

Exercice 8 :

En novembre 1976 au Texas qui compte 25 millions d'habitants, l'avocat d'un inculpé d'origine hispanique a contesté la sélection des jurés : il y avait 79,1% de Texans d'origine hispanique, et sur les 87 personnes convoquées au tribunal d'Houston seules 34 étaient d'origine hispanique.

La requête de l'avocat (tirer au sort un nouveau jury) a-t-elle été reçue ?

Texas (probabilité p)



jury (taille n et fréquence f)

On connaît f et p.

Texas (probabilité p)



jury (taille n et fréquence f)

On connaît f et p.

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% la fréquence sera dans l'intervalle

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

Texas (probabilité p)



jury (taille n et fréquence f)

On connaît f et p.

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence sera dans l'intervalle

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,791 - \frac{1}{\sqrt{84}} ; 0,791 + \frac{1}{\sqrt{84}} \right]$$

Texas (probabilité p)



jury (taille n et fréquence f)

On connaît f et p.

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence sera dans l'intervalle

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,791 - \frac{1}{\sqrt{84}} ; 0,791 + \frac{1}{\sqrt{84}} \right] \approx [0,621 ; 0,961]$$

Texas (probabilité p)



jury (taille n et fréquence f)

On connaît f et p.

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence sera dans l'intervalle

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,791 - \frac{1}{\sqrt{84}} ; 0,791 + \frac{1}{\sqrt{84}} \right] \approx [0,621 ; 0,961]$$

34

$$f = \frac{34}{84} \approx 0,405$$

Texas (probabilité p)



jury (taille n et fréquence f)

On connaît f et p.

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence sera dans l'intervalle

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,791 - \frac{1}{\sqrt{84}} ; 0,791 + \frac{1}{\sqrt{84}} \right] \approx [0,621 ; 0,961]$$

34

$$f = \frac{34}{84} \approx 0,405 \quad \text{qui n'est pas dans } [0,621 ; 0,961]$$

Texas (probabilité p)



jury (taille n et fréquence f)

On connaît f et p.

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence sera dans l'intervalle

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,791 - \frac{1}{\sqrt{84}} ; 0,791 + \frac{1}{\sqrt{84}} \right] \approx [0,621 ; 0,961]$$

$$f = \frac{34}{84} \approx 0,405 \quad \text{qui n'est pas dans } [0,621 ; 0,961]$$

→ l'échantillon n'est pas représentatif (ne fait pas partie des 95% d'échantillons probables)

Texas (probabilité p)



jury (taille n et fréquence f)

On connaît f et p.

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence sera dans l'intervalle

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,791 - \frac{1}{\sqrt{84}} ; 0,791 + \frac{1}{\sqrt{84}} \right] \approx [0,621 ; 0,961]$$

34

$$f = \frac{34}{84} \approx 0,405 \quad \text{qui n'est pas dans } [0,621 ; 0,961]$$

→ l'échantillon n'est pas représentatif (ne fait pas partie des 95% d'échantillons probables)

→ la requête de l'avocat qui voulait annuler le jury a été reçue.

Exercice 9 :

Un sondage auprès de 2500 personnes donne 53% de votes favorables pour Mme Dupond aux prochaines élections. Va-t-elle être élue ?

... ?



... ?

votants
(caractéristiques : ... ?)



sondage
(caractéristiques : ... ?)

votants (probabilité p)

$p = \dots ?$



sondage (taille n et fréquence f)

$f = \dots ?$ $n = \dots ?$

votants (probabilité p)

p = ? (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

f = 53% **n = 2500**

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire
sa fréquence est dans l'intervalle ... ?

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle K

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle **K**

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

on cherche à déterminer ...

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle **K**

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

on cherche à déterminer **p**

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle **K**

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \leftrightarrow \dots ?$$

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle K

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle **K**

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}} \leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \text{ et } f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle **K**

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}} \leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \text{ et } f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\leftrightarrow p \leq f + \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ et } f - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq p$$

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle **K**

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}} \leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \text{ et } f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\leftrightarrow p \leq f + \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ et } f - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq p \leftrightarrow p \text{ est dans } \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = J$$

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle K

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}} \leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \text{ et } f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\leftrightarrow p \leq f + \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ et } f - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq p \leftrightarrow p \text{ est dans } \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = J$$

$$J = [0,53 - \frac{1}{\sqrt{2500}} ; 0,53 + \frac{1}{\sqrt{2500}}] = [0,51 ; 0,55]$$

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle K

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}} \leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \text{ et } f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\leftrightarrow p \leq f + \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ et } f - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq p \leftrightarrow p \text{ est dans } \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = J$$

$$J = [0,53 - \frac{1}{\sqrt{2500}} ; 0,53 + \frac{1}{\sqrt{2500}}] = [0,51 ; 0,55]$$

→ $p > 50\%$ → Mme Dupond sera élue

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle K

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}} \leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \text{ et } f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\leftrightarrow p \leq f + \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ et } f - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq p \leftrightarrow p \text{ est dans } \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = J$$

$$J = [0,53 - \frac{1}{\sqrt{2500}} ; 0,53 + \frac{1}{\sqrt{2500}}] = [0,51 ; 0,55]$$

→ $p > 50\%$ → Mme Dupond sera élue ?

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle K

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}} \leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \text{ et } f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\leftrightarrow p \leq f + \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ et } f - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq p \leftrightarrow p \text{ est dans } \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = J$$

$$J = [0,53 - \frac{1}{\sqrt{2500}} ; 0,53 + \frac{1}{\sqrt{2500}}] = [0,51 ; 0,55]$$

→ $p > 50\%$ → si l'échantillon est représentatif Mme Dupond sera élue
(elle peut obtenir p dans $[0 ; 1]$)

Exercice 10 :

Pourquoi les sondages sont-ils faits sur au moins 1000 personnes ?

Exercice 10 :

Pourquoi les sondages sont-ils faits sur au moins 1000 personnes ?

L'entreprise de sondage doit obtenir un sondage
... des futures élections donc des
votants français.

Exercice 10 :

Pourquoi les sondages sont-ils faits sur au moins 1000 personnes ?

L'entreprise de sondage doit obtenir un sondage représentatif des futures élections donc des votants français.

→ L'échantillon doit faire partie des ... % d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

Exercice 10 :

Pourquoi les sondages sont-ils faits sur au moins 1000 personnes ?

L'entreprise de sondage doit obtenir un sondage représentatif des futures élections donc des votants français.

- L'échantillon doit faire partie des 95% d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire
- sa fréquence f est dans ...

Exercice 10 :

Pourquoi les sondages sont-ils faits sur au moins 1000 personnes ?

L'entreprise de sondage doit obtenir un sondage représentatif des futures élections donc des votants français.

→ L'échantillon doit faire partie des 95% d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans
$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

Le sondage doit faire partie des 95% d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans
$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera ...

Le sondage doit faire partie des 95% d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera peu large
largeur de l'intervalle = ...

Le sondage doit faire partie des 95% d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera peu large
largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

$$\begin{aligned}\text{Largeur} &= \left(p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right) - \left(p - \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \\ &= p + \frac{1}{\sqrt{n}} - p + \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{2}{\sqrt{n}}\end{aligned}$$

Le sondage doit faire partie des 95% d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera peu large

largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

intervalle de largeur $\approx \pm \dots \%$

Le sondage doit faire partie des 95% d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera peu large

largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

intervalle de largeur $\approx \pm 3\%$ $\leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{n}} \leq \dots\%$

Le sondage doit faire partie des 95% d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera peu large

largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

intervalle de largeur $\approx \pm 3\%$ $\leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{n}} \leq \dots\%$

Valeur centrale = ...

Le sondage doit faire partie des 95% d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera peu large

largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

intervalle de largeur $\approx \pm 3\%$ $\leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{n}} \leq \dots\%$

Valeur centrale = $\frac{(p - \frac{1}{\sqrt{n}}) + (p + \frac{1}{\sqrt{n}})}{2} = \frac{p - \frac{1}{\sqrt{n}} + p + \frac{1}{\sqrt{n}}}{2} = \frac{2p}{2} = p$

Le sondage doit faire partie des 95% d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

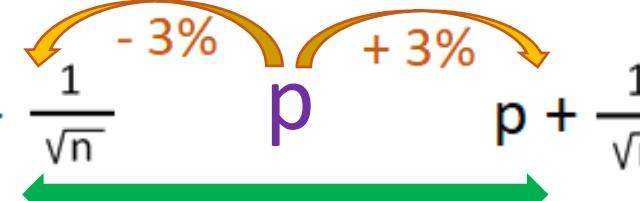
→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera peu large

largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

intervalle de largeur $\approx \pm 3\%$ $\leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{n}} \leq 6\%$

Valeur centrale = $\frac{(p - \frac{1}{\sqrt{n}}) + (p + \frac{1}{\sqrt{n}})}{2} = \frac{p - \frac{1}{\sqrt{n}} + p + \frac{1}{\sqrt{n}}}{2} = \frac{2p}{2} = p$



Le sondage doit faire partie des 95% d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera peu large

largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

intervalle de largeur $\approx \pm 3\%$ $\leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{n}} \leq 6\%$

Réponse n ...

Le sondage doit faire partie des 95% d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera peu large

largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

intervalle de largeur $\approx \pm 3\%$ $\leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{n}} \leq 6\% \leftrightarrow 2 \leq 6\% \sqrt{n}$

$\leftrightarrow \frac{2}{6\%} \leq \sqrt{n} \leftrightarrow \left(\frac{2}{6\%} \right)^2 \leq n$

?

Réponse n ...

Le sondage doit faire partie des 95% d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera peu large

largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

intervalle de largeur $\approx \pm 3\%$ $\leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{n}} \leq 6\% \leftrightarrow 2 \leq 6\% \sqrt{n}$

$\leftrightarrow \frac{2}{6\%} \leq \sqrt{n} \leftrightarrow \left(\frac{2}{6\%} \right)^2 \leq n$

Réponse n ...

car la fonction carré est str. croissante sur \mathbb{R}^+

Le sondage doit faire partie des 95% d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera peu large

largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

intervalle de largeur $\approx \pm 3\%$ $\leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{n}} \leq 6\% \leftrightarrow 2 \leq 6\% \sqrt{n}$

$\leftrightarrow \frac{2}{6\%} \leq \sqrt{n} \leftrightarrow \left(\frac{2}{6\%} \right)^2 \leq n$

Réponse $n \geq 1112$

car la fonction carré est str. croissante sur \mathbb{R}^+