

Exercice 12 :

On veut **arrondir à 3 chiffres significatifs** n'importe quel nombre positif X .

1°) Quelle fonctionnalité (placée dans un groupe C d'actions) dans une calculatrice permet d'éliminer certains chiffres d'un nombre ?

2°) On veut arrondir $X = 12345$

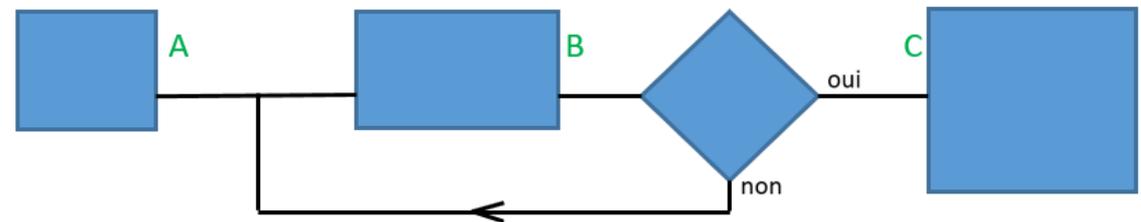
Quelle action doit-on faire en B ?

Comment la machine connaîtra le nombre N d'actions ?

Quelle est la condition arrêtant les actions en B ?

Quelles autres actions doit-on faire en C ?

Complétez l'organigramme.



3°) idem 2° avec $X = 0,006789$

4°) Les questions 2° et 3° permettent-elles d'étudier tous les cas possibles ?

Si non, quel est l'organigramme du cas manquant ?

Soit M le réel du premier calcul $X \times 10^M$

Déterminez M selon toutes les valeurs de X .

Soit W le réel du dernier calcul $X \times 10^{WN}$

Déterminez W selon toutes les valeurs de X .

5°) Déterminez les signes de $(X - 100)$ et de $(X - 1000)$ dans les deux cas des questions 2° et 3°, ainsi que la valeur de $T = -0,5 \left(\frac{|X - 100|}{X - 100} + \frac{|X - 1000|}{X - 1000} \right)$

Déduisez-en la condition commune pour les deux questions 2° et 3°,

et les actions communes.

Proposez deux équivalences à " X est dans l'intervalle $] K ; L [$ "

Quelle est celle qui comporte un défaut ?

6°) Déduisez-en le nouvel organigramme commun à tous les nombres X ,

et terminez l'algorithme.

On veut **arrondir à 3 chiffres significatifs** n'importe quel nombre positif X.

1°) Quelle fonctionnalité dans une calculatrice permet d'éliminer certains chiffres d'un nombre ?

C'est ...

Il y a aussi ...

On veut **arrondir à 3 chiffres significatifs** n'importe quel nombre positif X.

1°) Quelle fonctionnalité dans une calculatrice permet d'éliminer certains chiffres d'un nombre ?

C'est la **Partie Entière** de ce nombre (nommée **Int** chez Casio)

$$\text{Int} (12,78) = 12$$

$$\text{Int} (34 \times 10^{-3}) = \text{Int} (0,034) = 0$$

Il y a aussi ...

On veut **arrondir à 3 chiffres significatifs** n'importe quel nombre positif X.

1°) Quelle fonctionnalité dans une calculatrice permet d'éliminer certains chiffres d'un nombre ?

C'est la **Partie Entière** de ce nombre (nommée **Int** chez Casio)

$$\text{Int} (12,78) = 12 \qquad \text{Int} (34 \times 10^{-3}) = \text{Int} (0,034) = 0$$

Il y a aussi la **Partie Décimale** de ce nombre (nommée **Frac** chez Casio)

$$\text{Frac} (12,78) = 0,78 \qquad \text{Frac} (34 \times 10^{-3}) = \text{Frac} (0,034) = 0,034$$

(on peut en déduire que $X = \text{Int} (X) + \text{Frac} (X)$)

On veut **arrondir à 3 chiffres significatifs** n'importe quel nombre positif X.

1°) Quelle fonctionnalité dans une calculatrice permet d'éliminer certains chiffres d'un nombre ?

C'est la **Partie Entière** de ce nombre (nommée **Int** chez Casio)

$$\text{Int} (12,78) = 12 \qquad \text{Int} (34 \times 10^{-3}) = \text{Int} (0,034) = 0$$

Il y a aussi la **Partie Décimale** de ce nombre (nommée **Frac** chez Casio)

$$\text{Frac} (12,78) = 0,78 \qquad \text{Frac} (34 \times 10^{-3}) = \text{Frac} (0,034) = 0,034$$

(on peut en déduire que $X = \text{Int} (X) + \text{Frac} (X)$)

Pour le but recherché, on utilisera ...

On veut **arrondir à 3 chiffres significatifs** n'importe quel nombre positif X.

1°) Quelle fonctionnalité dans une calculatrice permet d'éliminer certains chiffres d'un nombre ?

C'est la **Partie Entière** de ce nombre (nommée **Int** chez Casio)

$$\text{Int} (12,78) = 12 \qquad \text{Int} (34 \times 10^{-3}) = \text{Int} (0,034) = 0$$

Il y a aussi la **Partie Décimale** de ce nombre (nommée **Frac** chez Casio)

$$\text{Frac} (12,78) = 0,78 \qquad \text{Frac} (34 \times 10^{-3}) = \text{Frac} (0,034) = 0,034$$

(on peut en déduire que $X = \text{Int} (X) + \text{Frac} (X)$)

Pour le but recherché, on utilisera la **Partie Entière** de ce nombre

$$\text{Int} (12,78) = 12$$

➡ 12,78 a été **arrondi** à 2 chiffres significatifs

2°) On veut arrondir $X = 12345$

Quelle action doit-on faire en B ?

$$12345 \times 10^{-2} = 123,45 \quad \text{Int} (123,45) = 123 \quad 123 \times 10^2 = 12300$$

On doit **diviser plusieurs fois par 10** avant de pouvoir obtenir les 3 chiffres significatifs.

Comment la machine connaîtra le nombre N d'actions ?

On va créer un **compteur de boucle**.

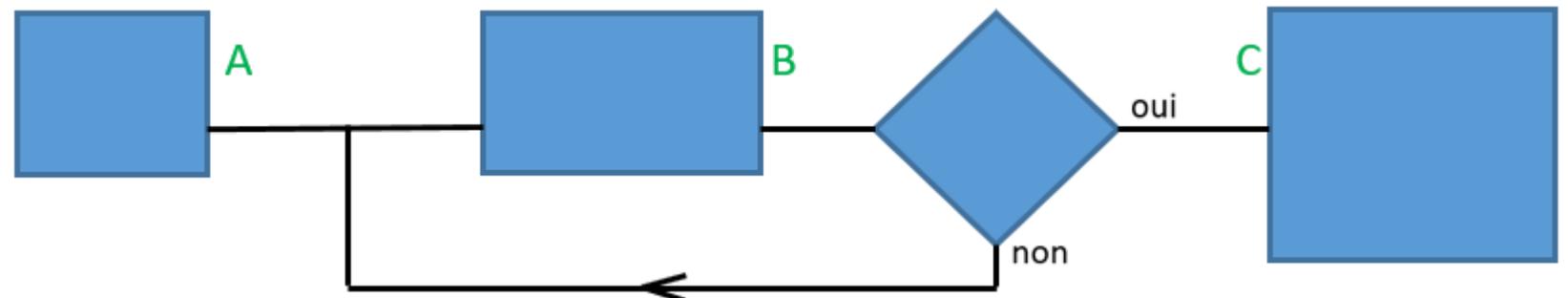
Quelle est la condition arrêtant les actions en B ?

On ne sait pas combien de fois il faut diviser par 10 ➡ jusqu'à $X < 1000$

Quelles autres actions doit-on faire en C ?

Après $\text{Int} (X)$ il faut **remultiplier plusieurs fois par 10** et **Afficher** le nombre arrondi

Complétez l'organigramme.



2°) On veut arrondir $X = 12345$

Quelle action doit-on faire en B ?

$$12345 \times 10^{-2} = 123,45 \quad \text{Int} (123,45) = 123 \quad 123 \times 10^2 = 12300$$

On doit **diviser plusieurs fois par 10** avant de pouvoir obtenir les 3 chiffres significatifs.

Comment la machine connaîtra le nombre N d'actions ?

On va créer un **compteur de boucle**.

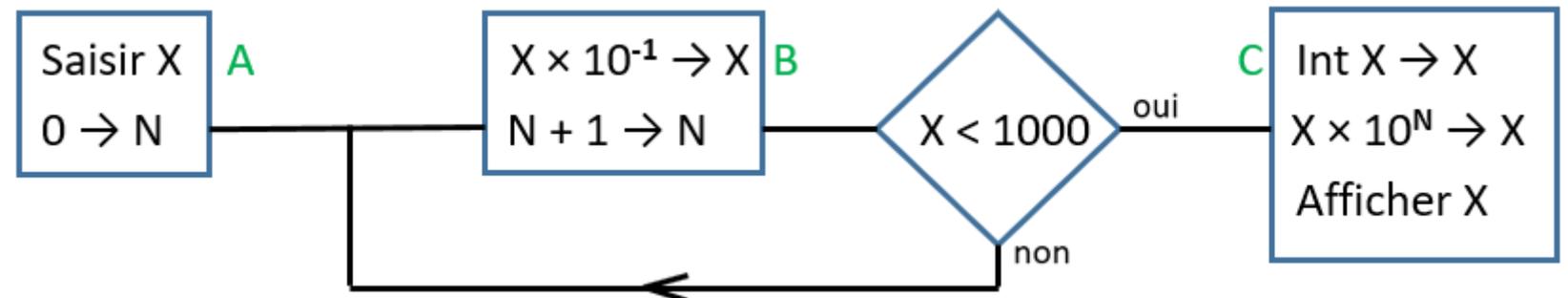
Quelle est la condition arrêtant les actions en B ?

On ne sait pas combien de fois il faut diviser par 10 ➡ jusqu'à $X < 1000$

Quelles autres actions doit-on faire en C ?

Après $\text{Int} (X)$ il faut **remultiplier plusieurs fois par 10** et **Afficher** le nombre arrondi

Complétez l'organigramme.



3°) On veut arrondir $X = 0,006789$

Quelle action doit-on faire en B ?

$$0,006789 \times 10^5 = 678,9 \quad \text{Int} (678,9) = 678 \quad 678 \times 10^{-5} = 0,00678$$

On doit **multiplier plusieurs fois par 10** avant de pouvoir obtenir les 3 chiffres significatifs.

Comment la machine connaîtra le nombre N d'actions ?

On va créer un **compteur de boucle**.

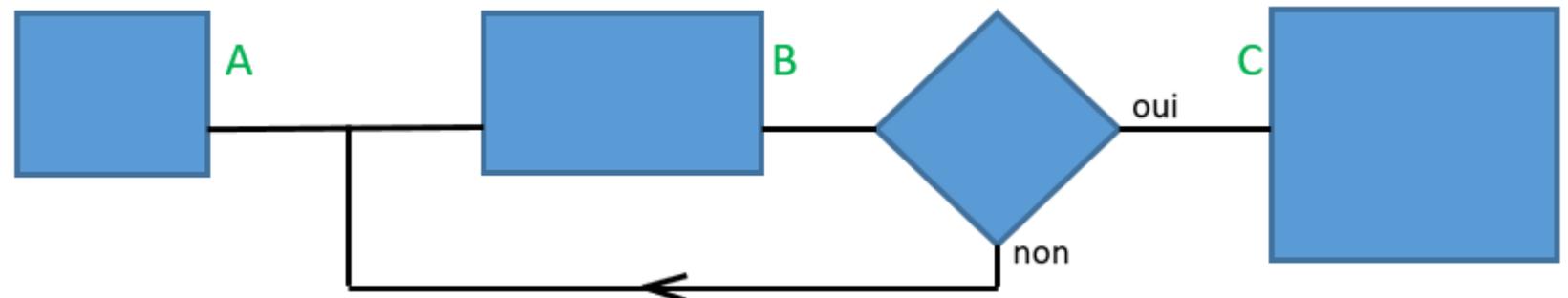
Quelle est la condition arrêtant les actions en B ?

On ne sait pas combien de fois il faut **multiplier** par 10 ➡ jusqu'à $X \geq 100$

Quelles autres actions doit-on faire en C ?

Après $\text{Int} (X)$ il faut **diviser plusieurs fois par 10** et **Afficher** le nombre arrondi

Complétez l'organigramme.



3°) On veut arrondir $X = 0,006789$

Quelle action doit-on faire en B ?

$$0,006789 \times 10^5 = 678,9 \quad \text{Int} (678,9) = 678 \quad 678 \times 10^{-5} = 0,00678$$

On doit **multiplier plusieurs fois par 10** avant de pouvoir obtenir les 3 chiffres significatifs.

Comment la machine connaîtra le nombre N d'actions ?

On va créer un **compteur de boucle**.

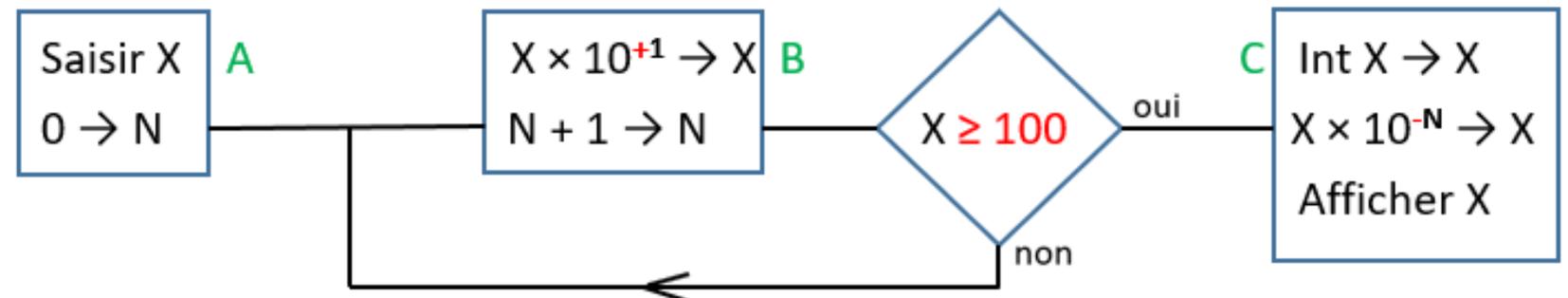
Quelle est la condition arrêtant les actions en B ?

On ne sait pas combien de fois il faut **multiplier** par 10 ➡ jusqu'à $X \geq 100$

Quelles autres actions doit-on faire en C ?

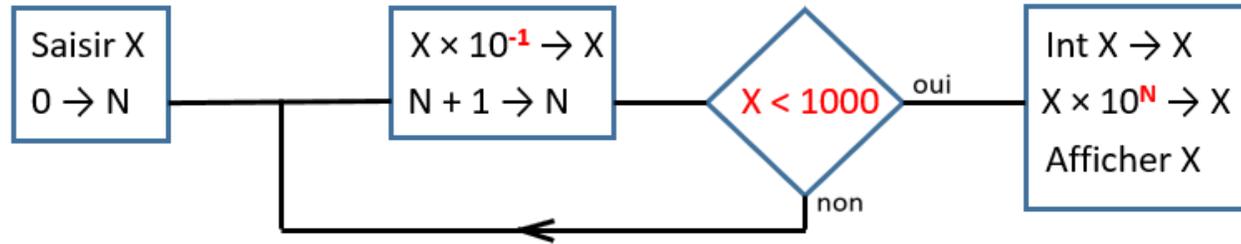
Après $\text{Int} (X)$ il faut **diviser plusieurs fois par 10** et **Afficher** le nombre arrondi

Complétez l'organigramme.

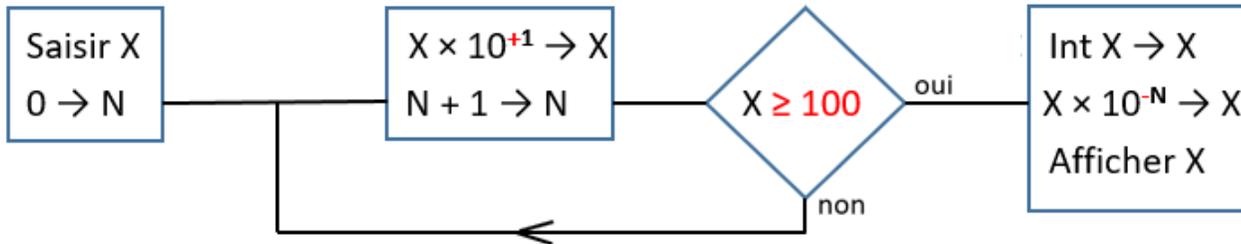


4°) Les questions 2° et 3° permettent-elles d'étudier tous les cas possibles ?

cas 2° : $X \geq 1000$ (n^b à plus de 3 chiffres d'entiers : il faut le **diviser** avant de faire **Int X**)

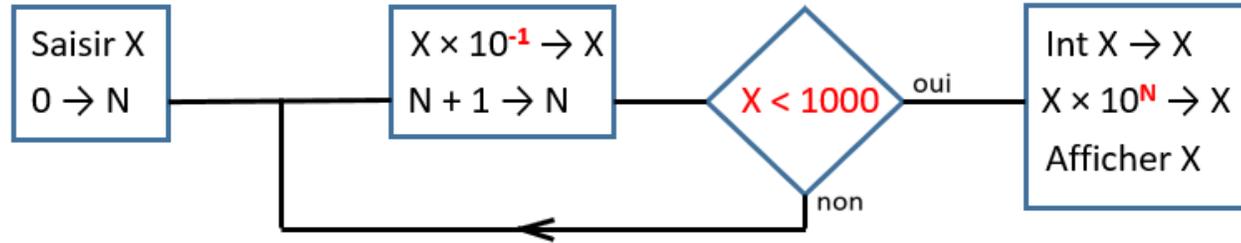


cas 3° : $X < 100$ (n^b à moins de 3 chiffres d'entiers : il faut le **multiplier par 10**)

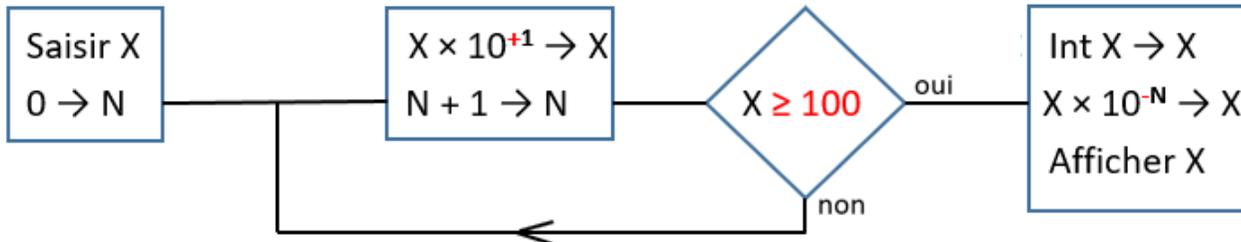


4°) Les questions 2° et 3° permettent-elles d'étudier tous les cas possibles ?

cas 2° : $X \geq 1000$ (n^b à plus de 3 chiffres d'entiers : il faut le **diviser** avant de faire **Int X**)



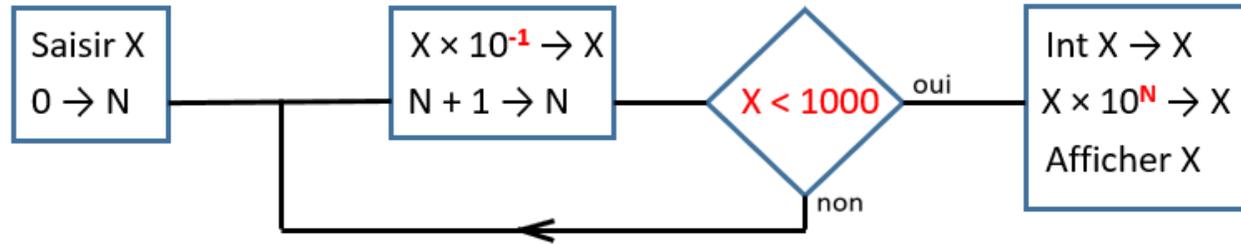
cas 3° : $X < 100$ (n^b à moins de 3 chiffres d'entiers : il faut le **multiplier par 10**)



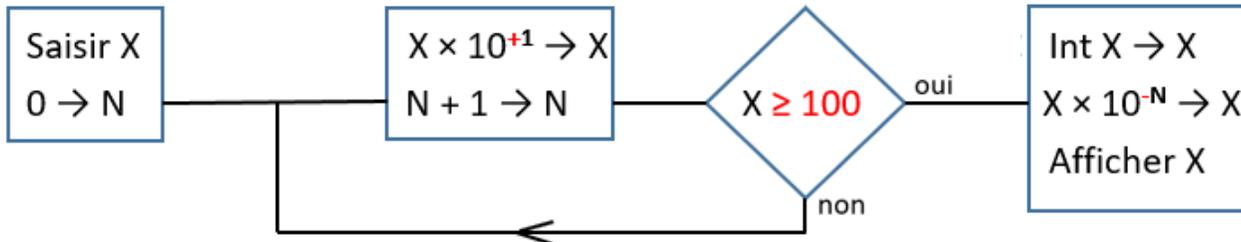
il manque le cas 4° : $100 \leq X < 1000$ (n^b à 3 chiffres d'entiers : il ne faut **rien** faire)

4°) Les questions 2° et 3° permettent-elles d'étudier tous les cas possibles ?

cas 2° : $X \geq 1000$ (n^b à plus de 3 chiffres d'entiers : il faut le **diviser** avant de faire **Int X**)

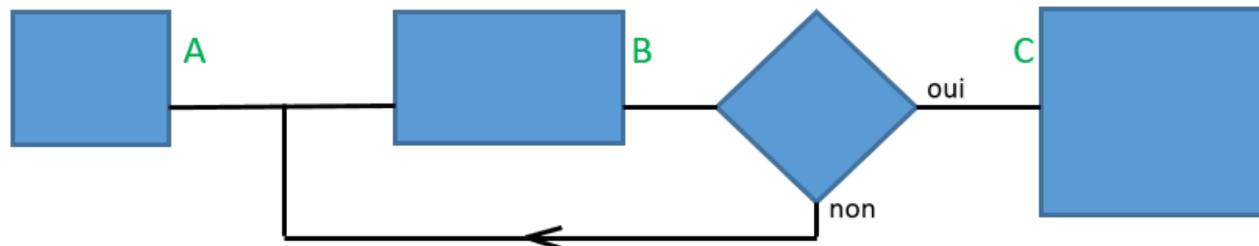


cas 3° : $X < 100$ (n^b à moins de 3 chiffres d'entiers : il faut le **multiplier par 10**)



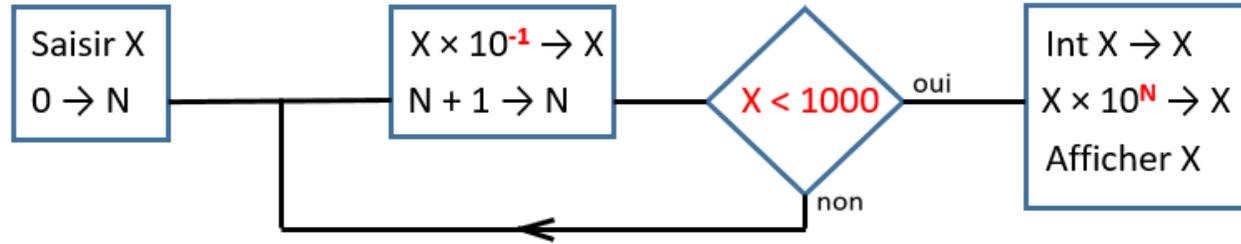
il manque le cas 4° : $100 \leq X < 1000$ (n^b à 3 chiffres d'entiers : il ne faut **rien** faire)

Si non, quel est l'organigramme du cas manquant ?

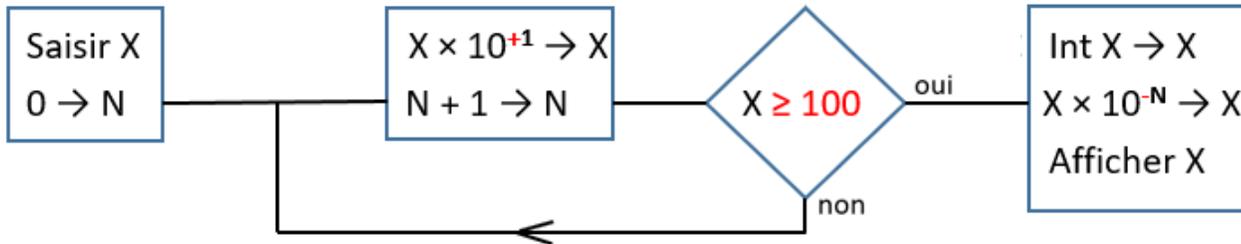


4°) Les questions 2° et 3° permettent-elles d'étudier tous les cas possibles ?

cas 2° : $X \geq 1000$ (n^b à plus de 3 chiffres d'entiers : il faut le **diviser** avant de faire **Int X**)

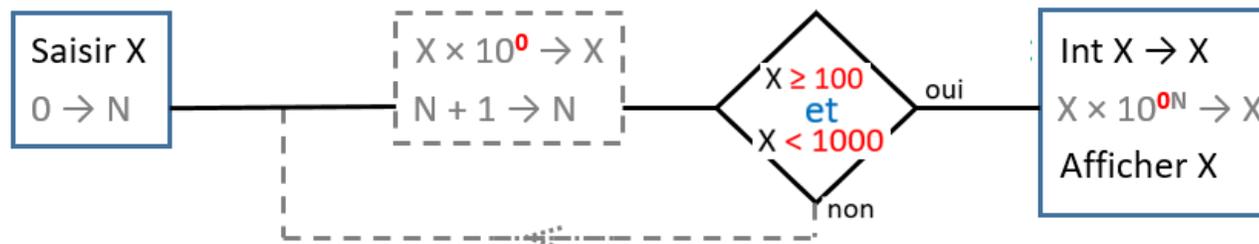


cas 3° : $X < 100$ (n^b à moins de 3 chiffres d'entiers : il faut le **multiplier par 10**)



il manque le cas 4° : $100 \leq X < 1000$ (n^b à 3 chiffres d'entiers : il ne faut **rien** faire)

Si non, quel est l'organigramme du cas manquant ?

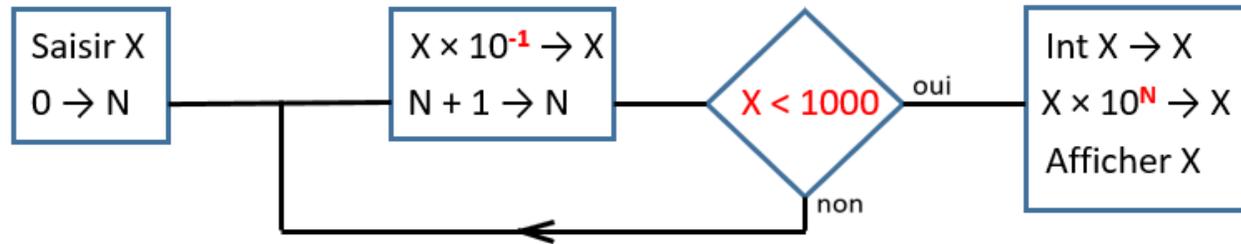


en gris les actions
facultatives

4°) Soit M le réel du premier calcul $X \times 10^M$ Déterminez M selon toutes les valeurs de X .

Soit W le réel du dernier calcul $X \times 10^W$ Déterminez W selon toutes les valeurs de X .

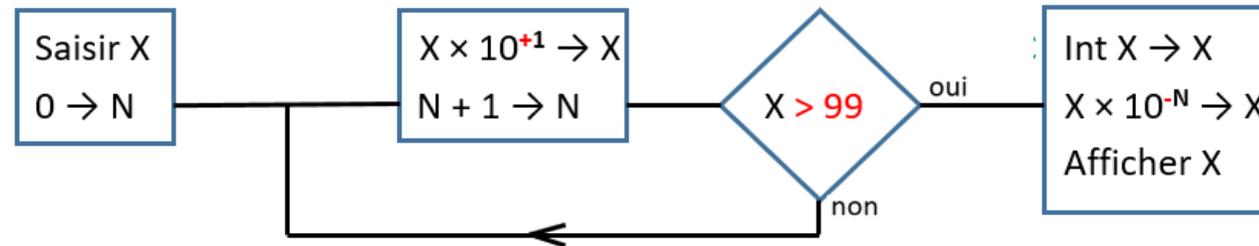
cas 2° : $X \geq 1000$ (n^b à plus de 3 chiffres d'entiers : il faut le **diviser** avant de faire **Int X**)



$M = \dots ?$

$W = \dots ?$

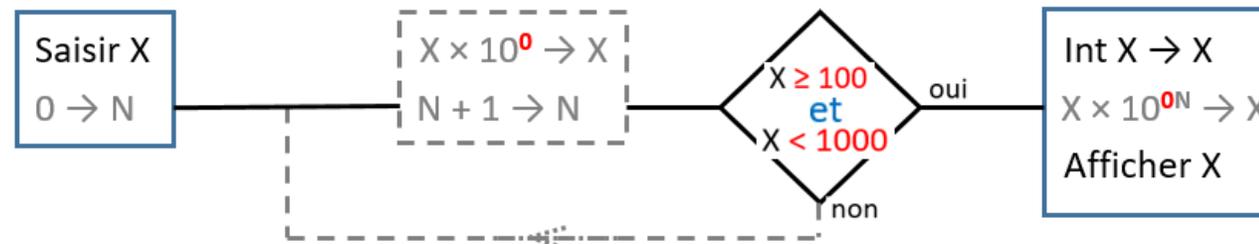
cas 3° : $X < 100$ (n^b à moins de 3 chiffres d'entiers : il faut le **multiplier par 10**)



$M = \dots ?$

$W = \dots ?$

cas 4° : $100 \leq X < 1000$ (n^b à 3 chiffres d'entiers : il ne faut **rien** faire)



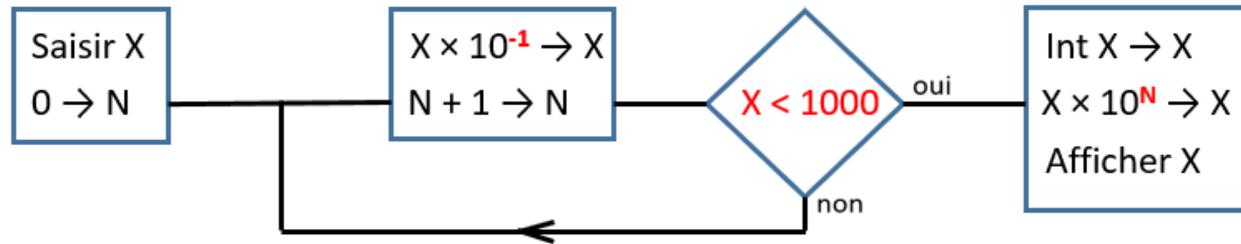
$M = \dots ?$

$W = \dots ?$

4°) Soit M le réel du premier calcul $X \times 10^M$ Déterminez M selon toutes les valeurs de X .

Soit W le réel du dernier calcul $X \times 10^{WN}$ Déterminez W selon toutes les valeurs de X .

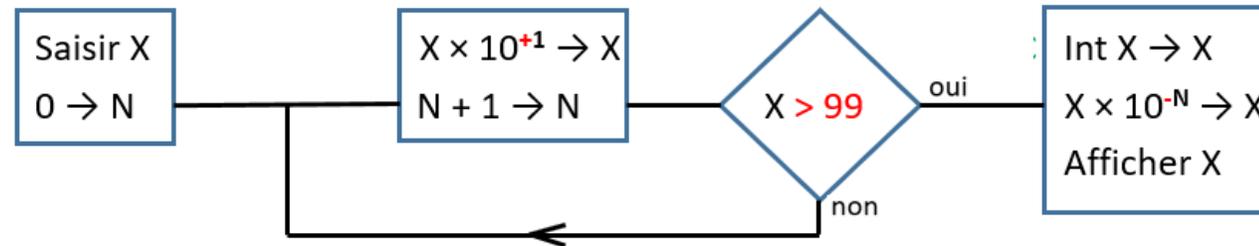
cas 2° : $X \geq 1000$ (n^b à plus de 3 chiffres d'entiers : il faut le **diviser** avant de faire **Int X**)



$M = -1$

$W = 1$

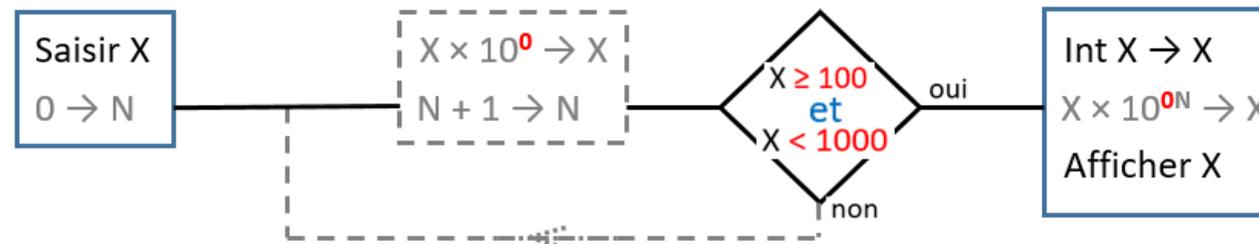
cas 3° : $X < 100$ (n^b à moins de 3 chiffres d'entiers : il faut le **multiplier par 10**)



$M = 1$

$W = -1$

cas 4° : $100 \leq X < 1000$ (n^b à 3 chiffres d'entiers : il ne faut **rien** faire)



$M = 0$

$W = 0$

5°) Déterminez les signes de $(X - 100)$ et de $(X - 1000)$ dans les deux cas des questions 2° et 3°, ainsi que la valeur de $T = -0,5 \left(\frac{|X - 100|}{X - 100} + \frac{|X - 1000|}{X - 1000} \right)$

X	question	signe de $X - 100$	signe de $X - 1000$	T
dans $[0 ; 100[$	3°			
dans $[100 ; 1000[$	4°			
dans $[1000 ; +\infty[$	2°			

5°) Déterminez les signes de $(X - 100)$ et de $(X - 1000)$ dans les deux cas des questions 2° et 3°, ainsi que la valeur de $T = -0,5 \left(\frac{|X - 100|}{X - 100} + \frac{|X - 1000|}{X - 1000} \right)$

X	question	signe de $X - 100$	signe de $X - 1000$	T
dans $[0 ; 100[$	3°	négatif	négatif	
dans $[100 ; 1000[$	4°	positif	négatif	
dans $[1000 ; +\infty[$	2°	positif	positif	

5°) Déterminez les signes de $(X - 100)$ et de $(X - 1000)$ dans les deux cas des questions 2° et 3°, ainsi que la valeur de $T = -0,5 \left(\frac{|X - 100|}{X - 100} + \frac{|X - 1000|}{X - 1000} \right)$

X	question	signe de $X - 100$	signe de $X - 1000$	T
dans $[0 ; 100[$	3°	négatif	négatif	1
dans $[100 ; 1000[$	4°	positif	négatif	
dans $[1000 ; +\infty[$	2°	positif	positif	

dans $[0 ; 100[$ $X - 100 < 0 \Rightarrow |X - 100| = -(X - 100)$

et $X - 1000 < 0 \Rightarrow |X - 1000| = -(X - 1000)$

$\Rightarrow T = -0,5 \left(\frac{-(X - 100)}{X - 100} + \frac{-(X - 1000)}{X - 1000} \right) = -0,5 (-1 + (-1)) = 1$

5°) Déterminez les signes de $(X - 100)$ et de $(X - 1000)$ dans les deux cas des questions 2° et 3°, ainsi que la valeur de $T = -0,5 \left(\frac{|X - 100|}{X - 100} + \frac{|X - 1000|}{X - 1000} \right)$

X	question	signe de $X - 100$	signe de $X - 1000$	T
dans $[0 ; 100[$	3°	négatif	négatif	1
dans $[100 ; 1000[$	4°	positif	négatif	0
dans $[1000 ; +\infty[$	2°	positif	positif	-

dans $[0 ; 100[$ $X - 100 < 0 \Rightarrow |X - 100| = -(X - 100)$

et $X - 1000 < 0 \Rightarrow |X - 1000| = -(X - 1000)$

$\Rightarrow T = -0,5 \left(\frac{-(X - 100)}{X - 100} + \frac{-(X - 1000)}{X - 1000} \right) = -0,5 (-1 + (-1)) = 1$

Même méthode :

dans $[100 ; 1000[$ $T = -0,5 \left(\frac{X - 100}{X - 100} + \frac{-(X - 1000)}{X - 1000} \right) = -0,5 (1 + (-1)) = 0$

5°) Déterminez les signes de $(X - 100)$ et de $(X - 1000)$ dans les deux cas des questions 2° et 3°, ainsi que la valeur de $T = -0,5 \left(\frac{|X - 100|}{X - 100} + \frac{|X - 1000|}{X - 1000} \right)$

X	question	signe de $X - 100$	signe de $X - 1000$	T
dans $[0 ; 100[$	3°	négatif	négatif	1
dans $[100 ; 1000[$	4°	positif	négatif	0
dans $[1000 ; +\infty[$	2°	positif	positif	-1

dans $[0 ; 100[$ $X - 100 < 0 \Rightarrow |X - 100| = -(X - 100)$

et $X - 1000 < 0 \Rightarrow |X - 1000| = -(X - 1000)$

$\Rightarrow T = -0,5 \left(\frac{-(X - 100)}{X - 100} + \frac{-(X - 1000)}{X - 1000} \right) = -0,5 (-1 + (-1)) = 1$

Même méthode :

dans $[100 ; 1000[$ $T = -0,5 \left(\frac{X - 100}{X - 100} + \frac{-(X - 1000)}{X - 1000} \right) = -0,5 (1 + (-1)) = 0$

dans $[1000 ; +\infty[$ $T = -0,5 \left(\frac{X - 100}{X - 100} + \frac{X - 1000}{X - 1000} \right) = -0,5 (1 + 1) = -1$

5°) Déterminez les signes de $(X - 100)$ et de $(X - 1000)$ dans les deux cas des questions 2° et 3°, ainsi que la valeur de $T = -0,5 \left(\frac{|X - 100|}{X - 100} + \frac{|X - 1000|}{X - 1000} \right)$

X	question	signe de $X - 100$	signe de $X - 1000$	T
dans $[0 ; 100[$	3°	négatif	négatif	1
dans $[100 ; 1000[$	4°	positif	négatif	0
dans $[1000 ; +\infty[$	2°	positif	positif	-1

Déduisez-en la condition commune pour les deux questions 2° et 3°,

5°) Déterminez les signes de $(X - 100)$ et de $(X - 1000)$ dans les deux cas des questions 2° et 3°, ainsi que la valeur de $T = -0,5 \left(\frac{|X - 100|}{X - 100} + \frac{|X - 1000|}{X - 1000} \right)$

X	question	signe de $X - 100$	signe de $X - 1000$	T
dans $[0 ; 100 [$	3°	négatif	négatif	1
dans $[100 ; 1000 [$	4°	positif	négatif	0
dans $[1000 ; + \infty [$	2°	positif	positif	-1

Déduisez-en la condition commune pour les deux questions 2° et 3°,

Il faut arrêter de diviser par 10, ou multiplier par 10, quand le nouvel X est dans $[100 ; 1000 [$ donc lorsque $X - 100$ est positif et $X - 1000$ négatif

donc lorsque le **produit** est négatif

Dans les deux autres cas le **produit** est ...

5°) Déterminez les signes de $(X - 100)$ et de $(X - 1000)$ dans les deux cas des questions 2° et 3°, ainsi que la valeur de $T = -0,5 \left(\frac{|X - 100|}{X - 100} + \frac{|X - 1000|}{X - 1000} \right)$

X	question	signe de $X - 100$	signe de $X - 1000$	T
dans $[0 ; 100[$	3°	négatif	négatif	1
dans $[100 ; 1000[$	4°	positif	négatif	0
dans $[1000 ; +\infty[$	2°	positif	positif	-1

Déduisez-en la condition commune pour les deux questions 2° et 3°,

Il faut arrêter de diviser par 10, ou multiplier par 10, quand le nouvel X est dans $[100 ; 1000[$ donc lorsque $X - 100$ est positif et $X - 1000$ négatif

donc lorsque le produit est négatif

Dans les deux autres cas le produit est positif (négatif \times négatif et positif \times positif)

➡ la condition commune aux trois cas est ...

5°) Déterminez les signes de $(X - 100)$ et de $(X - 1000)$ dans les deux cas des questions 2° et 3°, ainsi que la valeur de $T = -0,5 \left(\frac{|X - 100|}{X - 100} + \frac{|X - 1000|}{X - 1000} \right)$

X	question	signe de $X - 100$	signe de $X - 1000$	T
dans $[0 ; 100[$	3°	négatif	négatif	1
dans $[100 ; 1000[$	4°	positif	négatif	0
dans $[1000 ; +\infty[$	2°	positif	positif	-1

Déduisez-en la condition commune pour les deux questions 2° et 3°,

Il faut arrêter de diviser par 10, ou multiplier par 10, quand le nouvel X est dans $[100 ; 1000[$ donc lorsque $X - 100$ est positif et $X - 1000$ négatif

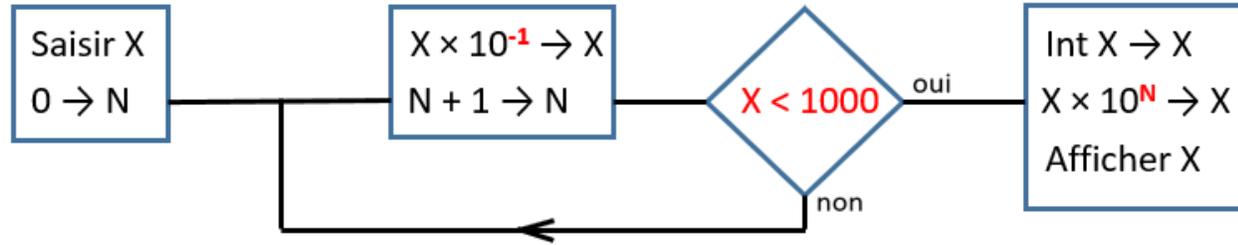
donc lorsque le **produit** est négatif

Dans les deux autres cas le **produit** est positif (négatif \times négatif et positif \times positif)

➡ la condition commune aux trois cas est **$(X - 100) \times (X - 1000) < 0$**

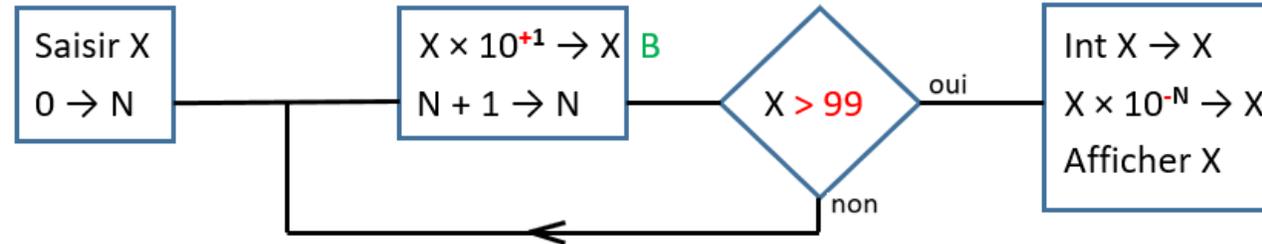
5°) Déterminez les actions communes.

cas 2° : $X \geq 1000$



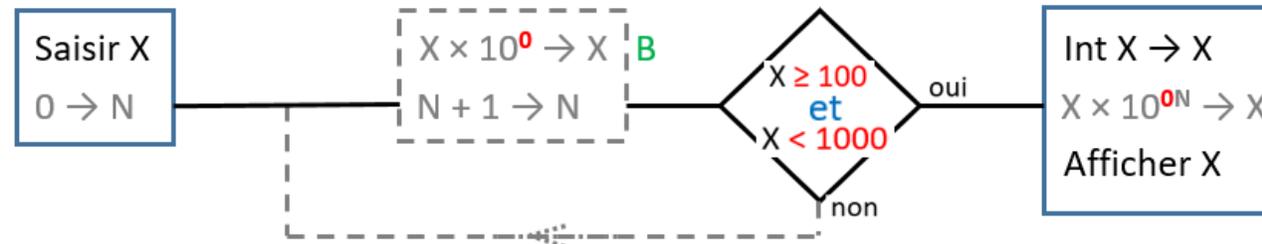
$M = -1$

cas 3° : $X < 100$



$M = 1$

cas 4° : $100 \leq X < 1000$

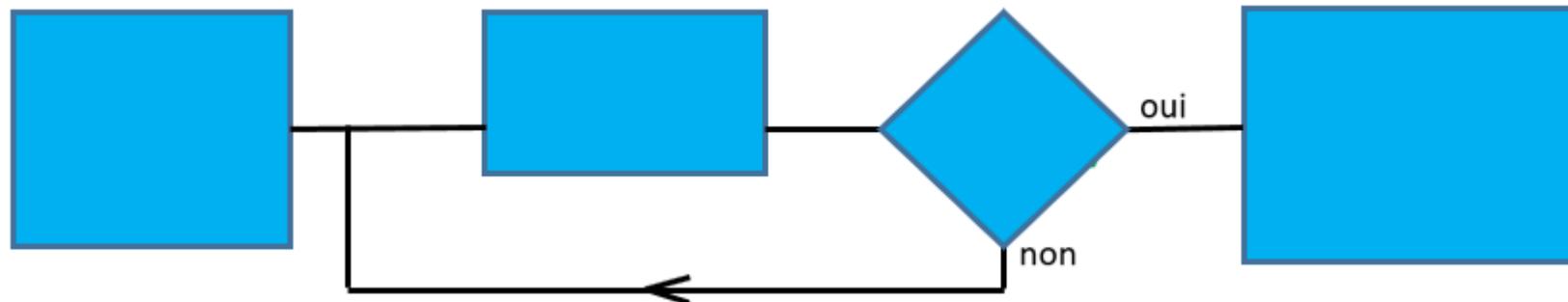


$M = 0$

1^{er} calcul $M = T \rightarrow X \times 10^T$

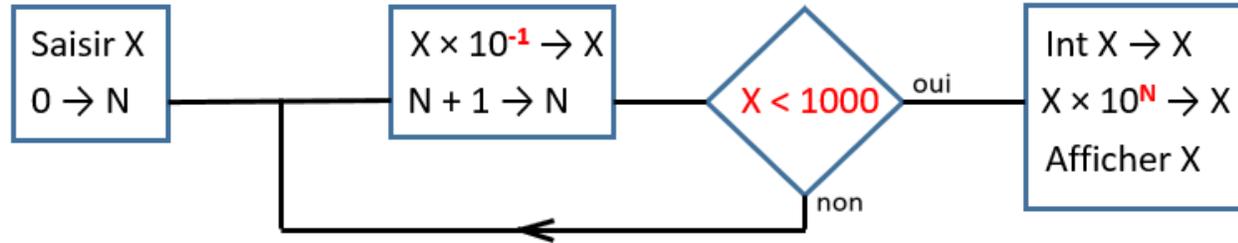
2^{ème} calcul $X \times 10^{-1 \times T \times N}$

Pour tout X



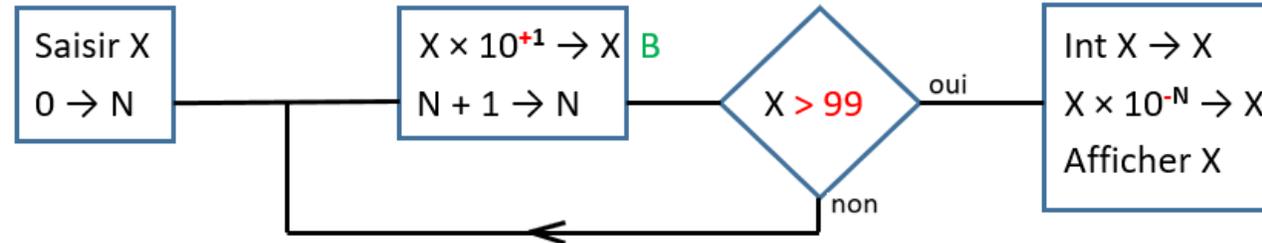
5°) Déterminez les actions communes.

cas 2° : $X \geq 1000$



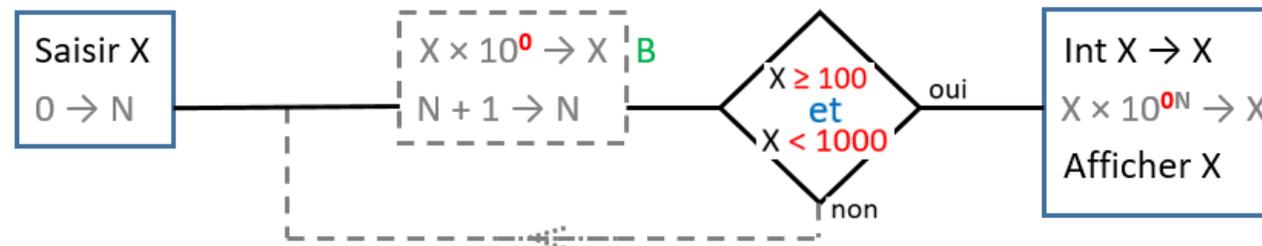
$M = -1$

cas 3° : $X < 100$



$M = 1$

cas 4° : $100 \leq X < 1000$

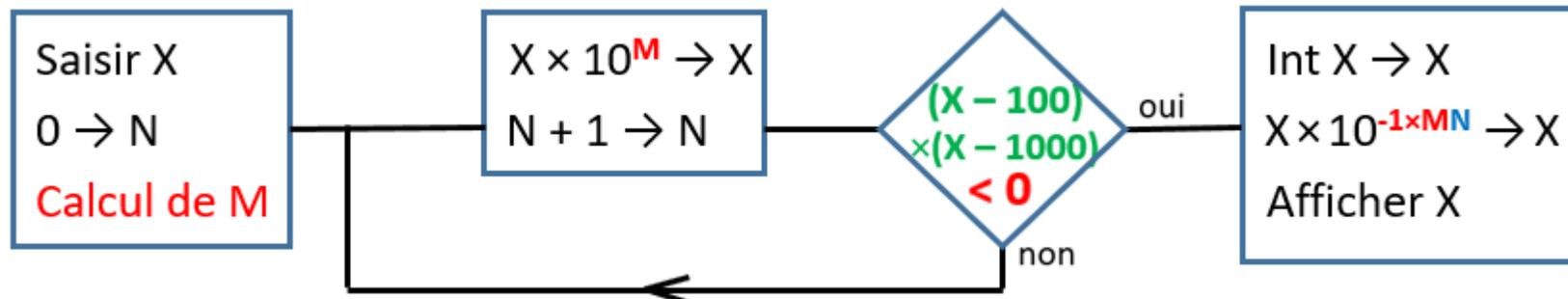


$M = 0$

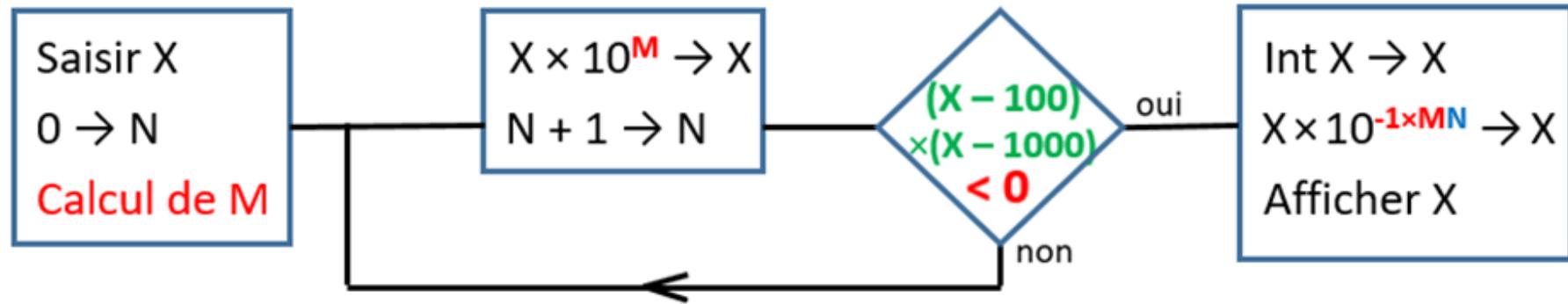
1^{er} calcul $M = T \Rightarrow X \times 10^T$

2^{ème} calcul $X \times 10^{-1 \times T \times N}$

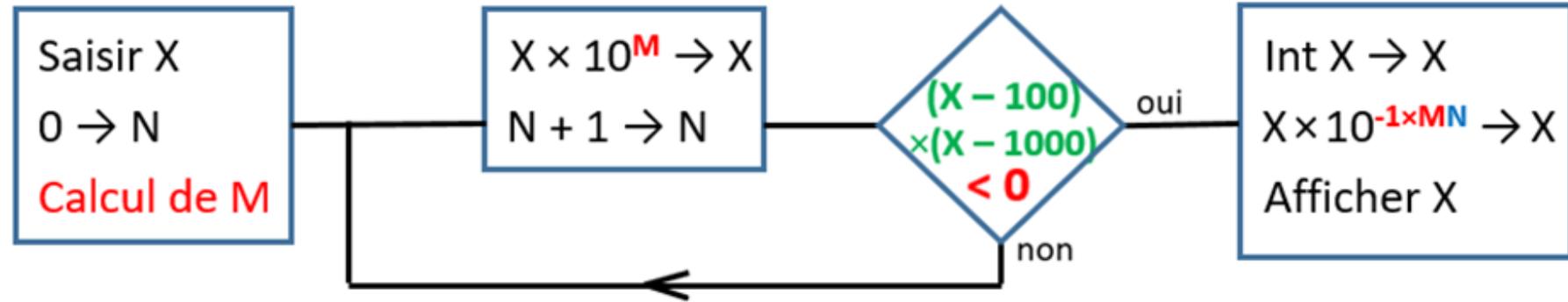
Pour tout X



Etape 1 : organigramme



Etape 1 : organigramme



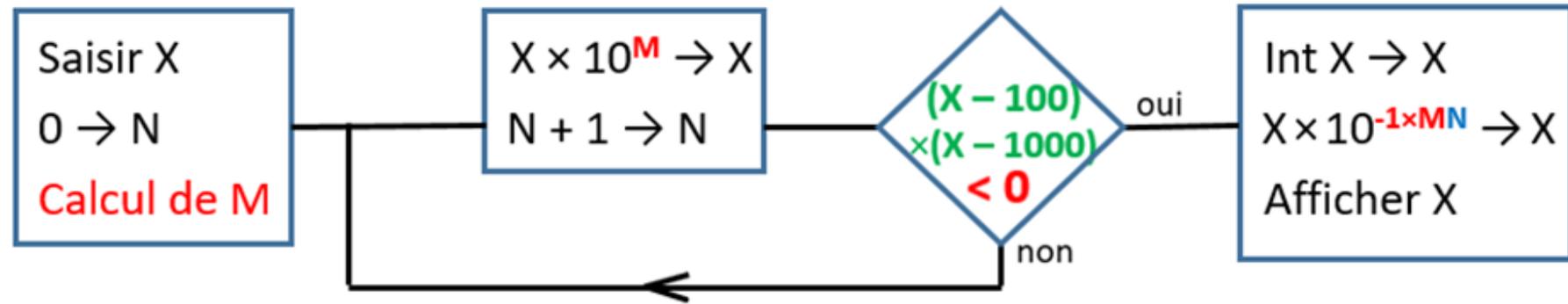
Etape 2 : programme sur sa copie

? → X : 0 → N : $-0,5 \times (\text{Abs} (X - 100) \div (X - 100) + \text{Abs} (X - 1000) \div (X - 1000))$ → M :

Lbl 1 : $X \times 10^M \rightarrow X$: $N + 1 \rightarrow N$: **if** $(X - 100) \times (X - 1000) < 0$: **Then** Goto 2 : **Else** Goto 1 :

Lbl 2 : **Int** X → X : $X \times 10^{-1 \times M} \rightarrow X$: X ▲

Etape 1 : organigramme

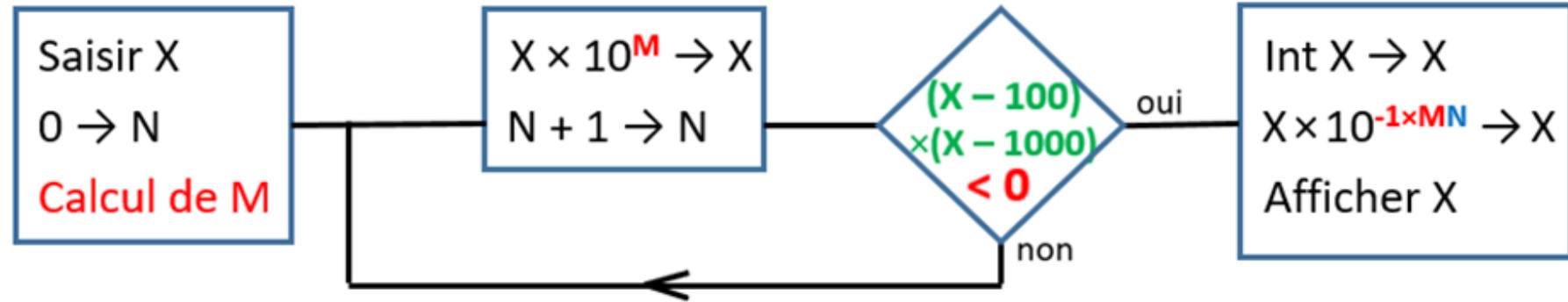


Etape 2 : programme sur sa copie

? → X : 0 → N : $-0,5 \times (\text{Abs} (X - 100) \div (X - 100) + \text{Abs} (X - 1000) \div (X - 1000)) \rightarrow M$:
Lbl 1 : $X \times 10^M \rightarrow X$: $N + 1 \rightarrow N$: **if** $(X - 100) \times (X - 1000) < 0$: **Then** Goto 2 : **Else** Goto 1 :
Lbl 2 : **Int** X → X : $X \times 10^{-1 \times M} \rightarrow X$: X ▲

Etape 3 : programme à taper dans la calculatrice

Etape 1 : organigramme



Etape 2 : programme sur sa copie

? → X : 0 → N : $-0,5 \times (\text{Abs} (X - 100) \div (X - 100) + \text{Abs} (X - 1000) \div (X - 1000))$ → M :
Lbl 1 : $X \times 10^M \rightarrow X$: $N + 1 \rightarrow N$: **if** $(X - 100) \times (X - 1000) < 0$: **Then** Goto 2 : **Else** Goto 1 :
Lbl 2 : $\text{Int } X \rightarrow X$: $X \times 10^{-1 \times M} \rightarrow X$: X ▲

Etape 3 : programme à taper dans la calculatrice

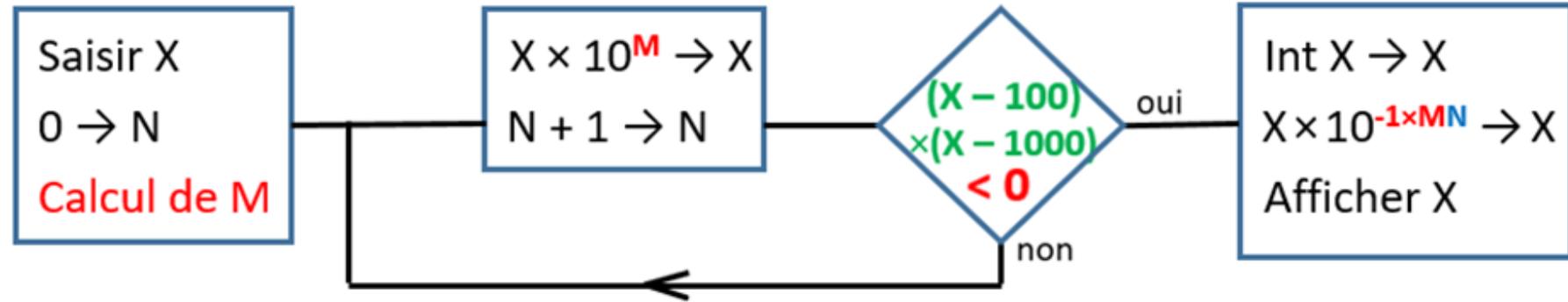
Etape 4 : on teste

12345,6 doit donner 12300

456,7 doit donner 456

56789×10^{-15} doit donner 567×10^{-13}

Etape 1 : organigramme



Etape 2 : programme sur sa copie

? → X : 0 → N : $-0,5 \times (\text{Abs} (X - 100) \div (X - 100) + \text{Abs} (X - 1000) \div (X - 1000))$ → M :
Lbl 1 : $X \times 10^M \rightarrow X$: $N + 1 \rightarrow N$: **if** $(X - 100) \times (X - 1000) < 0$: **Then** Goto 2 : **Else** Goto 1 :
Lbl 2 : **Int** X → X : $X \times 10^{-1 \times M} \rightarrow X$: X ▲

Etape 3 : programme à taper dans la calculatrice

Etape 4 : on teste 12345,6 doit donner 12300

456,7 doit donner 456

56789×10⁻¹⁵ doit donner 567×10⁻¹³

Etape 5 : on utilise