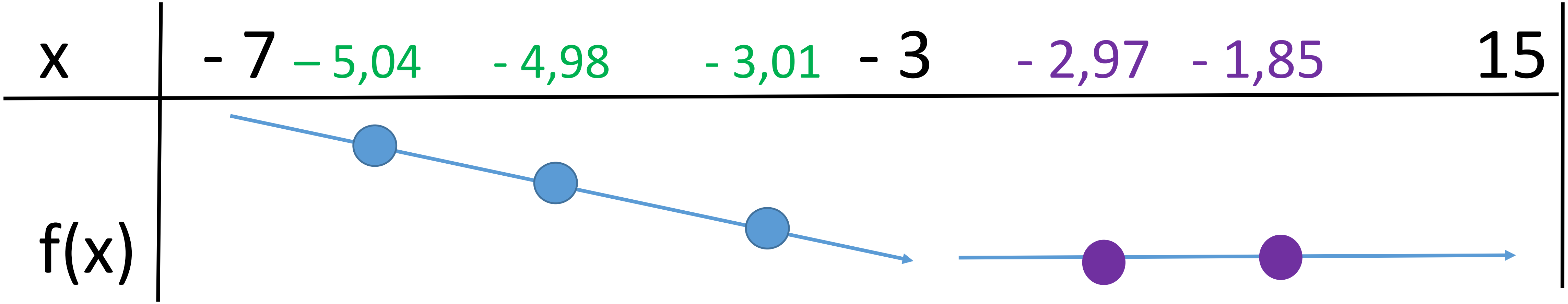


Exercice 3 :

La fonction f définie sur [- 7 ; 15] est strictement décroissante sur [- 7 ; - 3] et constante sur [- 3 ; 15].

Ordonnez dans l'ordre croissant les images de – 5,04 ; - 4,98 ; - 3,01 ; - 2,97 ; - 1,85.

Un élève peut répondre sur une copie de DST :



Réponse :

$$f(-1{,}85) = f(-2{,}97) < f(-3{,}01) < f(-4{,}98) < f(-5{,}04)$$