

Exercice 12 :

1°) Tracez sur le même graphe (pour des x entre - 2 et 2 et en s'aidant de la calculatrice graphique) les courbes des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x \quad g(x) = x^2 \quad h(x) = x^3$$

Quelles semblent leurs positions respectives ?

2°) Démontrez alors les positions respectives sur $\mathbb{R}$ des courbes de f et g .

3°) Idem g et h .

Exercice 12 :

1°) Tracez sur le même graphe (pour des x entre - 2 et 2) les courbes des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x \quad g(x) = x^2 \quad h(x) = x^3$$

Quelles semblent leurs positions respectives ?

x	-2	-1	0	1	2
f(x)					
g(x)					
h(x)					

Exercice 12 :

1°) Tracez sur le même graphe (pour des x entre - 2 et 2) les courbes des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$ par :

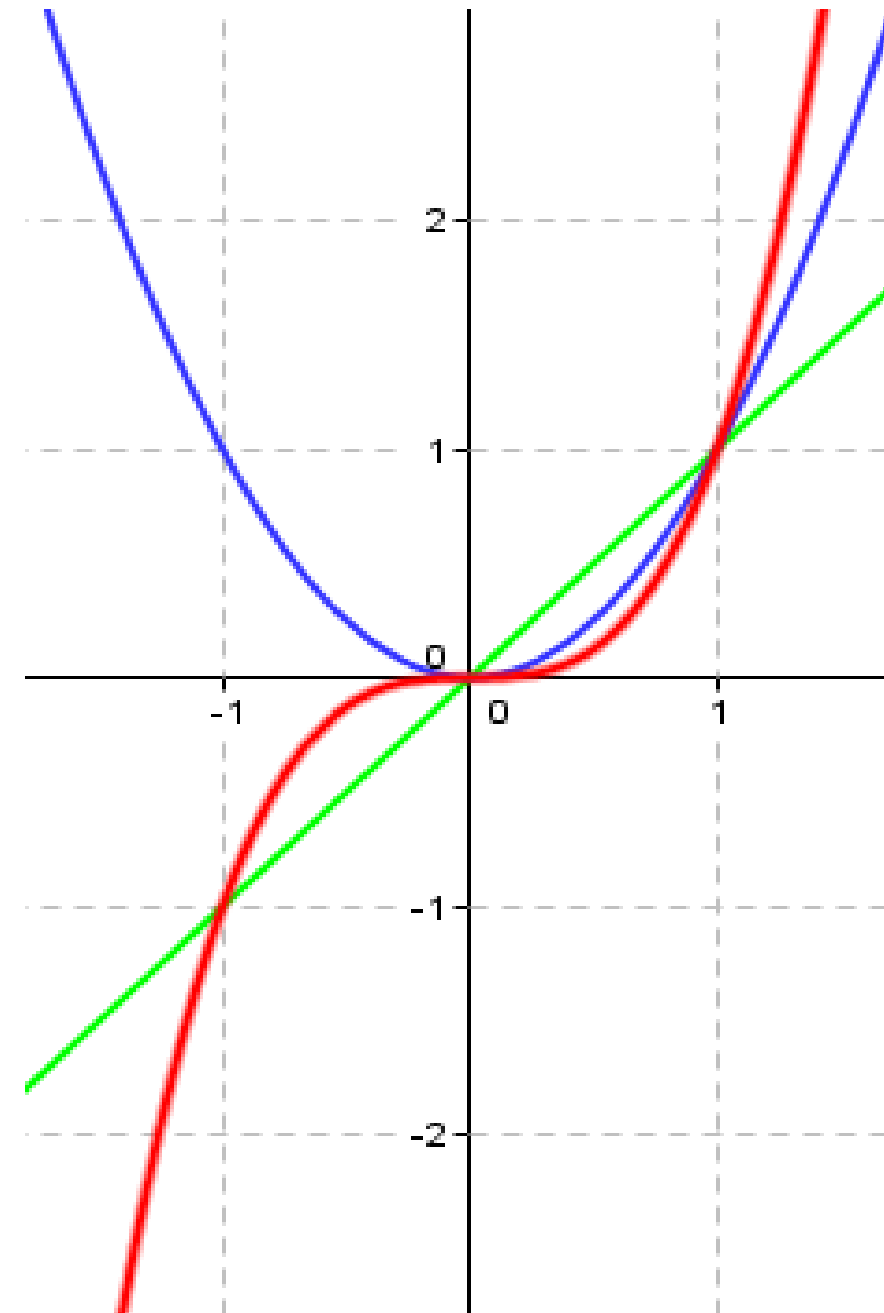
$$f(x) = x \quad g(x) = x^2 \quad h(x) = x^3$$

Quelles semblent leurs positions respectives ?

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	-2	-1	0	1	2
g(x)	4	1	0	1	4
h(x)	-8	-1	0	1	8

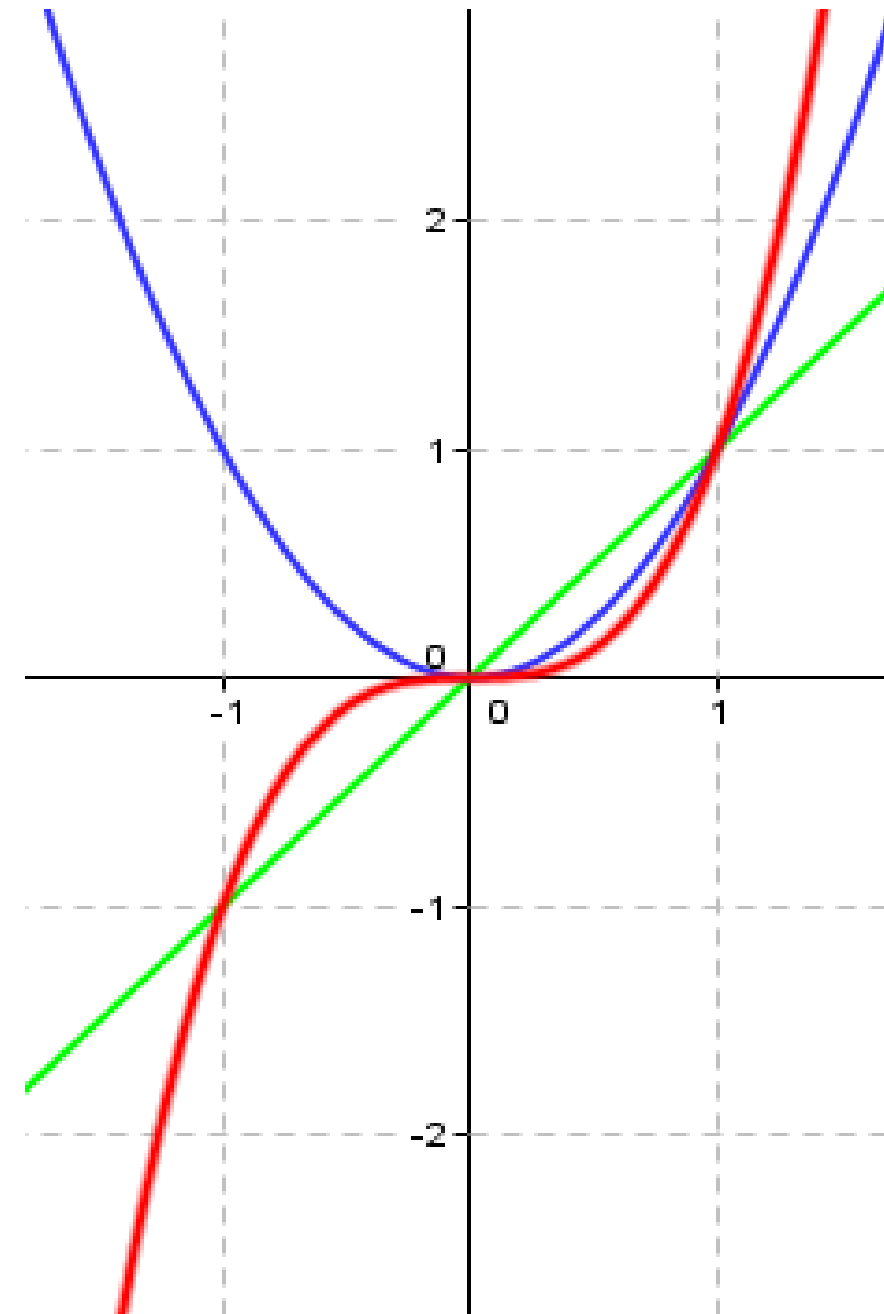
1°) Tracez sur le même graphe (pour des x entre - 1,5 et 1,5 et en s'aidant de la calculatrice graphique) les courbes des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x$ $g(x) = x^2$ $h(x) = x^3$
 Quelles semblent leurs positions respectives ?

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	-2	-1	0	1	2
g(x)	4	1	0	1	4
h(x)	-8	-1	0	1	8



1°) Tracez sur le même graphe (pour des x entre - 1,5 et 1,5 et en s'aidant de la calculatrice graphique) les courbes des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x$ $g(x) = x^2$ $h(x) = x^3$
Quelles semblent leurs positions respectives ?

obtenu avec la calculatrice graphique :



1°) Tracez sur le même graphe (pour des x entre - 1,5 et 1,5 et en s'aidant de la calculatrice graphique) les courbes des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x$ $g(x) = x^2$ $h(x) = x^3$
Quelles semblent leurs positions respectives ?

$\mathcal{C}_f$ croise $\mathcal{C}_h$ en $x = -1$ en $x = 0$ en $x = 1$

Pour des x dans $]1; +\infty[$ et dans $]-1; 0[$

$\mathcal{C}_f$ est *en-dessous* de $\mathcal{C}_h$.

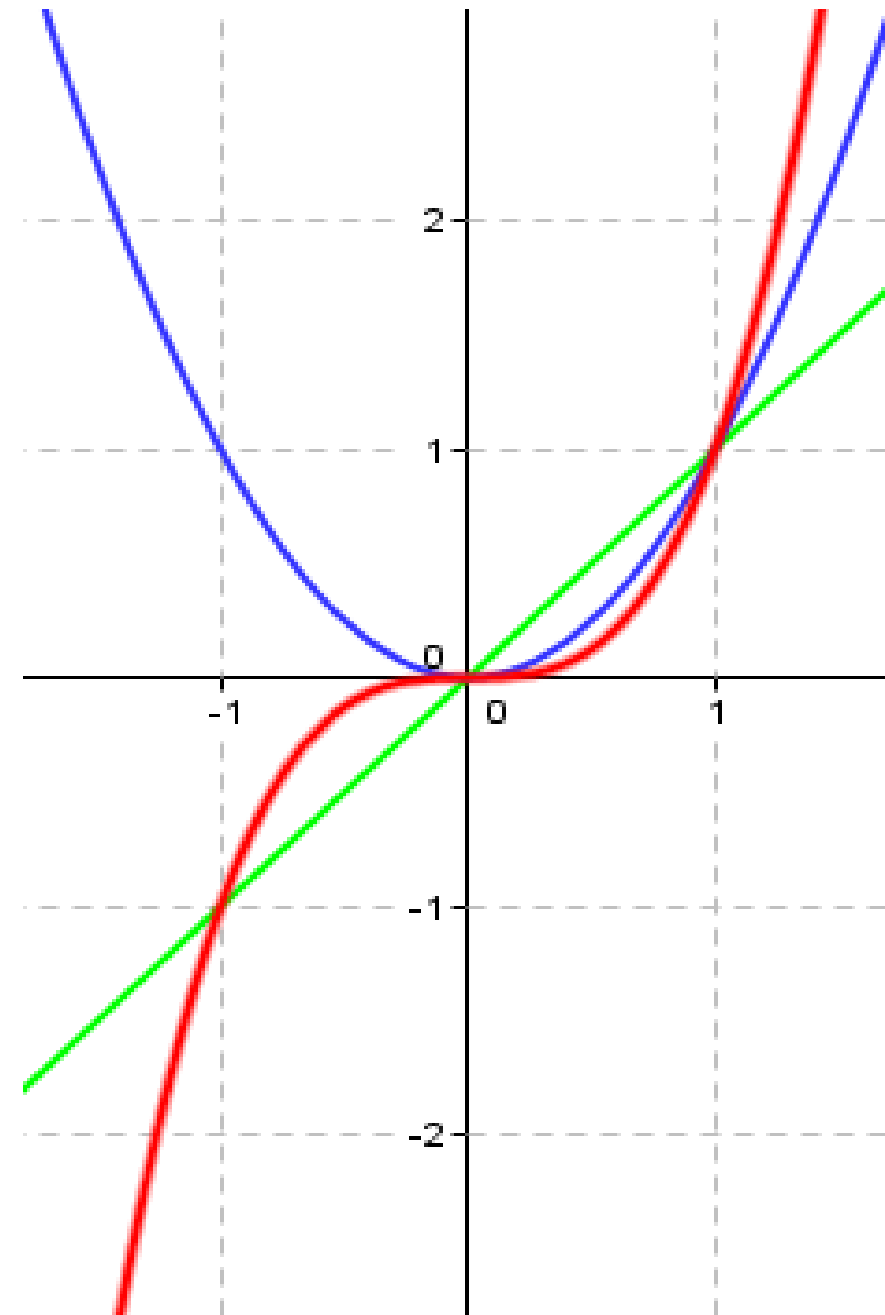
Pour des x dans $]-\infty; -1[$ et dans $]0; 1[$

$\mathcal{C}_f$ est *au-dessus* de $\mathcal{C}_h$.

Même méthode pour les autres :

$\mathcal{C}_f$ par rapport à $\mathcal{C}_g$

$\mathcal{C}_h$ par rapport à $\mathcal{C}_g$



1°) Tracez sur le même graphe (pour des x entre - 1,5 et 1,5 et en s'aidant de la calculatrice graphique) les courbes des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x$ $g(x) = x^2$ $h(x) = x^3$
Quelles semblent leurs positions respectives ?

$\mathcal{C}_f$ croise $\mathcal{C}_h$ en $x = -1$

$\mathcal{C}_f$, $\mathcal{C}_g$ et $\mathcal{C}_h$ se croisent en $x = 0$ et $x = 1$

Pour des x dans $] -\infty ; -1 [$

$\mathcal{C}_h$ est *en-dessous* de $\mathcal{C}_f$ qui est *en-dessous* de $\mathcal{C}_g$.

Pour des x dans $] -1 ; 0 [$

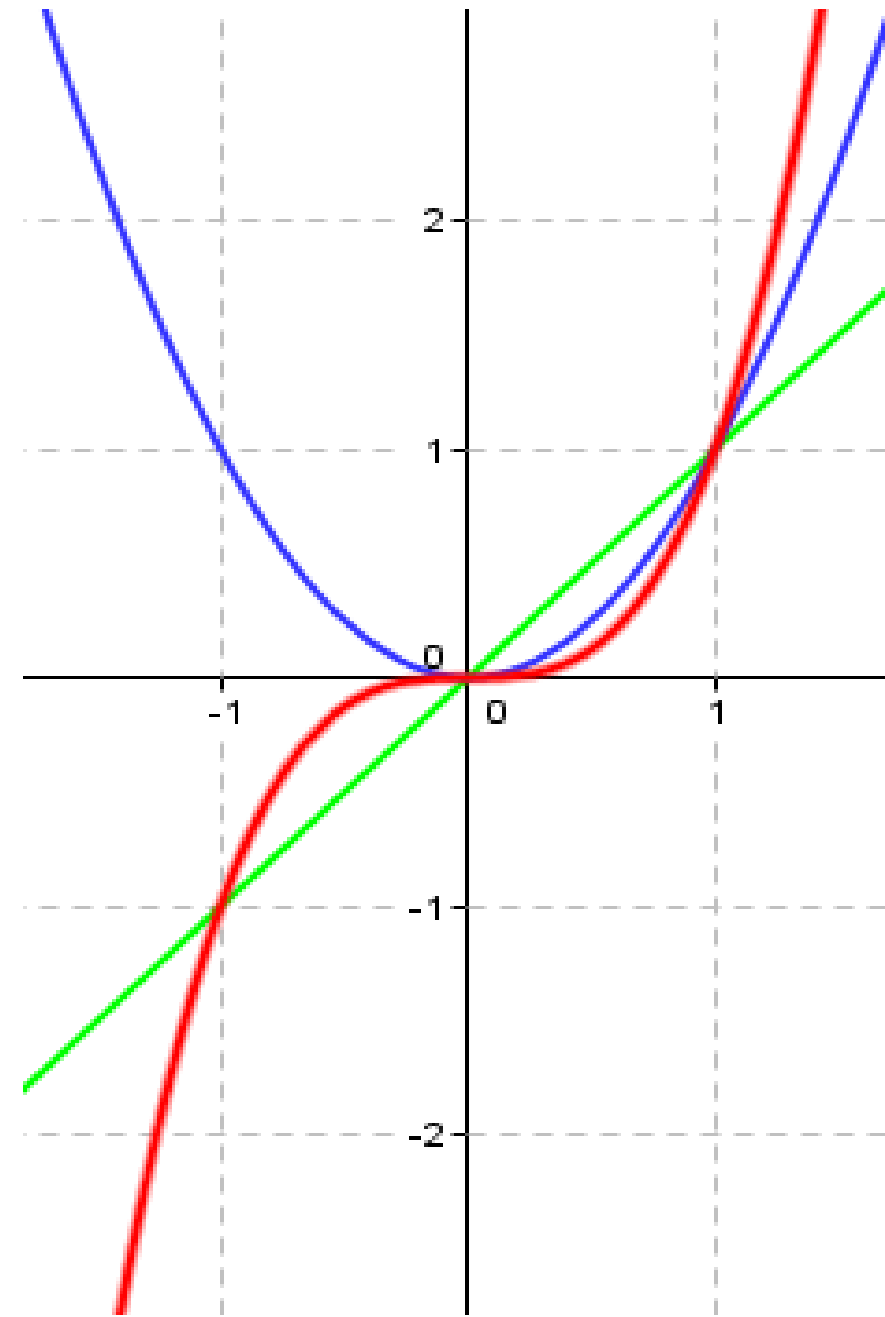
$\mathcal{C}_f$ est *en-dessous* de $\mathcal{C}_h$ qui est *en-dessous* de $\mathcal{C}_g$.

Pour des x dans $] 0 ; 1 [$

$\mathcal{C}_h$ est *en-dessous* de $\mathcal{C}_g$ qui est *en-dessous* de $\mathcal{C}_f$.

Pour des x dans $] 1 ; +\infty [$

$\mathcal{C}_f$ est *en-dessous* de $\mathcal{C}_g$ qui est *en-dessous* de $\mathcal{C}_h$.



1°) Tracez sur le même graphe (pour des x entre - 1,5 et 1,5 et en s'aidant de la calculatrice graphique) les courbes des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x$ $g(x) = x^2$ $h(x) = x^3$
 Quelles semblent leurs positions respectives ?

en $x = -1 = x$ $x^3 = x < x^2$

en $x = 0$ et $x = 1$ $x^3 = x = x^2$

Pour des x dans $] -\infty ; -1 [$

$$x^3 < x < x^2$$

Pour des x dans $] -1 ; 0 [$

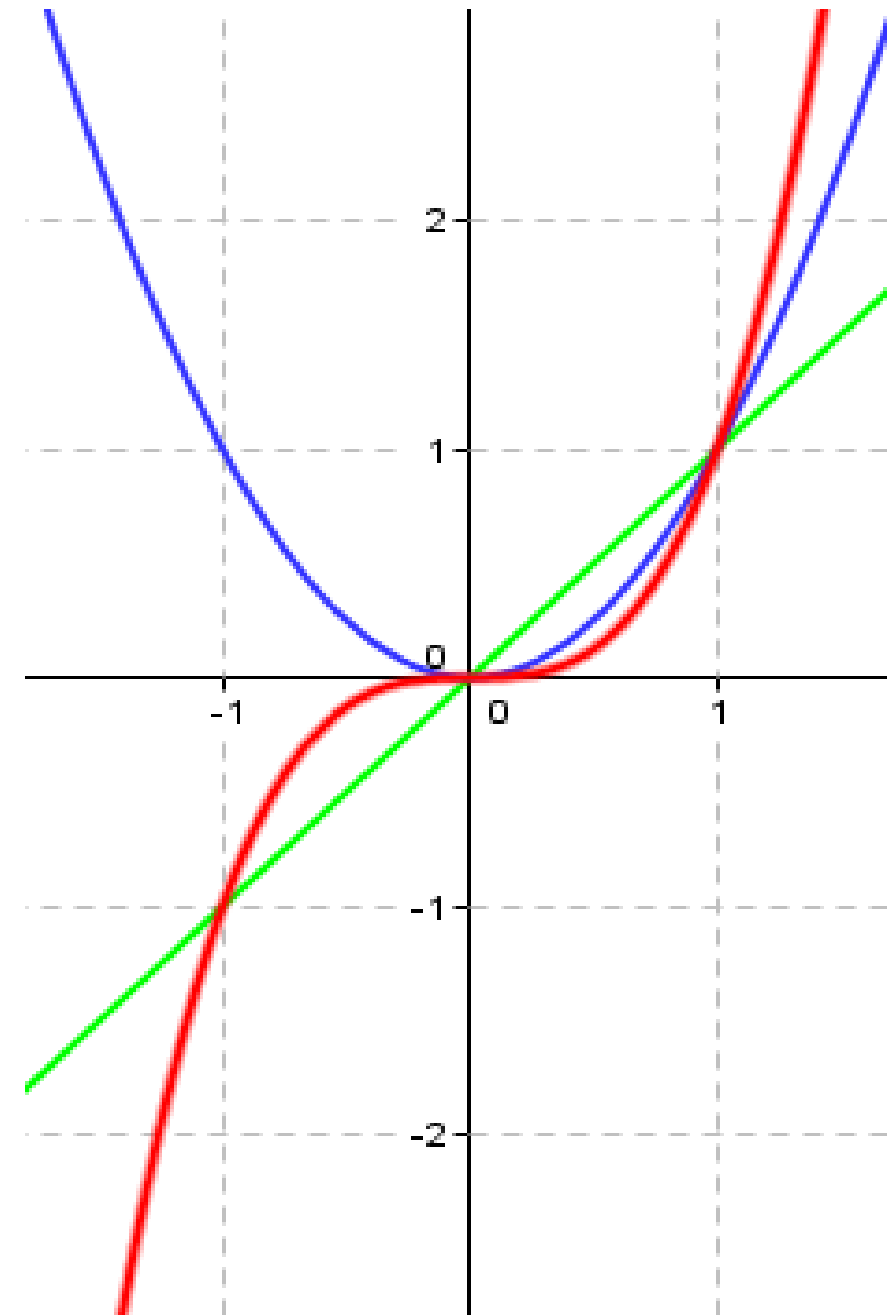
$$x < x^3 < x^2$$

Pour des x dans $] 0 ; 1 [$

$$x^3 < x^2 < x$$

Pour des x dans $] 1 ; +\infty [$

$$x < x^2 < x^3$$



$$f(x) = x$$

$$g(x) = x^2$$

$$h(x) = x^3$$

2°) Démontrez alors les positions respectives sur $\mathbb{R}$ des courbes de f et g .

3°) Idem g et h .

$$f(x) = x \quad g(x) = x^2$$

2°) Démontrez alors les positions respectives sur $\mathbb{R}$ des courbes de f et g .

$\mathcal{C}_f$ croise $\mathcal{C}_g \iff \dots$

$$f(x) = x \quad g(x) = x^2$$

2°) Démontrez alors les positions respectives sur $\mathbb{R}$ des courbes de f et g .

$$\mathcal{C}_f \text{ croise } \mathcal{C}_g \iff f(x) = g(x) \iff \dots$$

$$f(x) = x \quad g(x) = x^2$$

2°) Démontrez alors les positions respectives sur $\mathbb{R}$ des courbes de f et g .

$$\mathcal{C}_f \text{ croise } \mathcal{C}_g \iff f(x) = g(x) \iff x = x^2$$

$$\iff 1 = \frac{x^2}{x} \iff 1 = x \quad ?$$

$$f(x) = x \quad g(x) = x^2$$

2°) Démontrez alors les positions respectives sur $\mathbb{R}$ des courbes de f et g .

$$\mathcal{C}_f \text{ croise } \mathcal{C}_g \iff f(x) = g(x) \iff x = x^2$$

$$\iff 1 = \frac{1}{x} \iff 1 = x$$

seulement si $x \neq 0$!

$$f(x) = x \quad g(x) = x^2$$

2°) Démontrez alors les positions respectives sur $\mathbb{R}$ des courbes de f et g .

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_f \text{ croise } \mathcal{C}_g &\iff f(x) = g(x) \iff x = x^2 \\ &\iff x - x^2 = 0 \iff \dots \end{aligned}$$

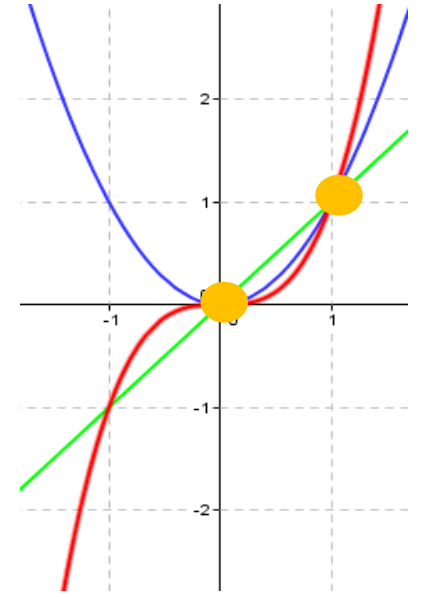
$$f(x) = x \quad g(x) = x^2$$

2°) Démontrez alors les positions respectives sur $\mathbb{R}$ des courbes de f et g .

$$\mathcal{C}_f \text{ croise } \mathcal{C}_g \iff f(x) = g(x) \iff x = x^2$$

$$\iff x - x^2 = 0 \iff x(1 - x) = 0$$

$$\iff x = 0 \text{ ou } 1 - x = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x = 1$$



donc $\mathcal{C}_f$ croise $\mathcal{C}_g$ en $x = 0$ ou $x = 1$

$$f(x) = x \quad g(x) = x^2$$

2°) positions respectives des courbes de f et g .

$$\mathcal{C}_f \text{ croise } \mathcal{C}_g \iff f(x) = g(x) \iff x = x^2$$

$$\iff x - x^2 = 0 \iff x(1 - x) = 0$$

$$\iff x = 0 \text{ ou } 1 - x = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x = 1$$

donc $\mathcal{C}_f$ croise $\mathcal{C}_g$ en $x = 0$ ou $x = 1$

$\mathcal{C}_f$ est en-dessous de $\mathcal{C}_g \iff \dots$

$$f(x) = x \quad g(x) = x^2$$

2°) positions respectives des courbes de f et g .

$$\mathcal{C}_f \text{ croise } \mathcal{C}_g \iff f(x) = g(x) \iff x = x^2$$

$$\iff x - x^2 = 0 \iff x(1 - x) = 0$$

$$\iff x = 0 \text{ ou } 1 - x = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x = 1$$

donc $\mathcal{C}_f$ croise $\mathcal{C}_g$ en $x = 0$ ou $x = 1$

$$\mathcal{C}_f \text{ est en-dessous de } \mathcal{C}_g \iff f(x) < g(x) \iff \dots$$

2°) $f(x) = x$ $g(x) = x^2$

$\mathcal{C}_f$ croise $\mathcal{C}_g \iff f(x) = g(x) \iff x = x^2$

$\iff x - x^2 = 0 \iff x(1 - x) = 0$

$\iff x = 0 \text{ ou } 1 - x = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x = 1$

donc $\mathcal{C}_f$ croise $\mathcal{C}_g$ en $x = 0$ ou $x = 1$

$\mathcal{C}_f$ est en-dessous de $\mathcal{C}_g \iff f(x) < g(x)$

$\iff x < x^2 \iff x - x^2 < 0 \iff x(1 - x) < 0$

que l'on va résoudre avec ...

2°) $f(x) = x$ $g(x) = x^2$

$\mathcal{C}_f$ croise $\mathcal{C}_g \iff f(x) = g(x) \iff x = x^2$

$\iff x - x^2 = 0 \iff x(1 - x) = 0$

$\iff x = 0 \text{ ou } 1 - x = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x = 1$

donc $\mathcal{C}_f$ croise $\mathcal{C}_g$ en $x = 0$ ou $x = 1$

$\mathcal{C}_f$ est en-dessous de $\mathcal{C}_g \iff f(x) < g(x)$

$\iff x < x^2 \iff x - x^2 < 0 \iff x(1 - x) < 0$

que l'on va résoudre avec un tableau de signes

$$2^{\circ}) \quad f(x) = x \quad g(x) = x^2$$

$$f(x) = g(x) \iff f(x) - g(x) = 0$$

$$f(x) < g(x) \iff f(x) - g(x) < 0$$

$$f(x) - g(x) = x - x^2 = x(1 - x)$$

x	$-\infty$	$+\infty$
x		
$1 - x$		
$f(x) - g(x)$		
$\mathcal{C}_f$ est (par rapport à $\mathcal{C}_g$)...		

$$2^\circ) f(x) = x \quad g(x) = x^2$$

$$f(x) = g(x) \iff f(x) - g(x) = 0$$

$$f(x) < g(x) \iff f(x) - g(x) < 0$$

$$f(x) - g(x) = x - x^2 = x(1 - x)$$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x				
$1 - x$				
$f(x) - g(x)$				
$\mathcal{C}_f$ est (par rapport à $\mathcal{C}_g$)...				

$$2^\circ) f(x) = x \quad g(x) = x^2$$

$$f(x) - g(x) = x - x^2 = x(1 - x)$$

x est une expression affine $1x + 0$

s'annule en $x = 0$

et **croissante** car coeff. directeur = $1 > 0$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x				
$1 - x$				
$f(x) - g(x)$				
$\mathcal{C}_f$ est (par rapport à $\mathcal{C}_g$)...				

$$2^\circ) f(x) = x \quad g(x) = x^2$$

$$f(x) - g(x) = x - x^2 = x(1 - x)$$

x est une expression affine $1x + 0$

s'annule en $x = 0$

et **croissante** car coeff. directeur = $1 > 0$

x	- ∞		0	1	+ ∞
x	-		0	+	+
1 - x					
f(x) - g(x)					
$\mathcal{C}_f$ est (par rapport à $\mathcal{C}_g$)...					

$$2^\circ) f(x) = x \quad g(x) = x^2$$

$$f(x) - g(x) = x - x^2 = x(1 - x)$$

$1 - x$ est une expression affine $(-1)x + 1$

s'annule en $x = 1$

et **décroissante** car coeff. directeur = $-1 < 0$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x	-	0	+	+
$1 - x$				
$f(x) - g(x)$				
$\mathcal{C}_f$ est (par rapport à $\mathcal{C}_g$)...				

2°) $f(x) = x$ $g(x) = x^2$

$$f(x) - g(x) = x - x^2 = x(1 - x)$$

$1 - x$ est une expression affine $(-1)x + 1$

s'annule en $x = 1$

et **décroissante** car coeff. directeur = $-1 < 0$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x	-	0	+	+
$1 - x$	+	+	0	-
$f(x) - g(x)$				
$\mathcal{C}_f$ est (par rapport à $\mathcal{C}_g$)...				

$$2^\circ) f(x) = x \quad g(x) = x^2$$

$$f(x) - g(x) = x - x^2 = x(1 - x)$$

$f(x) - g(x)$ est du signe du **produit** des signes de x et de $(1 - x)$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x	-	0	+	+
$1 - x$	+	+	0	-
$f(x) - g(x)$				
$\mathcal{C}_f$ est (par rapport à $\mathcal{C}_g$)...				

$$2^\circ) f(x) = x \quad g(x) = x^2$$

$$f(x) - g(x) = x - x^2 = x(1 - x)$$

$f(x) - g(x)$ est du signe du **produit** des signes de x et de $(1 - x)$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x	-	0	+	+
$1 - x$	+	+	0	-
$f(x) - g(x)$	-	0	0	-
$\mathcal{C}_f$ est (par rapport à $\mathcal{C}_g$)...				

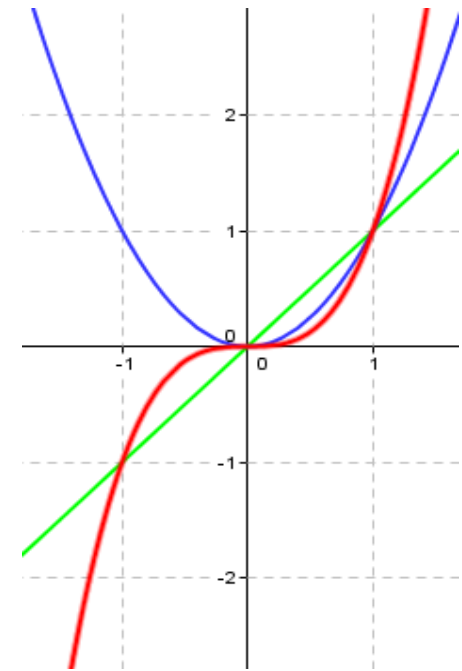
$$2^{\circ}) f(x) = x \quad g(x) = x^2$$

$$f(x) - g(x) = x - x^2 = x(1 - x)$$

$f(x) - g(x)$ est du signe du **produit** des signes

de x et de $(1 - x)$

On en déduit la position de $\mathcal{C}_f$ par rapport à $\mathcal{C}_g$:



x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
x	-	0	+	+	
$1-x$	+		0	-	
$f(x)-g(x)$	-	0	+	0	-
$\mathcal{C}_f$ par rapport à $\mathcal{C}_g$:	en-dessous	croise	au-dessus	croise	en-dessous

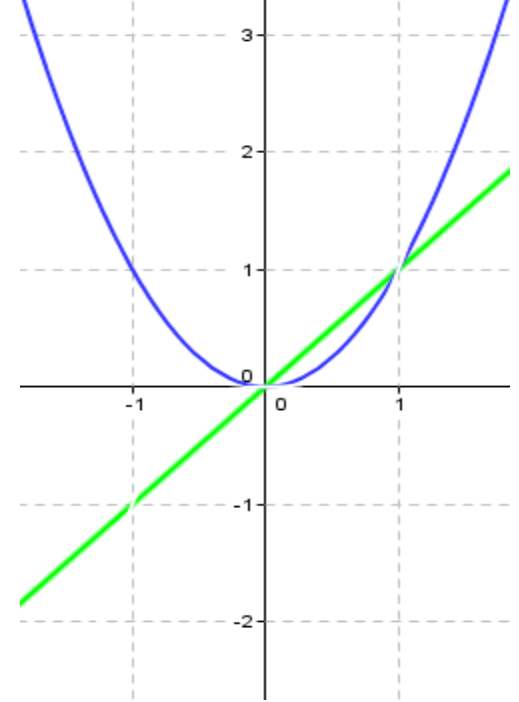
$$2^\circ) f(x) = x \quad g(x) = x^2$$

$$f(x) - g(x) = x - x^2 = x(1 - x)$$

$f(x) - g(x)$ est du signe du **produit** des signes

de x et de $(1 - x)$

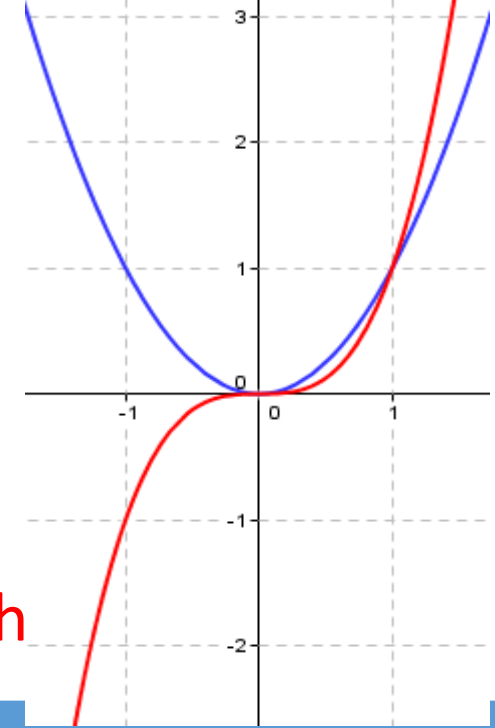
On en déduit la position de $\mathcal{C}_f$ par rapport à $\mathcal{C}_g$:



x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
x	-	0	+	+	
$1-x$	+		0	-	
$f(x)-g(x)$	-	0	+	0	-
$\mathcal{C}_f$ par rapport à $\mathcal{C}_g$:	en-dessous	croise	au-dessus	croise	en-dessous

3°) *Même méthode* : $g(x) = x^2$ $h(x) = x^3$

$$g(x) - h(x) = \dots$$



On en déduit la position de $\mathcal{C}_g$ par rapport à $\mathcal{C}_h$

x	$-\infty$	$+\infty$
$g(x) - h(x)$		
$\mathcal{C}_g$ par rapport à $\mathcal{C}_h$:		

$$3^\circ) g(x) = x^2 \quad h(x) = x^3$$

$$g(x) - h(x) = x^2 - x^3 = x^2 (1 - x)$$

$g(x) - h(x)$ est du signe du **produit** des signes
de x^2 et de $(1 - x)$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x^2				
$1 - x$				
$g(x) - h(x)$				
$\mathcal{C}_g$ par rapport à $\mathcal{C}_h$:				

$$3^{\circ}) \quad g(x) = x^2 \quad h(x) = x^3$$

$$g(x) - h(x) = x^2 - x^3 = x^2 (1 - x)$$

$g(x) - h(x)$ est du signe du **produit** des signes

de x^2 et de $(1 - x)$

x^2 est un carré donc s'annule en 0 et est toujours positif.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x^2	+	0	+	+
$1 - x$				
$g(x) - h(x)$				
$\mathcal{C}_g$ par rapport à $\mathcal{C}_h$:				

3°) $g(x) = x^2$ $h(x) = x^3$

$g(x) - h(x) = x^2 - x^3 = x^2 (1 - x)$

$1 - x$ est une expression affine $(-1)x + 1$

s'annule en $x = 1$

et **décroissante** car coeff. directeur = $-1 < 0$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x^2	+	0	+	+
$1 - x$	+	+	0	-
$g(x) - h(x)$				
$\mathcal{C}_g$ par rapport à $\mathcal{C}_h$:				

$$3^\circ) g(x) = x^2 \quad h(x) = x^3$$

$$g(x) - h(x) = x^2 - x^3 = x^2 (1 - x)$$

$g(x) - h(x)$ est du signe du **produit** des signes
de x^2 et de $(1 - x)$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x^2	+	0	+	+
$1 - x$	+	+	0	-
$g(x) - h(x)$	+	0	0	-
$\mathcal{C}_g$ par rapport à $\mathcal{C}_h$:				

$$3^{\circ}) \quad g(x) = x^2 \quad h(x) = x^3$$

$$g(x) - h(x) = x^2 - x^3 = x^2 (1 - x)$$

$g(x) - h(x)$ est du signe du **produit** des signes

de x^2 et de $(1 - x)$

On en déduit la position de $\mathcal{C}_f$ par rapport à $\mathcal{C}_g$:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x^2	+	0	+	+
$1 - x$	+	+	0	-
$g(x) - h(x)$	+	0	0	-
$\mathcal{C}_g$ par rapport à $\mathcal{C}_h$:	au-dessus	croise	croise	en-dessous

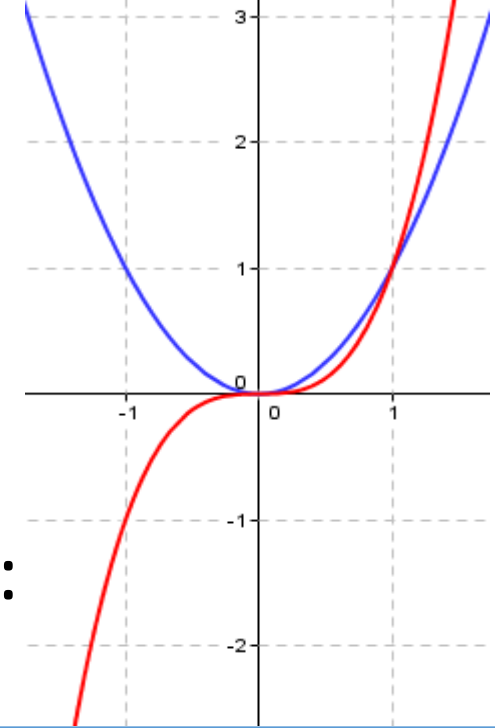
$$3^{\circ}) \quad g(x) = x^2 \quad h(x) = x^3$$

$$g(x) - h(x) = x^2 - x^3 = x^2 (1 - x)$$

$g(x) - h(x)$ est du signe du **produit** des signes

de x^2 et de $(1 - x)$

On en déduit la position de $\mathcal{C}_f$ par rapport à $\mathcal{C}_g$:



x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x^2	+	0	+	+
$1 - x$	+		0	-
$g(x) - h(x)$	+	0	0	-
$\mathcal{C}_g$ par rapport à $\mathcal{C}_h$:	au-dessus	croise	croise	en-dessous