

Exo 15 :

valeurs x_i	4	8	3	7
effectifs n_i	2	4	1	3

- 1°) Déterminez toutes les caractéristiques de la série.
- 2°) Déterminez la valeur x_i d'effectif 4 qu'il faut ajouter à la série pour que la moyenne augmente de 2.
- 3°) On ajoute à la série précédente la valeur 12. Déterminez son effectif pour que la moyenne soit de 9,48.
- 4°) Proposez une autre série y_i d'effectif 6 qui aurait les mêmes **moyenne** μ et **écart-type** σ que la 1^{ère} liste.

valeurs x_i	3	4	7	8
effectifs n_i	1	2	3	4

1°) $\sum n_i x_i$ $1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8)$ 64

moyenne $\mu = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8)}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{64}{10} = 6,4$

valeurs x_i	3	4	7	8
effectifs n_i	1	2	3	4
effectifs $n_{cc\ i}$	1	3	6	10

1°) $\sum n_i x_i$ $1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8)$ 64

moyenne $\mu = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8)}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{64}{10} = 6,4$

Q_1 : $25\%N = 0,25 \times 10 = 2,5 \rightarrow Q_1 = x_3$

valeurs x_i	3	4	7	8
effectifs n_i	1	2	3	4
effectifs $n_{cc\ i}$	1	3	6	10

1°) $\sum n_i x_i$ $1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8)$ 64

moyenne $\mu = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8)}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{64}{10} = 6,4$

Q_1 : $25\%N = 0,25 \times 10 = 2,5 \rightarrow Q_1 = x_3 = 4$

valeurs x_i	3	4	7	8
effectifs n_i	1	2	3	4
effectifs $n_{cc\ i}$	1	3	6	10

1°) $\sum n_i x_i$ $1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8)$ 64

moyenne $\mu = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8)}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{64}{10} = 6,4$

Q_1 : $25\%N = 0,25 \times 10 = 2,5 \rightarrow Q_1 = x_3 = 4$

Q_3 : $75\%N = 0,75 \times 10 = 7,5 \rightarrow Q_3 = x_8$

valeurs x_i	3	4	7	8
effectifs n_i	1	2	3	4
effectifs $n_{cc\ i}$	1	3	6	10

1°) $\sum n_i x_i$ $1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8)$ 64

moyenne $\mu = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8)}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{64}{10} = 6,4$

Q_1 : $25\%N = 0,25 \times 10 = 2,5 \rightarrow Q_1 = x_3 = 4$

Q_3 : $75\%N = 0,75 \times 10 = 7,5 \rightarrow Q_3 = x_8 = 8$

valeurs x_i	3	4	7	8
effectifs n_i	1	2	3	4
effectifs $n_{cc\ i}$	1	3	6	10

1°) $\sum n_i x_i$ $1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8)$ 64

moyenne $\mu = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{64}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{64}{10} = 6,4$

Q_1 : $25\%N = 0,25 \times 10 = 2,5 \rightarrow Q_1 = x_3 = 4$

Q_3 : $75\%N = 0,75 \times 10 = 7,5 \rightarrow Q_3 = x_8 = 8$

Med : $N = 10 = 5 + 5 \rightarrow Med = \frac{x_5 + x_6}{2}$

valeurs x_i	3	4	7	8
effectifs n_i	1	2	3	4
effectifs $n_{cc\ i}$	1	3	6	10

1°) $\sum n_i x_i$ $1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8)$ 64

moyenne $\mu = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{64}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{64}{10} = 6,4$

Q_1 : $25\%N = 0,25 \times 10 = 2,5 \rightarrow Q_1 = x_3 = 4$

Q_3 : $75\%N = 0,75 \times 10 = 7,5 \rightarrow Q_3 = x_8 = 8$

Med : $N = 10 = 5 + 5 \rightarrow Med = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{7 + 7}{2} = 7$

1°) valeurs x_i	3	4	7	8	moyenne	$\mu = 6,4$
effectifs n_i	1	2	3	4	effectif total	$N = 10$

écart-type

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \mu)^2 + n_2(x_2 - \mu)^2 + \dots}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{1(3 - 6,4)^2 + 2(4 - 6,4)^2 + 3(7 - 6,4)^2 + 4(8 - 6,4)^2}{10}} = \sqrt{3,44}$$

1°) valeurs x_i	3	4	7	8	moyenne	$\mu = 6,4$
effectifs n_i	1	2	3	4	effectif total	$N = 10$

écart-type

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \mu)^2 + n_2(x_2 - \mu)^2 + \dots}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{1(3 - 6,4)^2 + 2(4 - 6,4)^2 + 3(7 - 6,4)^2 + 4(8 - 6,4)^2}{10}} = \sqrt{3,44} \approx 1,85$$

1°)

valeurs x_i	3	4	7	8
effectifs n_i	1	2	3	4

moyenne $\mu = 6,4$

effectif total $N = 10$

écart-type (avec la 2^{ème} formule)

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_1 x_1^2 + n_2 x_2^2 + \dots}{N} - \mu^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1(3)^2 + 2(4)^2 + 3(7)^2 + 4(8)^2}{10} - 6,4^2} = \sqrt{3,44} \approx 1,85$$

Exo 15 :

valeurs x_i	4	8	3	7
effectifs n_i	2	4	1	3

2°) Déterminez la valeur x_i d'effectif 4 qu'il faut ajouter à la série pour que la moyenne augmente de 2.

2°) Déterminez la valeur x_i d'effectif 4 qu'il faut ajouter à la série pour que la moyenne augmente de 2. $6,4 + 2 = 8,4$

valeurs x_i	3	4	7	8	w
effectifs n_i	1	2	3	4	4

$$\sum n_i x_i = 1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8) + 4w$$

$$\text{moyenne } \mu = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8) + 4w}{1 + 2 + 3 + 4 + 4} = 8,4$$

2°) Déterminez la valeur x_i d'effectif 4 qu'il faut ajouter à la série pour que la moyenne augmente de 2. $6,4 + 2 = 8,4$

valeurs x_i	3	4	7	8	w
effectifs n_i	1	2	3	4	4

$$\sum n_i x_i = 1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8) + 4w$$

$$\text{moyenne } \mu = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8) + 4w}{1 + 2 + 3 + 4 + 4} = 8,4$$

$$\Leftrightarrow \frac{64 + 4w}{14} = 8,4$$

2°) Déterminez la valeur x_i d'effectif 4 qu'il faut ajouter à la série pour que la moyenne augmente de 2. $6,4 + 2 = 8,4$

valeurs x_i	3	4	7	8	w
effectifs n_i	1	2	3	4	4

$$\sum n_i x_i = 1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8) + 4w$$

$$\text{moyenne } \mu = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8) + 4w}{1 + 2 + 3 + 4 + 4} = 8,4$$

$$\Leftrightarrow \frac{64 + 4w}{14} = 8,4 \Leftrightarrow 64 + 4w = 14 \times 8,4$$

2°) Déterminez la valeur x_i d'effectif 4 qu'il faut ajouter à la série pour que la moyenne augmente de 2. $6,4 + 2 = 8,4$

valeurs x_i	3	4	7	8	w
effectifs n_i	1	2	3	4	4

$$\sum n_i x_i = 1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8) + 4w$$

$$\text{moyenne } \mu = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8) + 4w}{1 + 2 + 3 + 4 + 4} = 8,4$$

$$\Leftrightarrow \frac{64 + 4w}{14} = 8,4 \Leftrightarrow 64 + 4w = 14 \times 8,4$$

$$\Leftrightarrow 4w = 14 \times 8,4 - 64$$

2°) Déterminez la valeur x_i d'effectif 4 qu'il faut ajouter à la série pour que la moyenne augmente de 2. $6,4 + 2 = 8,4$

valeurs x_i	3	4	7	8	w
effectifs n_i	1	2	3	4	4

$$\sum n_i x_i = 1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8) + 4w$$

$$\text{moyenne } \mu = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8) + 4w}{1 + 2 + 3 + 4 + 4} = 8,4$$

$$\Leftrightarrow \frac{64 + 4w}{14} = 8,4 \Leftrightarrow 64 + 4w = 14 \times 8,4$$

$$\Leftrightarrow 4w = 14 \times 8,4 - 64 \Leftrightarrow w = \frac{53,6}{4} = 13,4$$

3°) On ajoute à la série précédente la valeur 12. Déterminez son effectif pour que la moyenne soit de 9,48.

valeurs x_i	3	4	7	8	13,4	12
effectifs n_i	1	2	3	4	4	n

3°) On ajoute à la série précédente la valeur 12. Déterminez son effectif pour que la moyenne soit de 9,48.

valeurs x_i	3	4	7	8	13,4	12
effectifs n_i	1	2	3	4	4	n

$$1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8) + 4(13,4) + n(12)$$

$$\text{moyenne } \mu = \frac{1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8) + 4(13,4) + n(12)}{1 + 2 + 3 + 4 + 4 + n} = 9,48$$

valeurs x_i	3	4	7	8	13,4	12
effectifs n_i	1	2	3	4	4	n

$$1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8) + 4(13,4) + n(12)$$

$$\text{moyenne } \mu = \frac{\quad}{1 + 2 + 3 + 4 + 4 + n} = 9,48$$

$$\Leftrightarrow \frac{64 + 53,6 + 12n}{14 + n} = 9,48$$

valeurs x_i	3	4	7	8	13,4	12
effectifs n_i	1	2	3	4	4	n

$$1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8) + 4(13,4) + n(12)$$

$$\text{moyenne } \mu = \frac{\quad}{1 + 2 + 3 + 4 + 4 + n} = 9,48$$

$$64 + 53,6 + 12n$$

$$\Leftrightarrow \frac{\quad}{14 + n} = 9,48 \quad \Leftrightarrow 117,6 + 12n = (14 + n) \times 9,48$$

valeurs x_i	3	4	7	8	13,4	12
effectifs n_i	1	2	3	4	4	n

$$1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8) + 4(13,4) + n(12)$$

$$\text{moyenne } \mu = \frac{\quad}{1 + 2 + 3 + 4 + 4 + n} = 9,48$$

$$64 + 53,6 + 12n$$

$$\Leftrightarrow \frac{\quad}{14 + n} = 9,48 \quad \Leftrightarrow 117,6 + 12n = (14 + n) \times 9,48$$

$$\Leftrightarrow 117,6 + 12n = 14 \times 9,48 + n \times 9,48$$

valeurs x_i	3	4	7	8	13,4	12
effectifs n_i	1	2	3	4	4	n

$$1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8) + 4(13,4) + n(12)$$

$$\text{moyenne } \mu = \frac{\quad}{1 + 2 + 3 + 4 + 4 + n} = 9,48$$

$$64 + 53,6 + 12n$$

$$\Leftrightarrow \frac{\quad}{14 + n} = 9,48 \quad \Leftrightarrow 117,6 + 12n = (14 + n) \times 9,48$$

$$\Leftrightarrow 117,6 + 12n = 14 \times 9,48 + n \times 9,48$$

$$\Leftrightarrow 12n - 9,48n = 14 \times 9,48 - 117,6$$

valeurs x_i	3	4	7	8	13,4	12
effectifs n_i	1	2	3	4	4	n

$$1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8) + 4(13,4) + n(12)$$

$$\text{moyenne } \mu = \frac{\quad}{1 + 2 + 3 + 4 + 4 + n} = 9,48$$

$$64 + 53,6 + 12n$$

$$\Leftrightarrow \frac{\quad}{14 + n} = 9,48$$

$$\Leftrightarrow 117,6 + 12n = (14 + n) \times 9,48$$

$$\Leftrightarrow 117,6 + 12n = 14 \times 9,48 + n \times 9,48$$

$$\Leftrightarrow 12n - 9,48n = 14 \times 9,48 - 117,6$$

$$\Leftrightarrow 2,52n = 15,12$$

valeurs x_i	3	4	7	8	13,4	12
effectifs n_i	1	2	3	4	4	n

$$1(3) + 2(4) + 3(7) + 4(8) + 4(13,4) + n(12)$$

$$\text{moyenne } \mu = \frac{\quad}{1 + 2 + 3 + 4 + 4 + n} = 9,48$$

$$64 + 53,6 + 12n$$

$$\Leftrightarrow \frac{\quad}{14 + n} = 9,48$$

$$\Leftrightarrow 117,6 + 12n = (14 + n) \times 9,48$$

$$\Leftrightarrow 117,6 + 12n = 14 \times 9,48 + n \times 9,48$$

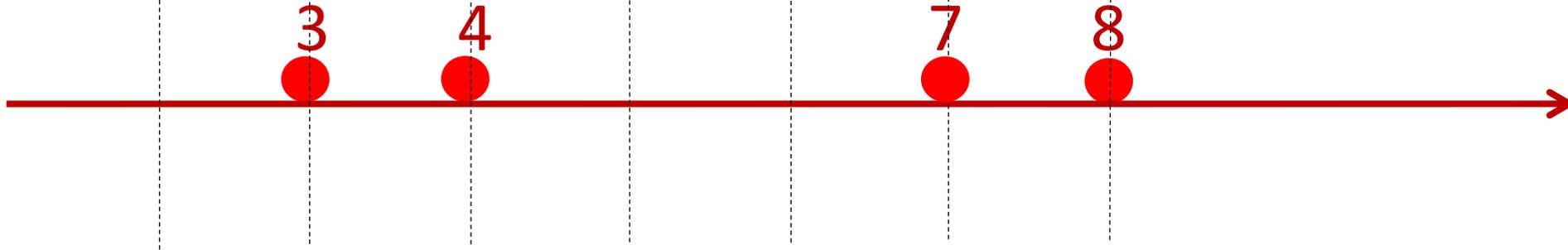
$$\Leftrightarrow 12n - 9,48n = 14 \times 9,48 - 117,6$$

$$\Leftrightarrow 2,52n = 15,12$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{15,12}{2,52} = 6$$

valeurs x_i	3	4	7	8
effectifs n_i	1	2	3	4

moyenne $\mu = 6,4$
 écart-type $\sigma = \sqrt{3,44} \approx 1,85$

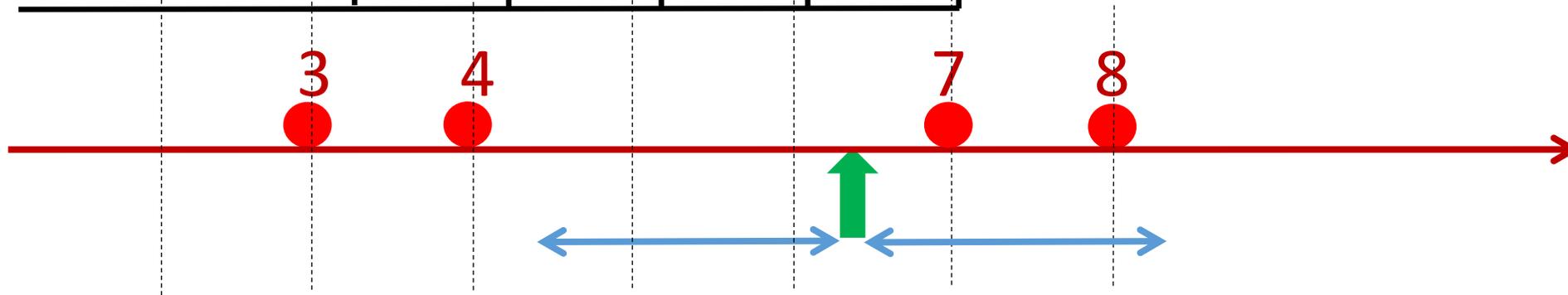


4°) Proposez une autre série y_i d'effectif 6 qui aurait les mêmes moyenne μ et écart-type σ que la 1^{ère} liste.

4°) valeurs x_i

3	4	7	8	
effectifs n_i	1	2	3	4

moyenne $\mu = 6,4$
 écart-type $\sigma = \sqrt{3,44} \approx 1,85$

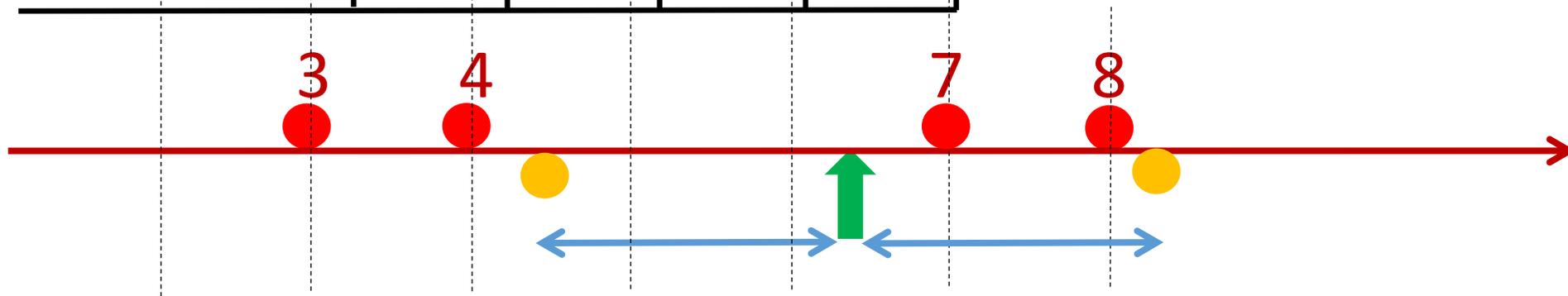


écart-type σ = moyenne des écarts des valeurs x_i à la moyenne
 En moyenne, les valeurs x_i sont écartées de $\approx 1,85$ de la moyenne.

4°) valeurs x_i

3	4	7	8	
effectifs n_i	1	2	3	4

moyenne $\mu = 6,4$
 écart-type $\sigma = \sqrt{3,44} \approx 1,85$



écart-type σ = moyenne des écarts des valeurs x_i à la moyenne
 En moyenne, les valeurs x_i sont écartées de $\approx 1,85$ de la moyenne.

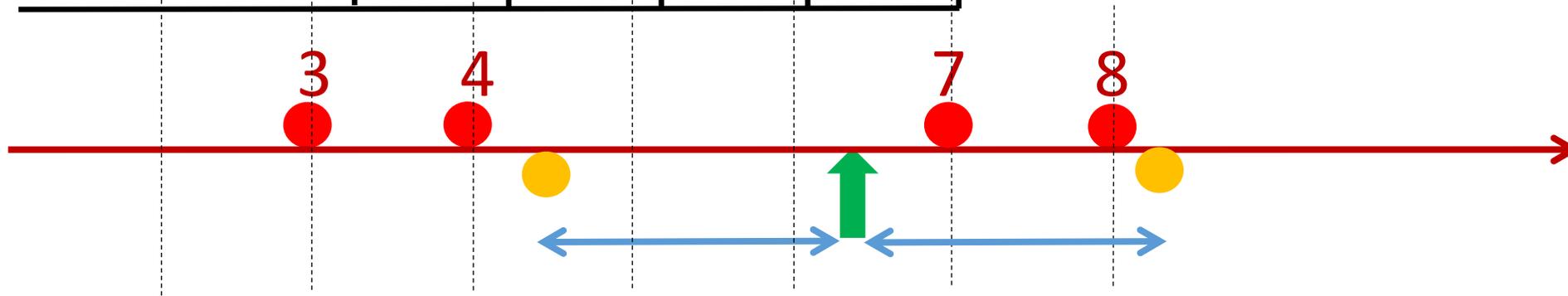
$$\mu - \sigma \approx 6,4 - 1,85 = 4,55$$

$$\mu + \sigma \approx 6,4 + 1,85 = 8,25$$

4°) valeurs x_i

3	4	7	8	
effectifs n_i	1	2	3	4

moyenne $\mu = 6,4$
 écart-type $\sigma = \sqrt{3,44} \approx 1,85$



écart-type σ = moyenne des écarts des valeurs x_i à la moyenne
 En moyenne, les valeurs x_i sont écartées de $\approx 1,85$ de la moyenne.

$$\mu - \sigma \approx 6,4 - 1,85 = 4,55 \qquad \mu + \sigma \approx 6,4 + 1,85 = 8,25$$

La série

valeurs $y_i \approx$	4,55	8,25	effectif total 6
effectifs n_i	3	3	

a la même moyenne $\mu = 6,4$ et le même écart-type $\sigma \approx 1,85$

Vérif :

valeurs $x_i \approx$	4,55	8,25
effectifs n_i	3	3

$$\text{moyenne } \mu = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{3(4,55) + 3(8,25)}{3 + 3} = \frac{38,4}{6} = 6,4$$

Vérif :

valeurs $x_i \approx$	4,55	8,25
effectifs n_i	3	3

$$\sum n_i x_i = 3(4,55) + 3(8,25) = 38,4$$

$$\text{moyenne } \mu = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{38,4}{3 + 3} = \frac{38,4}{6} = 6,4$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \mu)^2 + n_2(x_2 - \mu)^2}{N}} \approx \sqrt{\frac{3(4,55 - 6,4)^2 + 3(8,25 - 6,4)^2}{6}}$$

Vérif :

valeurs $x_i \approx$	4,55	8,25
effectifs n_i	3	3

$$\sum n_i x_i = 3(4,55) + 3(8,25) = 38,4$$

$$\text{moyenne } \mu = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{38,4}{3 + 3} = \frac{38,4}{6} = 6,4$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \mu)^2 + n_2(x_2 - \mu)^2}{N}} \approx \sqrt{\frac{3(4,55 - 6,4)^2 + 3(8,25 - 6,4)^2}{6}}$$

$$= \sqrt{\frac{20,535}{6}} \approx 1,85$$