

Exercice 8 :

En novembre 1976 au Texas qui compte 25 millions d'habitants, l'avocat d'un inculpé d'origine hispanique a contesté la sélection des jurés : il y avait 79,1% de Texans d'origine hispanique, et sur les 87 personnes convoquées au tribunal d'Houston seules 34 étaient d'origine hispanique.

La requête de l'avocat (tirer au sort un nouveau jury) a-t-elle été reçue ?

Texas (probabilité p)



jury (taille n et fréquence f)

On connaît f et p .

Texas (probabilité p)



jury (taille n et fréquence f)

On connaît f et p .

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% la fréquence sera dans l'intervalle

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

Texas (probabilité p)



jury (taille n et fréquence f)

On connaît f et p .

Si son **échantillon** est **représentatif du phénomène aléatoire**, selon le critère de confiance au seuil de **95%** sa **fréquence** sera dans l'intervalle

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,791 - \frac{1}{\sqrt{84}} ; 0,791 + \frac{1}{\sqrt{84}} \right]$$

Texas (probabilité p)



jury (taille n et fréquence f)

On connaît f et p.

Si son **échantillon** est **représentatif du phénomène aléatoire**, selon le critère de confiance au seuil de **95%** sa **fréquence** sera dans l'intervalle

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,791 - \frac{1}{\sqrt{84}} ; 0,791 + \frac{1}{\sqrt{84}} \right] \approx [0,621 ; 0,961]$$

Texas (probabilité p)



jury (taille n et fréquence f)

On connaît f et p .

Si son **échantillon** est **représentatif du phénomène aléatoire**, selon le critère de confiance au seuil de **95%** sa **fréquence** sera dans l'intervalle

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,791 - \frac{1}{\sqrt{84}} ; 0,791 + \frac{1}{\sqrt{84}} \right] \approx [0,621 ; 0,961]$$

34

$$f = \frac{34}{84} \approx 0,405$$

Texas (probabilité p)



jury (taille n et fréquence f)

On connaît f et p .

Si son **échantillon** est **représentatif du phénomène aléatoire**, selon le critère de confiance au seuil de **95%** sa **fréquence** sera dans l'intervalle

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,791 - \frac{1}{\sqrt{84}} ; 0,791 + \frac{1}{\sqrt{84}} \right] \approx [0,621 ; 0,961]$$

34

$f = \frac{34}{84} \approx 0,405$ qui n'est pas dans $[0,621 ; 0,961]$

84

Texas (probabilité p)



jury (taille n et fréquence f)

On connaît f et p .

Si son **échantillon** est **représentatif du phénomène aléatoire**, selon le critère de confiance au seuil de **95%** sa **fréquence** sera dans l'intervalle

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,791 - \frac{1}{\sqrt{84}} ; 0,791 + \frac{1}{\sqrt{84}} \right] \approx [0,621 ; 0,961]$$

34

$f = \frac{34}{84} \approx 0,405$ qui n'est pas dans $[0,621 ; 0,961]$

84

➡ l'échantillon n'est pas représentatif (ne fait pas partie des 95% d'échantillons probables)

Texas (probabilité p)



jury (taille n et fréquence f)

On connaît f et p .

Si son **échantillon** est **représentatif du phénomène aléatoire**, selon le critère de confiance au seuil de **95%** sa **fréquence** sera dans l'intervalle

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,791 - \frac{1}{\sqrt{84}} ; 0,791 + \frac{1}{\sqrt{84}} \right] \approx [0,621 ; 0,961]$$

34

$f = \frac{34}{84} \approx 0,405$ qui n'est pas dans $[0,621 ; 0,961]$

84

➡ l'échantillon n'est pas représentatif (ne fait pas partie des 95% d'échantillons probables)

➡ la requête de l'avocat qui voulait annuler le jury a été reçue.

Exercice 9 :

Un sondage auprès de 2500 personnes donne 53% de votes favorables pour Mme Dupond aux prochaines élections. Va-t-elle être élue ?

... ?



... ?

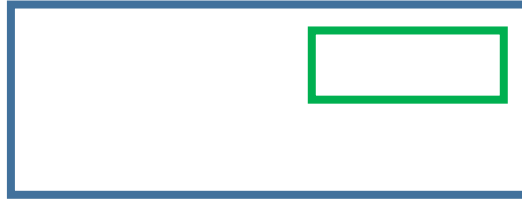
votants
(caractéristiques : ... ?)



sondage
(caractéristiques : ... ?)

votants (probabilité p)

$p = \dots ?$



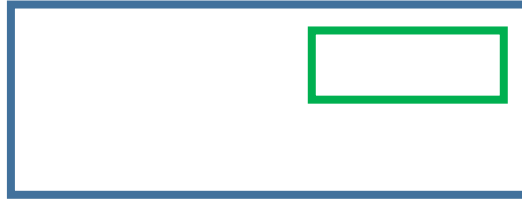
sondage (taille n et fréquence f)

$f = \dots ?$

$n = \dots ?$

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)

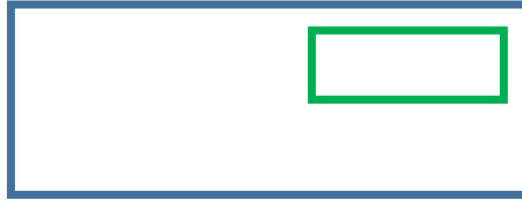


sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



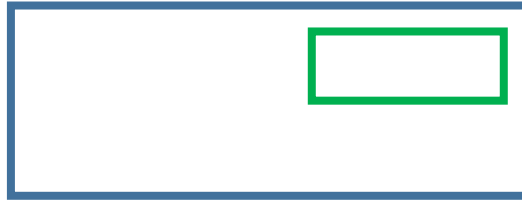
sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire
sa fréquence est dans l'intervalle ... ?

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

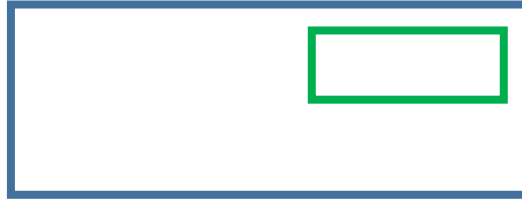
$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle K

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

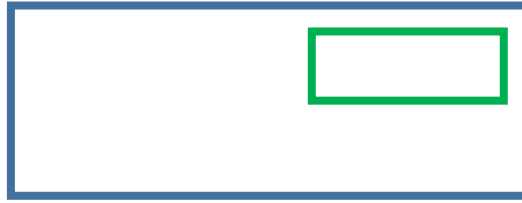
Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle K

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

on cherche à déterminer ...

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

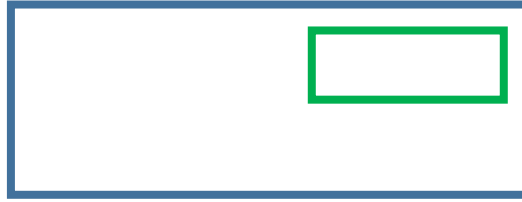
Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle K

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

on cherche à déterminer p

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

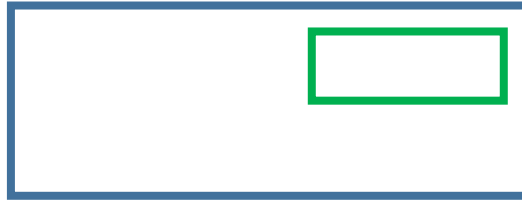
$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle K

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \longleftrightarrow \dots ?$$

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

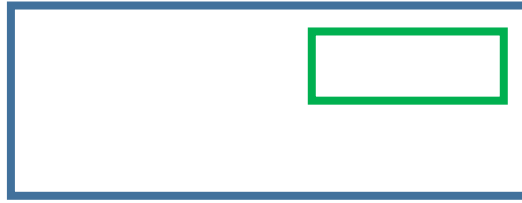
$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle K

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \Leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

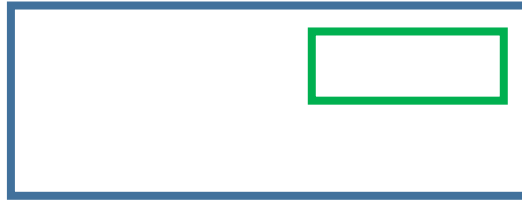
$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle K

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \Leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \text{ et } f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

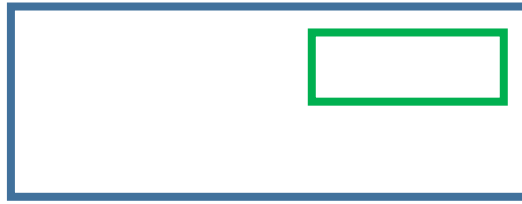
Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle K

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \Leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \text{ et } f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\Leftrightarrow p \leq f + \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ et } f - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq p$$

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

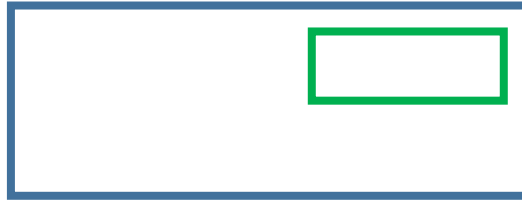
Si son **échantillon** est **représentatif du phénomène aléatoire**, selon le critère de confiance au seuil de **95%** sa **fréquence** est dans l'intervalle **K**

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \longleftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}} \longleftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \text{ et } f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\longleftrightarrow p \leq f + \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ et } f - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq p \longleftrightarrow p \text{ est dans } \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = J$$

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son **échantillon** est **représentatif du phénomène aléatoire**, selon le critère de confiance au seuil de **95%** sa **fréquence** est dans l'intervalle **K**

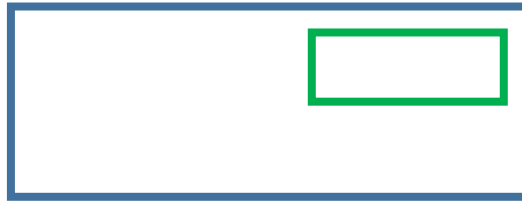
$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \Leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \text{ et } f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\Leftrightarrow p \leq f + \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ et } f - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq p \Leftrightarrow p \text{ est dans } \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = J$$

$$J = \left[0,53 - \frac{1}{\sqrt{2500}} ; 0,53 + \frac{1}{\sqrt{2500}} \right] = [0,51 ; 0,55]$$

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle K

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \Leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \text{ et } f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

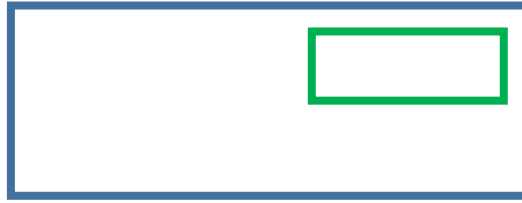
$$\Leftrightarrow p \leq f + \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ et } f - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq p \Leftrightarrow p \text{ est dans } \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = J$$

$$J = \left[0,53 - \frac{1}{\sqrt{2500}} ; 0,53 + \frac{1}{\sqrt{2500}} \right] = [0,51 ; 0,55]$$

$\Rightarrow p > 50\% \Rightarrow$ Mme Dupond sera élue

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son **échantillon** est **représentatif du phénomène aléatoire**, selon le critère de confiance au seuil de **95%** sa **fréquence** est dans l'intervalle **K**

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \Leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \text{ et } f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

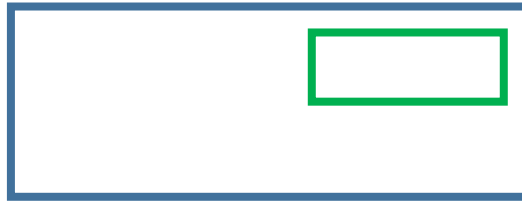
$$\Leftrightarrow p \leq f + \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ et } f - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq p \Leftrightarrow p \text{ est dans } \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = J$$

$$J = \left[0,53 - \frac{1}{\sqrt{2500}} ; 0,53 + \frac{1}{\sqrt{2500}} \right] = [0,51 ; 0,55]$$

$\Rightarrow p > 50\% \Rightarrow$ **Mme Dupond sera élue** ?

votants (probabilité p)

$p = ?$ (futures élections)



sondage (taille n et fréquence f)

$f = 53\%$ $n = 2500$

Si son échantillon est représentatif du phénomène aléatoire, selon le critère de confiance au seuil de 95% sa fréquence est dans l'intervalle K

$$K = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \Leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f \text{ et } f \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\Leftrightarrow p \leq f + \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ et } f - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq p \Leftrightarrow p \text{ est dans } \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = J$$

$$J = \left[0,53 - \frac{1}{\sqrt{2500}} ; 0,53 + \frac{1}{\sqrt{2500}} \right] = [0,51 ; 0,55]$$

$\Rightarrow p > 50\% \Rightarrow$ si l'échantillon est représentatif Mme Dupond sera élue
(elle peut obtenir p dans $[0 ; 1]$)

Exercice 10 :

Pourquoi les sondages sont-ils faits sur au moins 1000 personnes ?

Exercice 10 :

Pourquoi les sondages sont-ils faits sur au moins 1000 personnes ?

L'entreprise de sondage doit obtenir un sondage
... des futures élections donc des
votants français.

Exercice 10 :

Pourquoi les sondages sont-ils faits sur au moins 1000 personnes ?

L'entreprise de sondage doit obtenir un sondage **représentatif** des futures élections donc des votants français.

➡ L'échantillon doit faire partie des ... %
d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

Exercice 10 :

Pourquoi les sondages sont-ils faits sur au moins 1000 personnes ?

L'entreprise de sondage doit obtenir un sondage **représentatif** des futures élections donc des votants français.

➡ L'échantillon doit faire partie des **95%** d'échantillons **représentatifs** du phénomène aléatoire

➡ sa fréquence **f** est dans ...

Exercice 10 :

Pourquoi les sondages sont-ils faits sur au moins 1000 personnes ?

L'entreprise de sondage doit obtenir un sondage **représentatif** des futures élections donc des votants français.

➡ L'échantillon doit faire partie des **95%** d'échantillons **représentatifs** du phénomène aléatoire

➡ sa fréquence **f** est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage doit faire partie des 95% d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera ...

Le sondage doit faire partie des 95% d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera peu large
largeur de l'intervalle = ...

Le sondage doit faire partie des **95% d'échantillons représentatifs** du phénomène aléatoire

➡ sa fréquence **f** est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera **peu large**
largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

$$\begin{aligned} \text{Largeur} &= \left(p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right) - \left(p - \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \\ &= p + \frac{1}{\sqrt{n}} - p + \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{2}{\sqrt{n}} \end{aligned}$$

Le sondage doit faire partie des 95% d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera peu large

largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

intervalle de largeur $\approx \pm \dots \%$

Le sondage doit faire partie des 95% d'échantillons représentatifs du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera peu large

largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

intervalle de largeur $\approx \pm 3\%$ $\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{n}} \leq \dots\%$

Le sondage doit faire partie des **95% d'échantillons représentatifs** du phénomène aléatoire

➡ sa fréquence **f** est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera **peu large**

largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

intervalle de largeur $\approx \pm 3\%$ $\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{n}} \leq \dots\%$

Valeur centrale = ...

Le sondage doit faire partie des **95% d'échantillons représentatifs** du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera **peu large**
largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

intervalle de largeur $\approx \pm 3\%$ $\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{n}} \leq \dots\%$

$$\text{Valeur centrale} = \frac{(p - \frac{1}{\sqrt{n}}) + (p + \frac{1}{\sqrt{n}})}{2} = \frac{p - \frac{1}{\sqrt{n}} + p + \frac{1}{\sqrt{n}}}{2} = \frac{2p}{2} = p$$

Le sondage doit faire partie des **95% d'échantillons représentatifs** du phénomène aléatoire

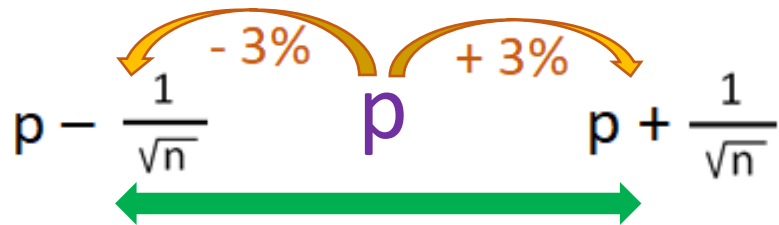
→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera **peu large**

largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

intervalle de largeur $\approx \pm 3\%$ $\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{n}} \leq 6\%$

$$\text{Valeur centrale} = \frac{\left(p - \frac{1}{\sqrt{n}} \right) + \left(p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right)}{2} = \frac{p - \frac{1}{\sqrt{n}} + p + \frac{1}{\sqrt{n}}}{2} = \frac{2p}{2} = p$$



Le sondage doit faire partie des **95% d'échantillons représentatifs** du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera **peu large**
largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

intervalle de largeur $\approx \pm 3\%$ $\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{n}} \leq 6\%$

Réponse

$n \dots$

Le sondage doit faire partie des **95% d'échantillons représentatifs** du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera **peu large**
largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

intervalle de largeur $\approx \pm 3\%$ $\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{n}} \leq 6\% \Leftrightarrow 2 \leq 6\% \sqrt{n}$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{6\%} \leq \sqrt{n} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{6\%} \right)^2 \leq n$$

?

Réponse

$n \dots$

Le sondage doit faire partie des **95% d'échantillons représentatifs** du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera **peu large**
largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

intervalle de largeur $\approx \pm 3\%$ $\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{n}} \leq 6\% \Leftrightarrow 2 \leq 6\% \sqrt{n}$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{6\%} \leq \sqrt{n} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{6\%} \right)^2 \leq n$$

Réponse

$n \dots$

car la fonction carré est str. croissante sur \mathbb{R}^+

Le sondage doit faire partie des **95% d'échantillons représentatifs** du phénomène aléatoire

→ sa fréquence f est dans $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Le sondage sera de qualité lorsque l'intervalle sera **peu large**
largeur de l'intervalle = $\frac{2}{\sqrt{n}}$ (voir exo 5)

intervalle de largeur $\approx \pm 3\%$ $\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{n}} \leq 6\% \Leftrightarrow 2 \leq 6\% \sqrt{n}$

$\Leftrightarrow \frac{2}{6\%} \leq \sqrt{n} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{6\%} \right)^2 \leq n$ Réponse $n \geq 1112$

car la fonction carré est str. croissante sur \mathbb{R}^+