Chapitre 6 Les fonctions de référence.

A Les fonctions affines

I Définition :

Elle est définie par …

Chapitre 6 Les fonctions de référence.

A Les fonctions affines

I Définition :

Elle est définie par $f(x) = mx + p$

Chapitre 6 Les fonctions de référence.

A Les fonctions affines

I Définition :

Elle est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$

Chapitre 6 Les fonctions de référence.

A Les fonctions affines

I Définition :

Elle est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$

m et p étant …

Chapitre 6 Les fonctions de référence.

A Les fonctions affines

I Définition :

Elle est définie sur IR par $f(x) = mx + p$

m et p étant deux réels fixés.

Remarque : si m et p ne sont pas fixés

Par exemple $f(x) = 3x - 5$ pour tous les $x < 2$

$f(x) = 4x + 2$ pour tous les $x \geq 2$

On dit que la fonction est affine par morceaux

(non au programme de 2^{nde}).

A Les fonctions affines

I Définition :

Elle est définie sur IR par $f(x) = mx + p$

m et p étant deux réels fixés.

II sens de variation (stricts)

A Les fonctions affines

I Définition :

Elle est définie sur IR par $f(x) = mx + p$

m et p étant deux réels fixés.

II sens de variation (stricts)

Si $m > 0$ la fonction affine est croissante sur IR.

A Les fonctions affines

I Définition :

Elle est définie sur IR par $f(x) = mx + p$

m et p étant deux réels fixés.

II sens de variation (stricts)

Si $m > 0$ la fonction affine est croissante sur IR.

Si $m < 0$ la fonction affine est décroissante sur IR.

A Les fonctions affines

I Définition :

Elle est définie sur IR par $f(x) = mx + p$

m et p étant deux réels fixés.

II sens de variation (stricts)

Si $m > 0$ la fonction affine est croissante sur IR. (strictement)

Si $m < 0$ la fonction affine est décroissante sur IR.

Si $m = 0$ la fonction affine est constante sur IR. (str.)

démonstration : voir chapitre 4 !

Démonstration dans le cas où $m < 0$: (voir chapitre 4)

Soient a et b deux antécédents quelconques de R, tels que $a < b$

$f(b) - f(a) = (mb + p) - (ma + p) = mb + p - ma - p = mb - ma = m (b - a)$

$a < b$ donc $b - a$ est positif.

$m < 0$

donc le produit est négatif, donc $f(b) - f(a) < 0$ donc $f(b) < f(a)$

$$\left.\begin{array}{l} a < b \\ f(a) > f(b) \\ \text{a et b quelconques dans } \mathbb{R} \end{array}\right\} \Longleftrightarrow \text{f est décroissante sur } \mathbb{R}$$

III Courbe représentative.

La courbe représentative d’une fonction affine est …

III Courbe représentative.

La courbe représentative d’une fonction affine est une droite.

Son équation est ...

III Courbe représentative.

La courbe représentative d'une fonction affine est une droite.

Son équation est $y = mx + p$

p est ….

III Courbe représentative.

La courbe représentative d'une fonction affine est une droite.

Son équation est $y = mx + p$

p est l'ordonnée à l'origine

(c'est-à-dire ...

III Courbe représentative.

La courbe représentative d'une fonction affine est une droite.

Son équation est $y = mx + p$

p est l'ordonnée à l'origine

(c'est-à-dire l'ordonnée y où la droite croise l'axe des ordonnées).

Tous les points de l'axe y ont des abscisses ...

III Courbe représentative.

La courbe représentative d'une fonction affine est une droite.

Son équation est $y = mx + p$

p est l'ordonnée à l'origine

(c'est-à-dire l'ordonnée y où la droite croise l'axe des ordonnées).

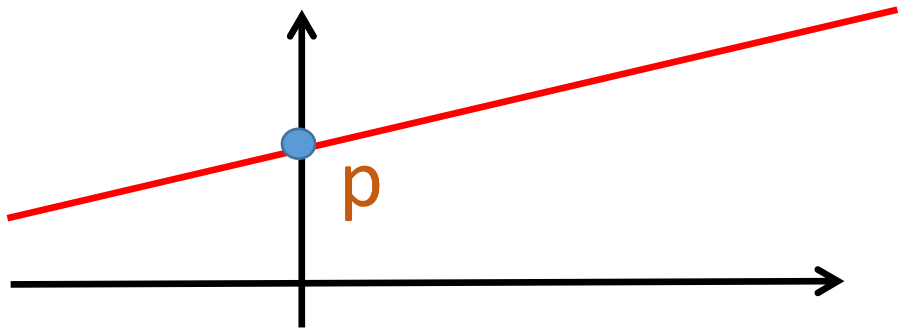
Tous les points de l'axe y ont des abscisses $x = 0$

donc l'ordonnée à l'origine correspond au ....

III Courbe représentative.

La courbe représentative d’une fonction affine est une droite.

Son équation est $y = mx + p$



p est l’ordonnée à l’origine

(c’est-à-dire l’ordonnée y où la droite croise l’axe des ordonnées).

Tous les points de l’axe y ont des abscisses $x = 0$

donc l’ordonnée à l’origine correspond au point $(0 ; p)$ de la droite.

III Courbe représentative.

m est le coefficient directeur

m = …

III Courbe représentative.

m est le coefficient directeur

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

A et B étant …

III Courbe représentative.

m est le coefficient directeur

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

A et B étant deux points distincts de la droite.

III Courbe représentative.

m est le coefficient directeur

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad \text{que je note} \quad \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

(Δ est le symbole de la variation)

A et B étant deux points distincts de la droite.

III Courbe représentative.

m est le coefficient directeur

$m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ que je note $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ (Δ est le symbole de la variation)

A et B étant deux points distincts de la droite.

Si $\Delta x = 1$ on a alors $\Delta y = \ldots$

III Courbe représentative.

m est le coefficient directeur

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad \text{que je note} \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} \qquad (\ \Delta \text{ est le symbole de la variation })$$

A et B étant deux points distincts de la droite.

Si $\Delta x = 1$ on a alors $\Delta y = m\ \Delta x = m \times 1 = m$

III Courbe représentative.

m est le coefficient directeur

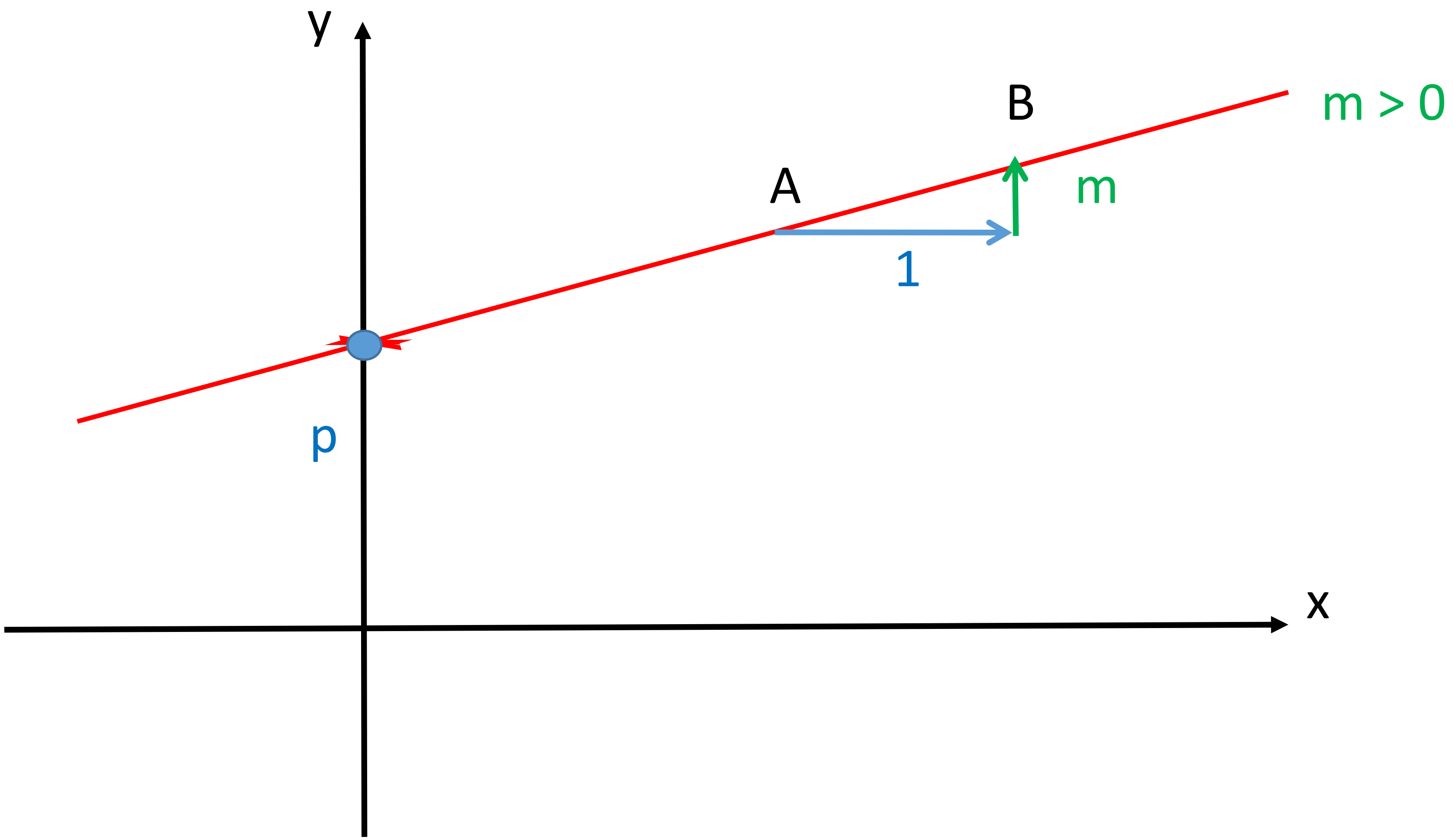
$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad \text{que je note} \quad \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

(Δ est le symbole de la variation)

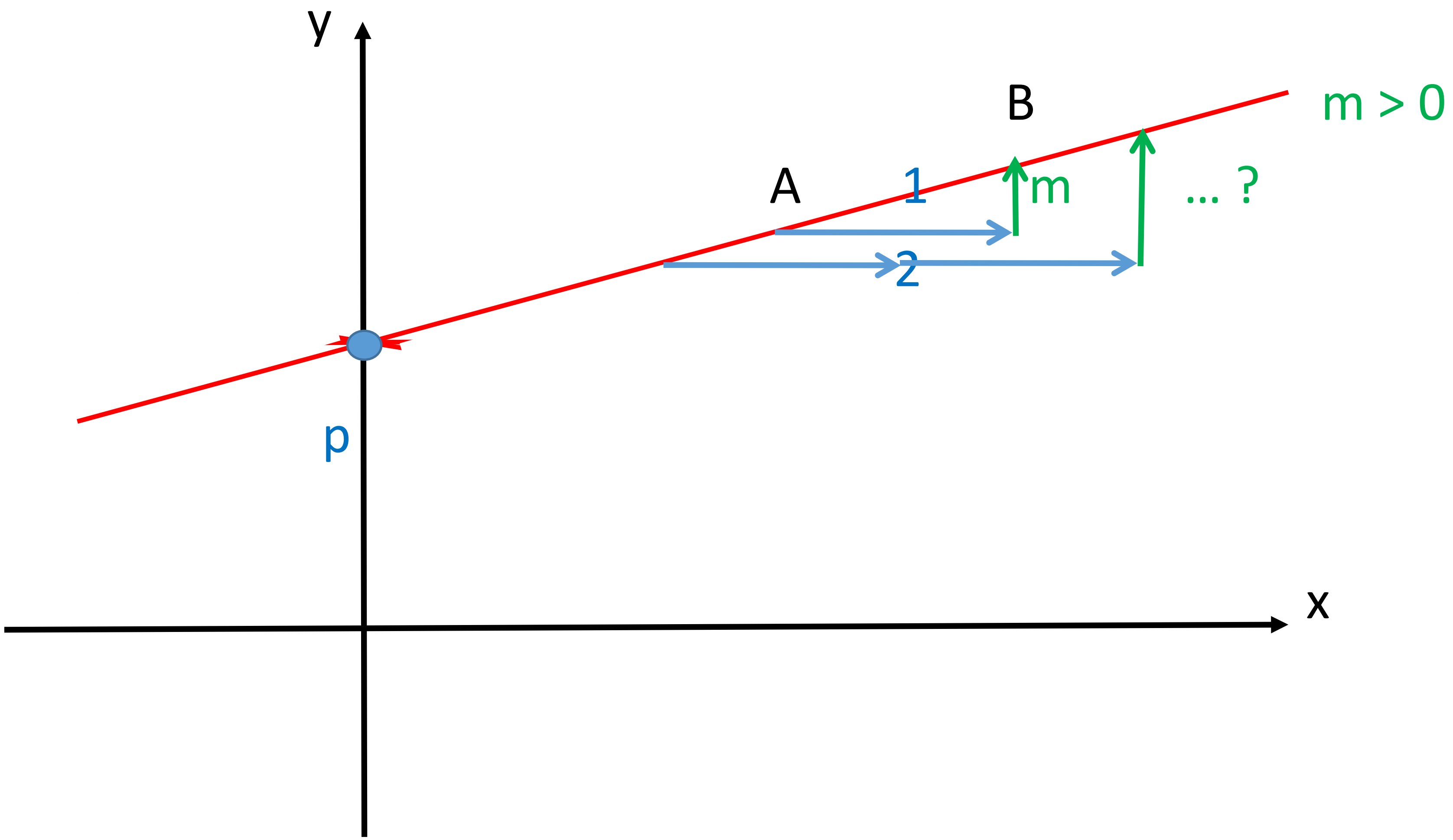
A et B étant deux points distincts de la droite.

Si $\Delta x = 1$ on a alors $\Delta y = m\,\Delta x = m \times 1 = m$

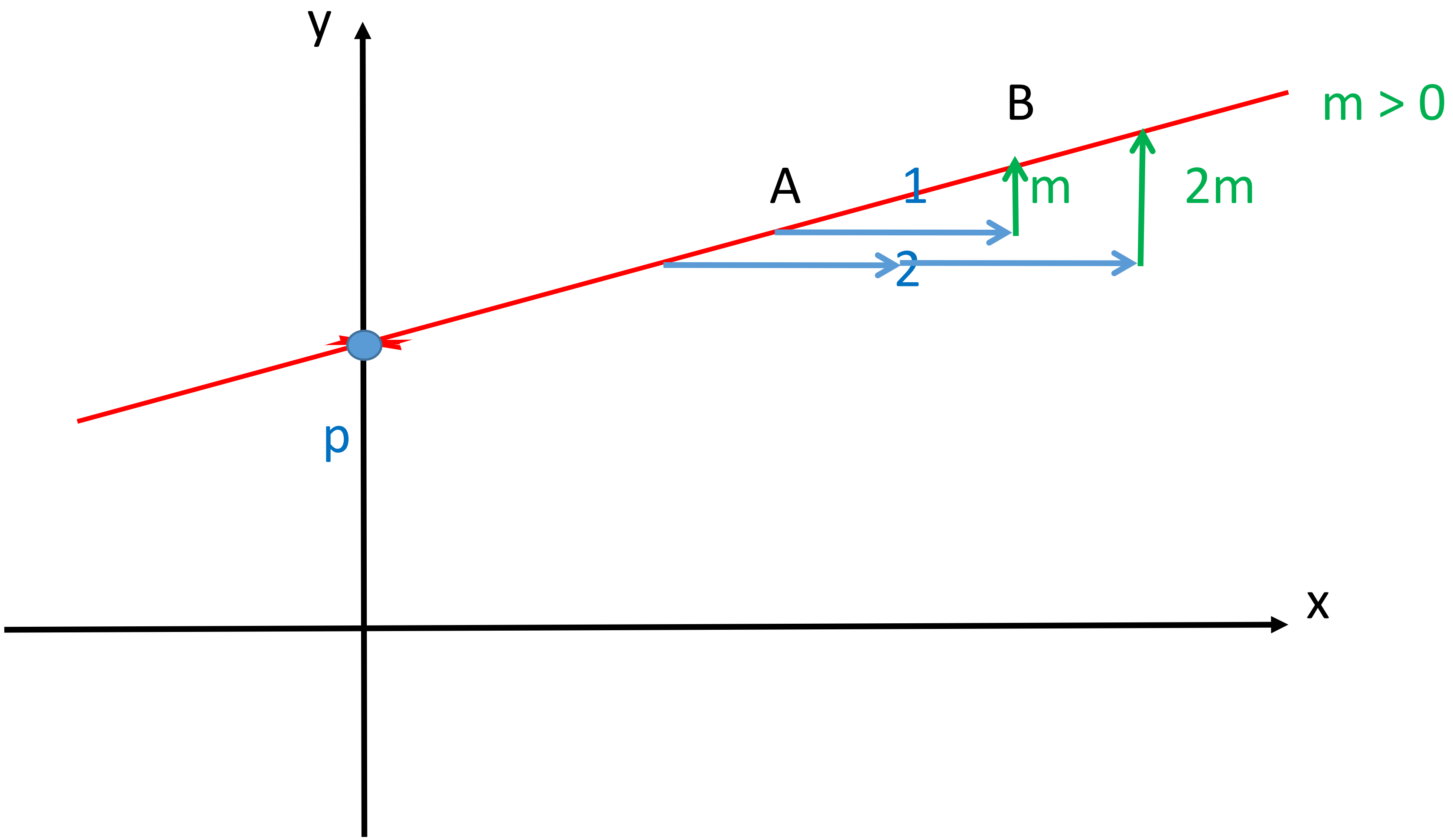
III Courbe représentative.



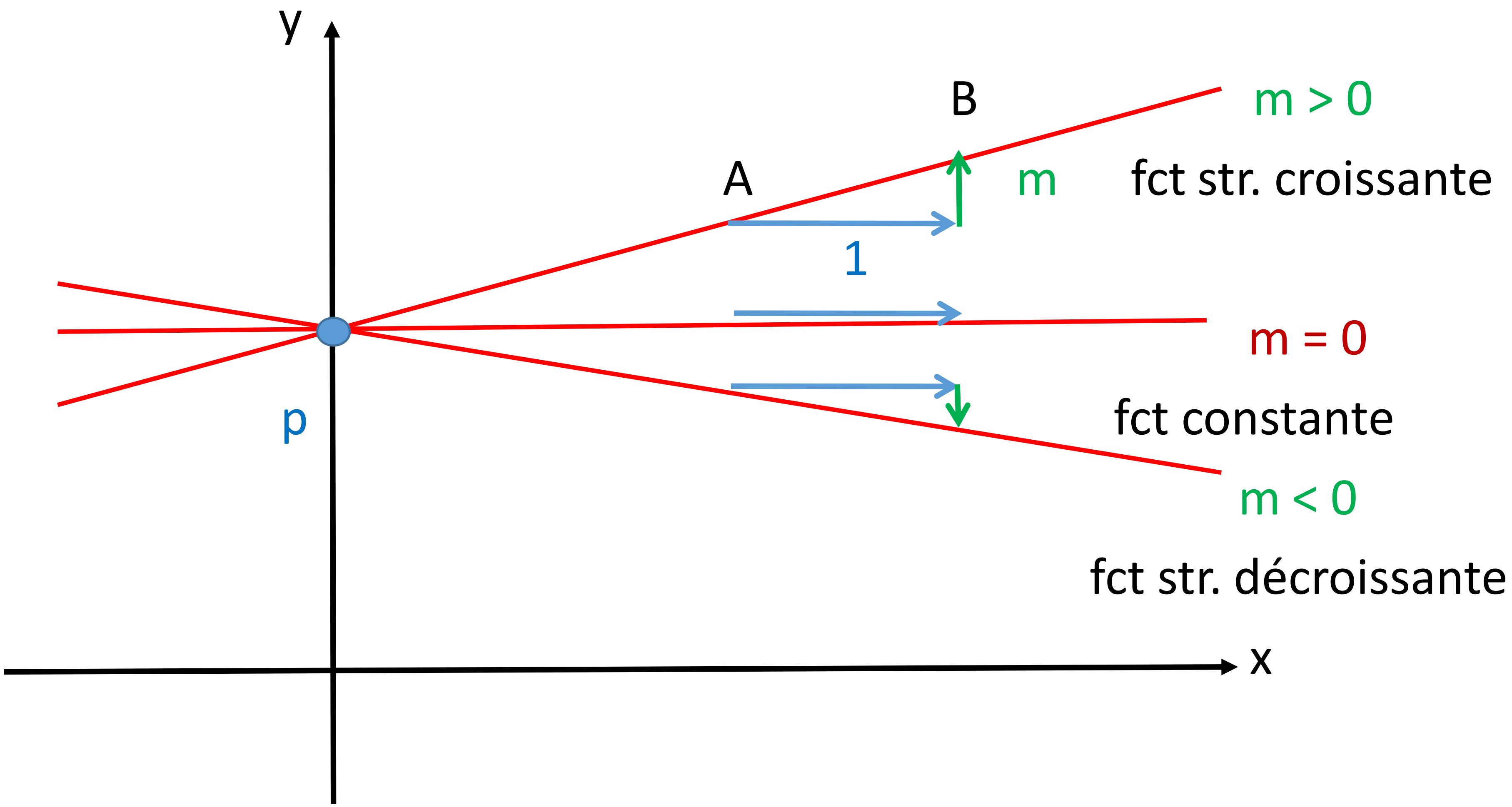
III Courbe représentative.



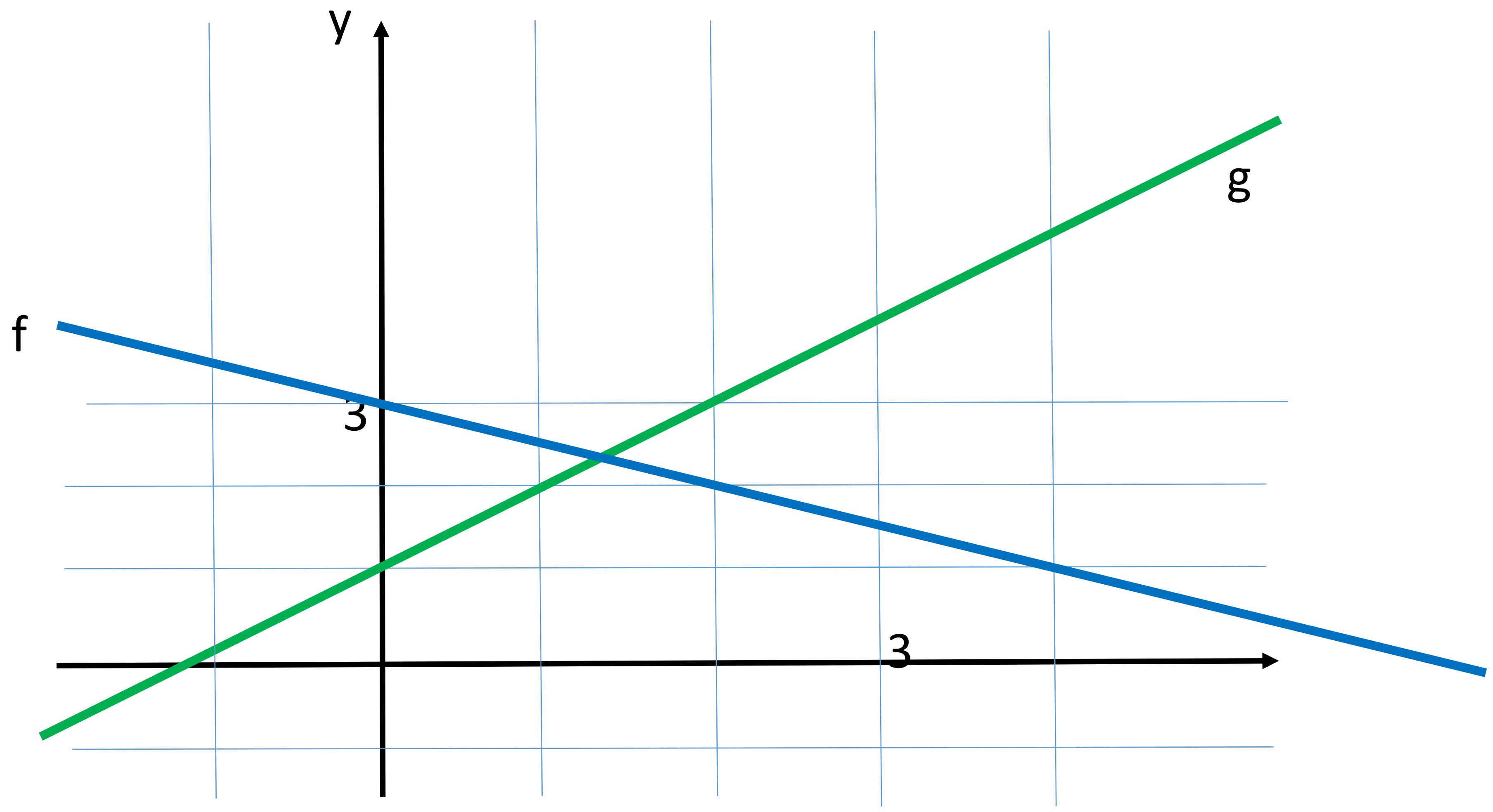
III Courbe représentative.



III Courbe représentative.

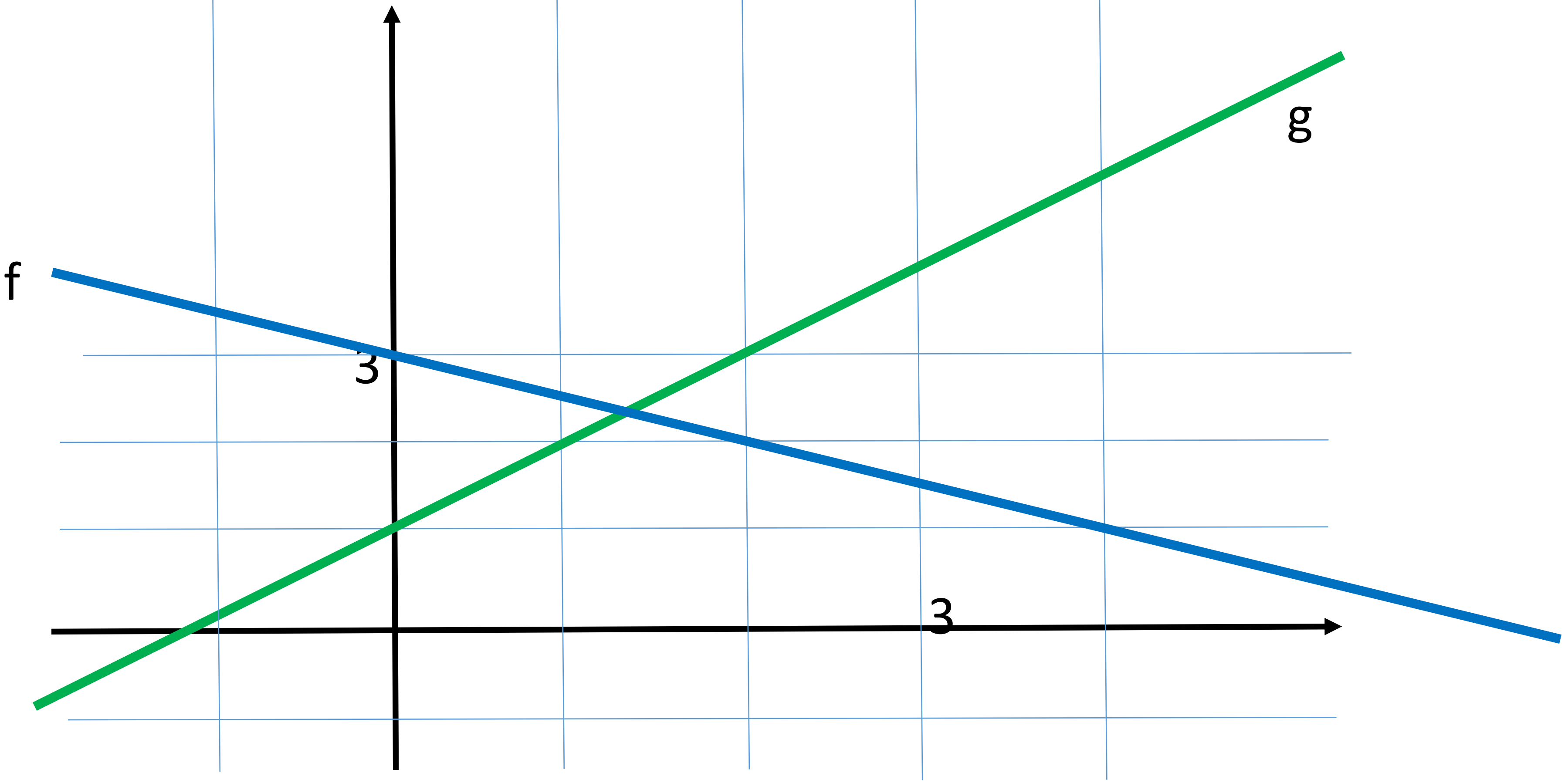


Application : déterminez par lecture directe les équations des droites



Application : déterminez par lecture directe les équations des droites

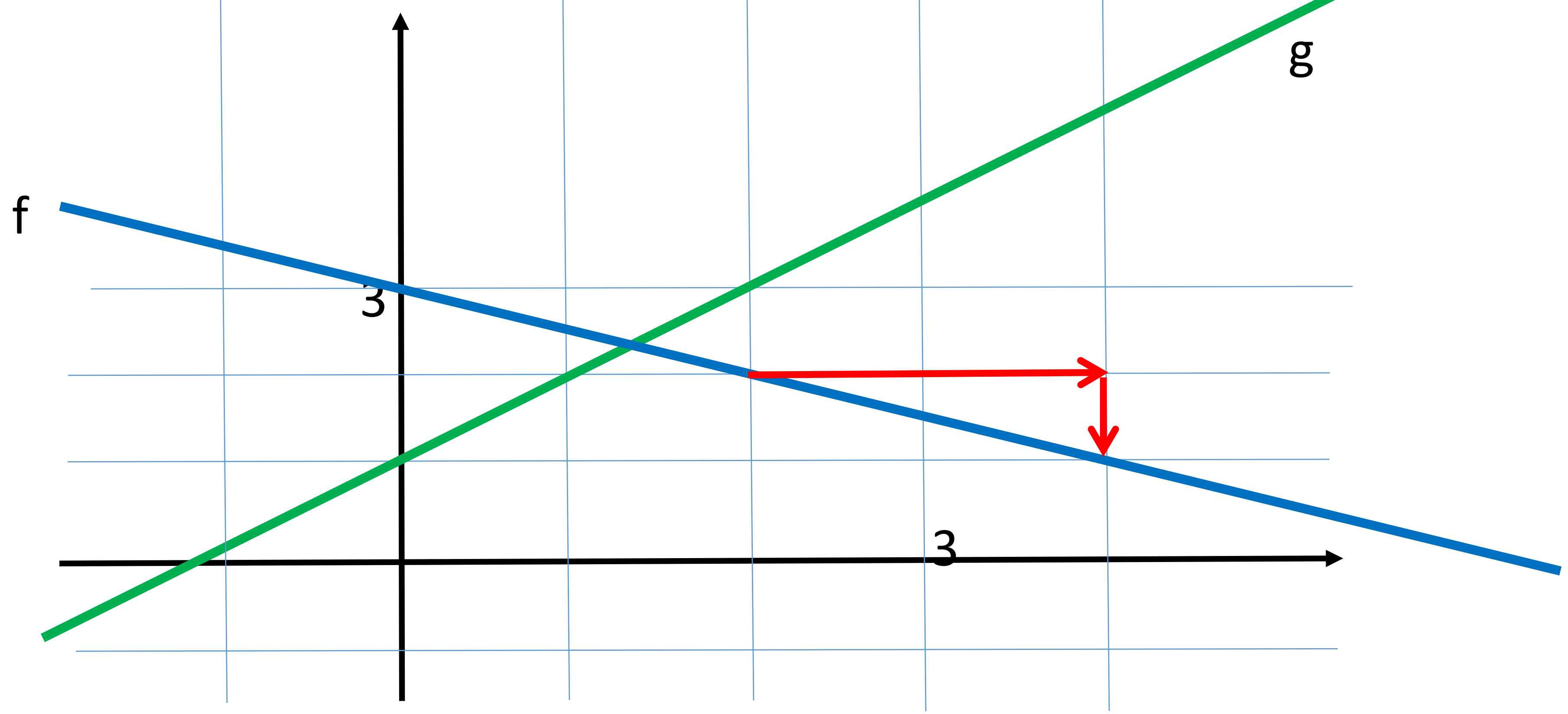
1ère étape : fct affine $f(x) = mx + p$ ⇨ droite d'équation $y = mx + p$



Application : déterminez par lecture directe les équations des droites

1$^{\text{ère}}$ étape : fct affine $f(x) = mx + p$ ⇒ droite d'équation $y = mx + p$

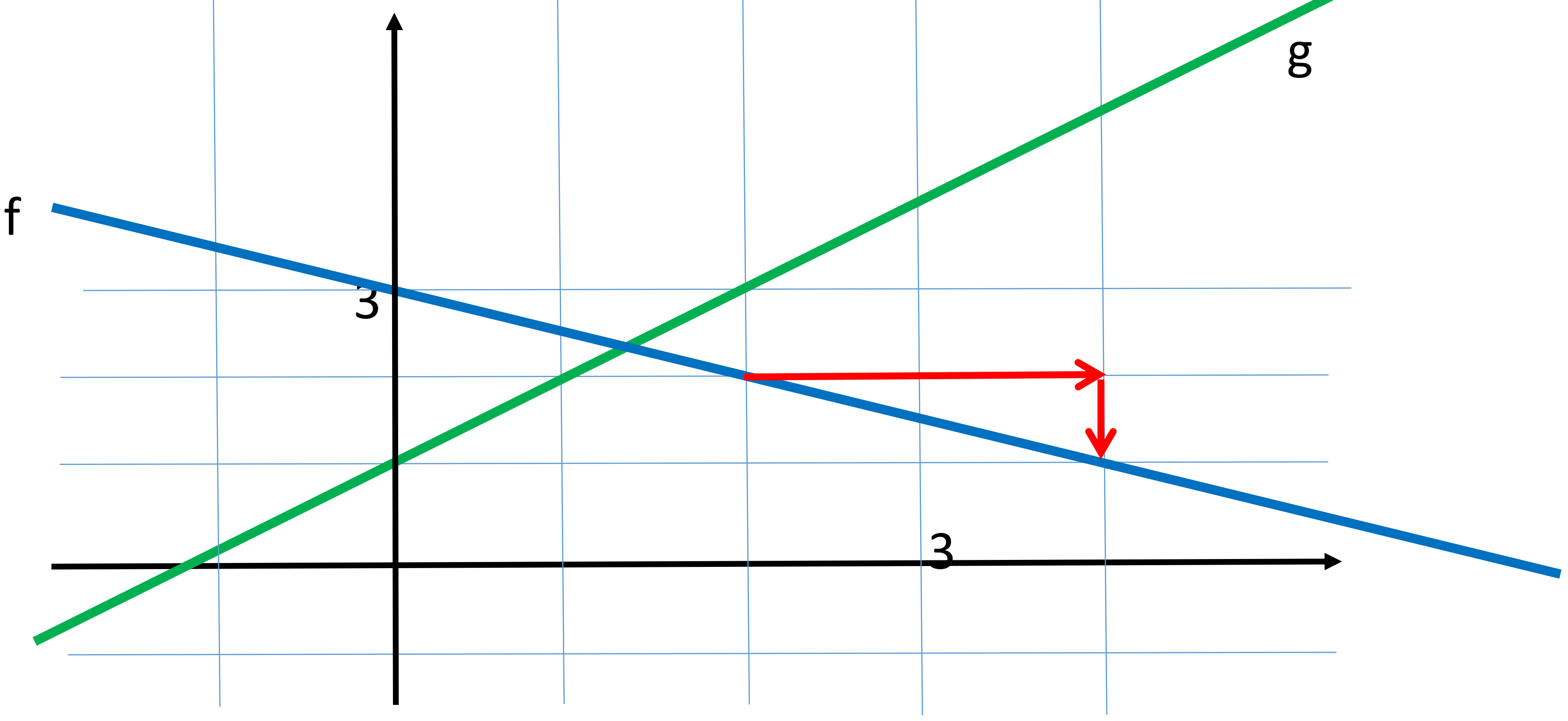
2$^{\text{ème}}$ étape : $m = \Delta y / \Delta x$



Application : déterminez par lecture directe les équations des droites

1ère étape : fct affine $f(x) = mx + p$ ➡ droite d'équation $y = mx + p$

2ème étape : $m = \Delta y / \Delta x = (-1) / 2$

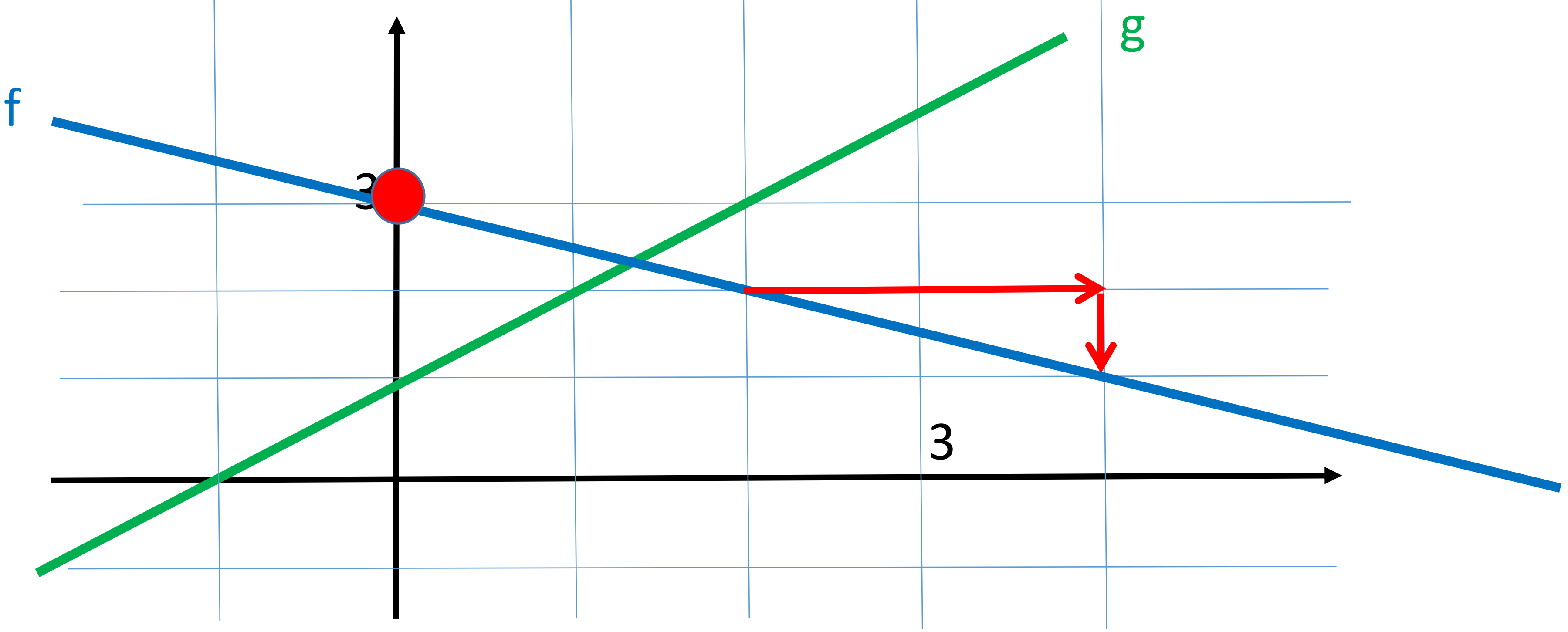


Application : déterminez par lecture directe les équations des droites

1ère étape : fct affine $f(x) = mx + p$ ⇒ droite d'équation $y = mx + p$

2ème étape : $m = \Delta y / \Delta x = (-1) / 2 = -0,5$

3ème étape : p = ordonnée à l'origine = 3 Réponse : $y = -0,5x + 3$

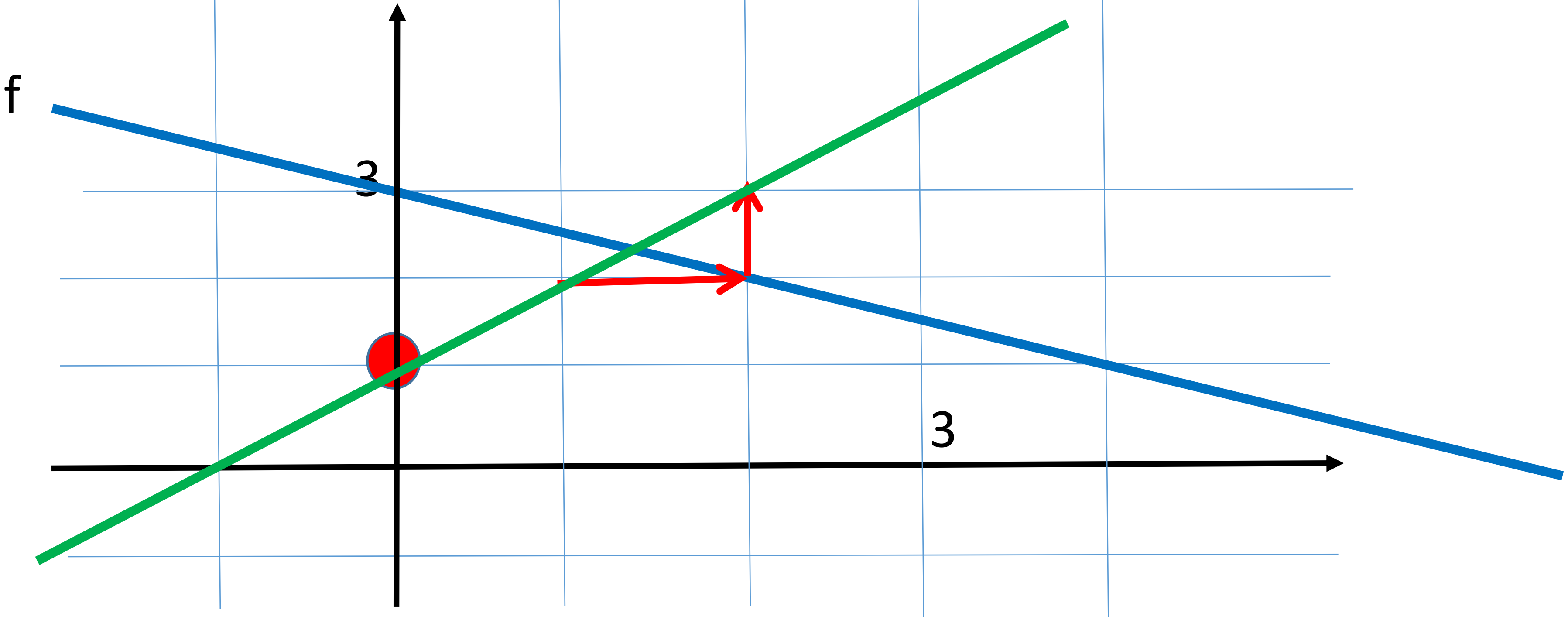


Application : déterminez par lecture directe les équations des droites

g : 1ère étape : fct affine f(x) = mx + p ➡ droite d'équation y = mx + p

2ème étape : m = Δy / Δx = 1 / 1 = 1

3ème étape : p = ordonnée à l'origine = 1 Réponse : y = 1x + 1



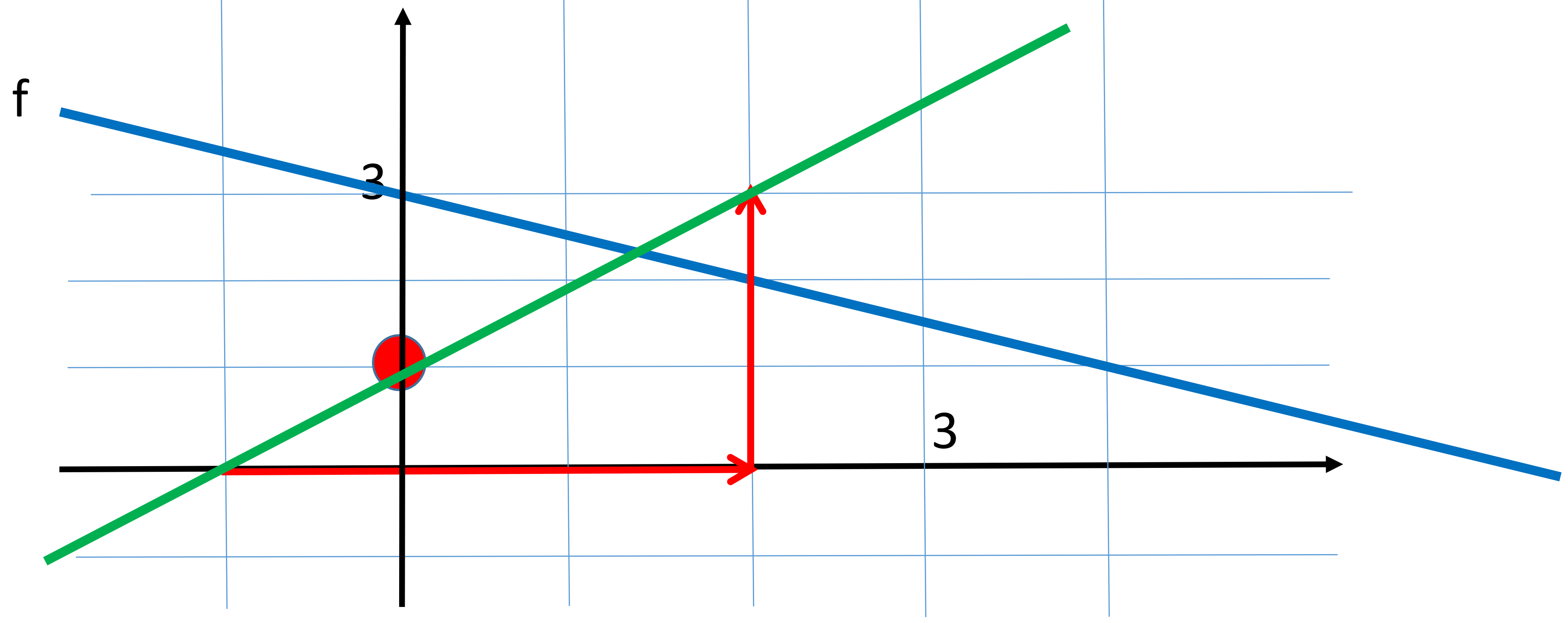
Application : déterminez par lecture directe les équations des droites

g : 1ère étape : fct affine $f(x) = mx + p$ ⇨ droite d'équation $y = mx + p$

2ème étape : $m = \Delta y / \Delta x = 3 / 3 = 1$

3ème étape : p = ordonnée à l'origine = 1

Réponse : $y = 1x + 1$

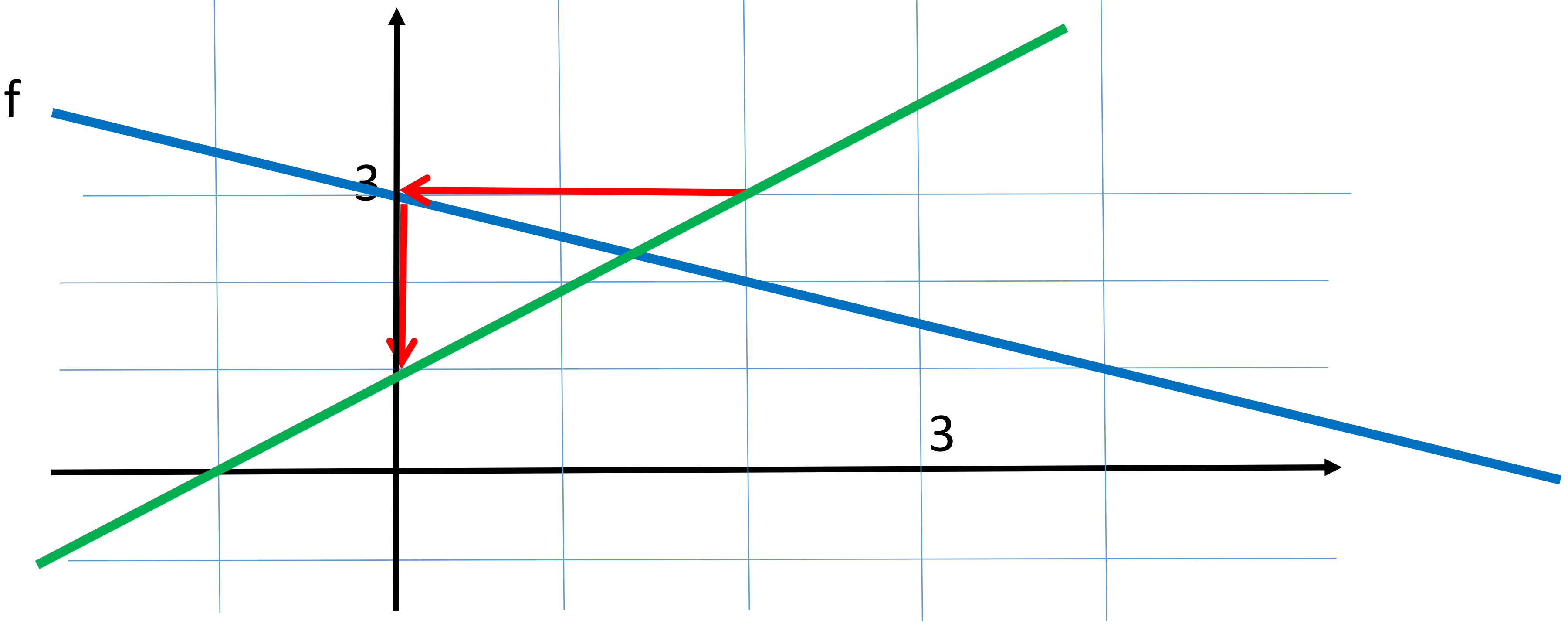


Application : déterminez par lecture directe les équations des droites

g : 1ère étape : fct affine $f(x) = mx + p$ ⇒ droite d'équation $y = mx + p$

2ème étape : $m = \Delta y / \Delta x = (-2) / (-2) = 1$

3ème étape : p = ordonnée à l'origine = 1 Réponse : $y = 1x + 1$

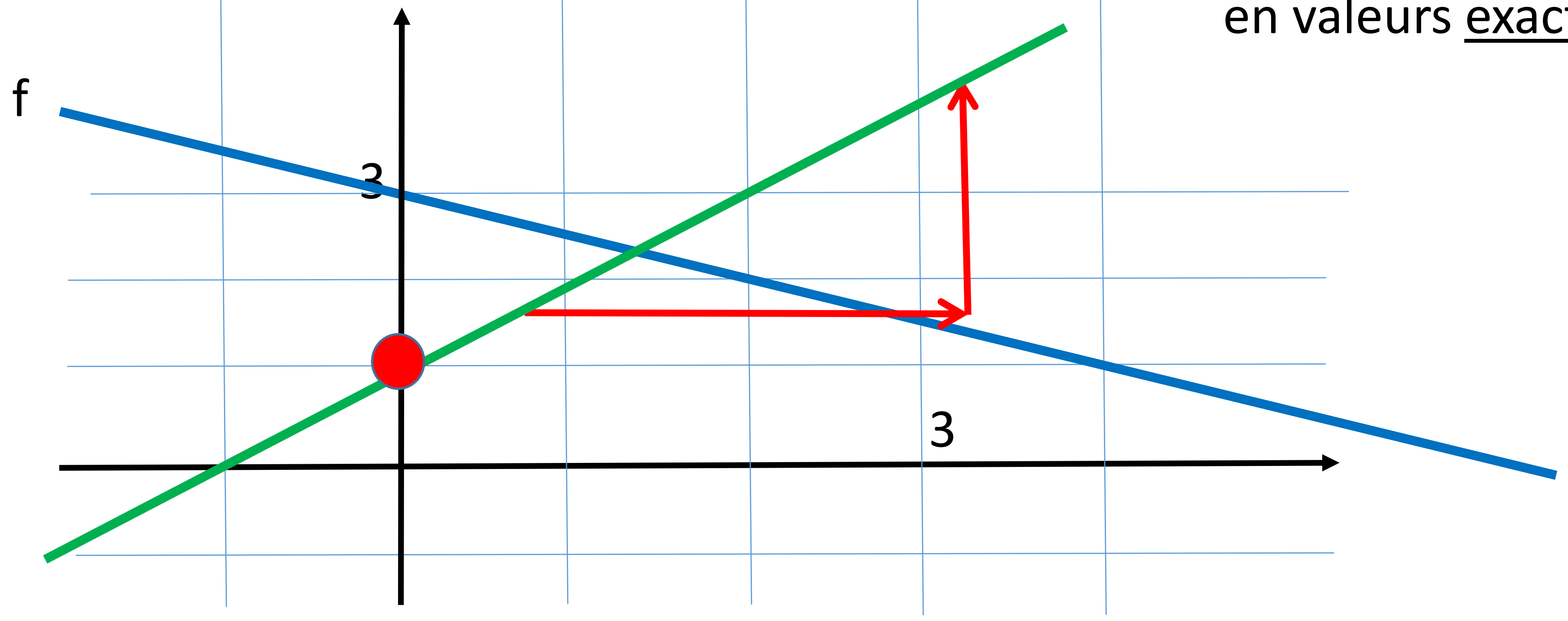


Application : déterminez par lecture directe les équations des droites

g : 1ère étape : fct affine f(x) = mx + p ➡ droite d'équation y = mx + p

2ème étape : m = Δy / Δx = (… ?) / (… ?) = … ?

Il faut choisir des couplets de points dont on est sûr des coordonnées en valeurs exactes !



Exercice :

Tracez directement les courbes des fonctions suivantes :

$$f(x) = 2x - 3$$

$$g(x) = -0{,}5x + 3 \qquad h(x) = \frac{2}{3}x - 1$$

Exercice : Tracez directement les courbes des fonctions suivantes : $f(x) = 2x - 3$

Méthode :

1) $f(x) = mx + p$ ➡ fct affine

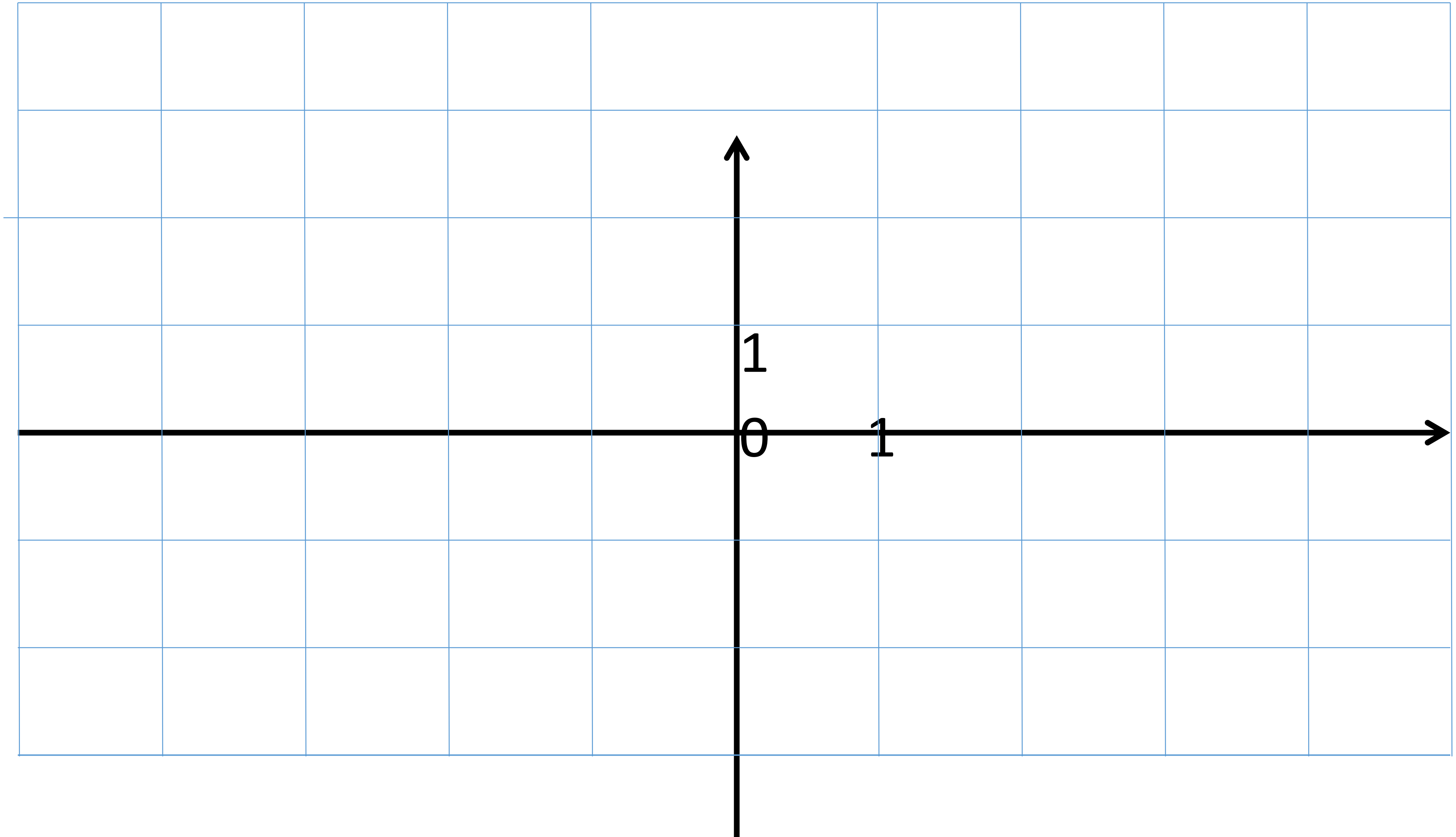
➡ sa courbe est une droite

2) p = ordonnée à l'origine ➡ …

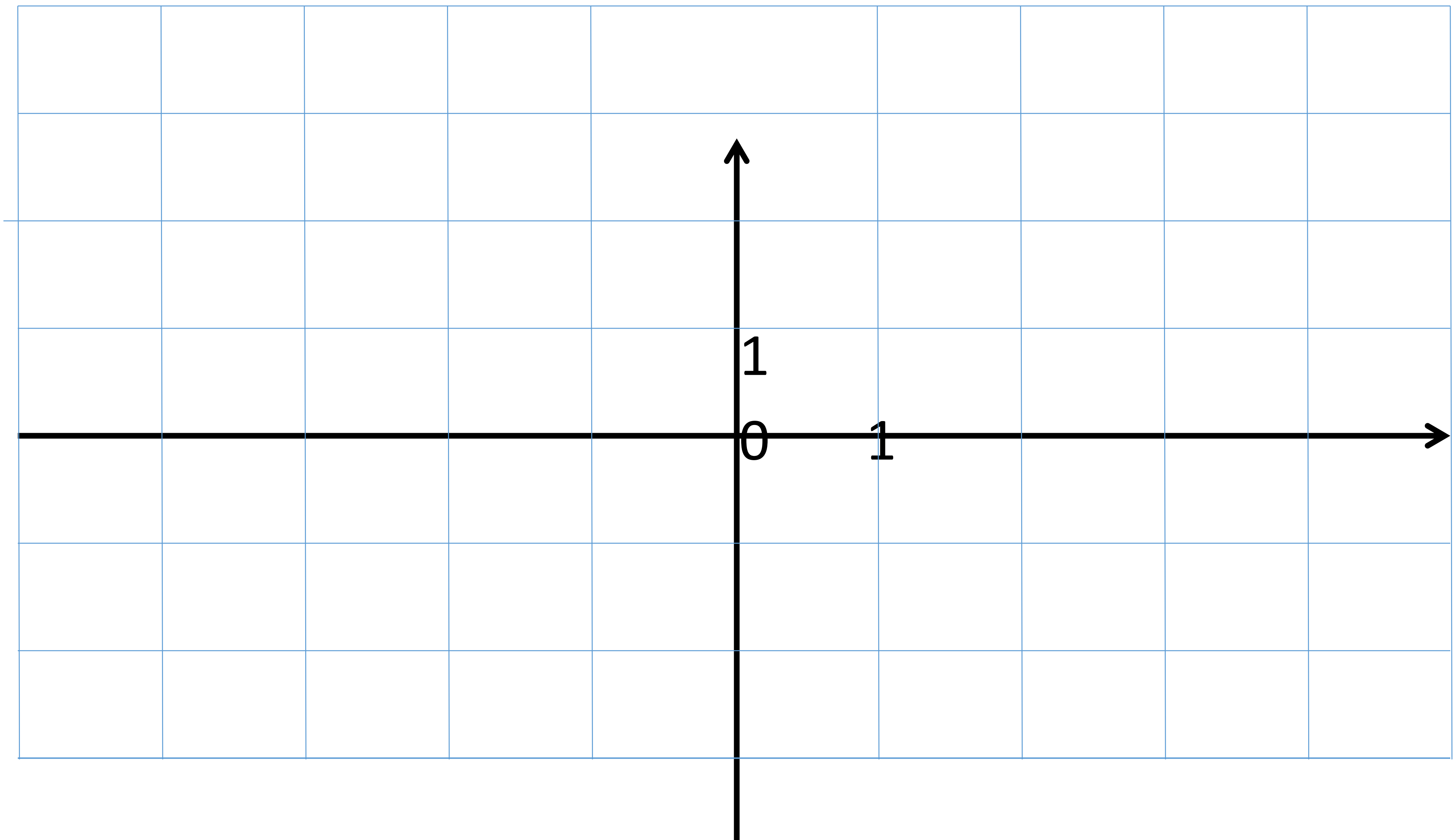
3) m = coeff. directeur ➡ …

Même méthode pour les autres courbes.

$f(x) = 2x - 3$

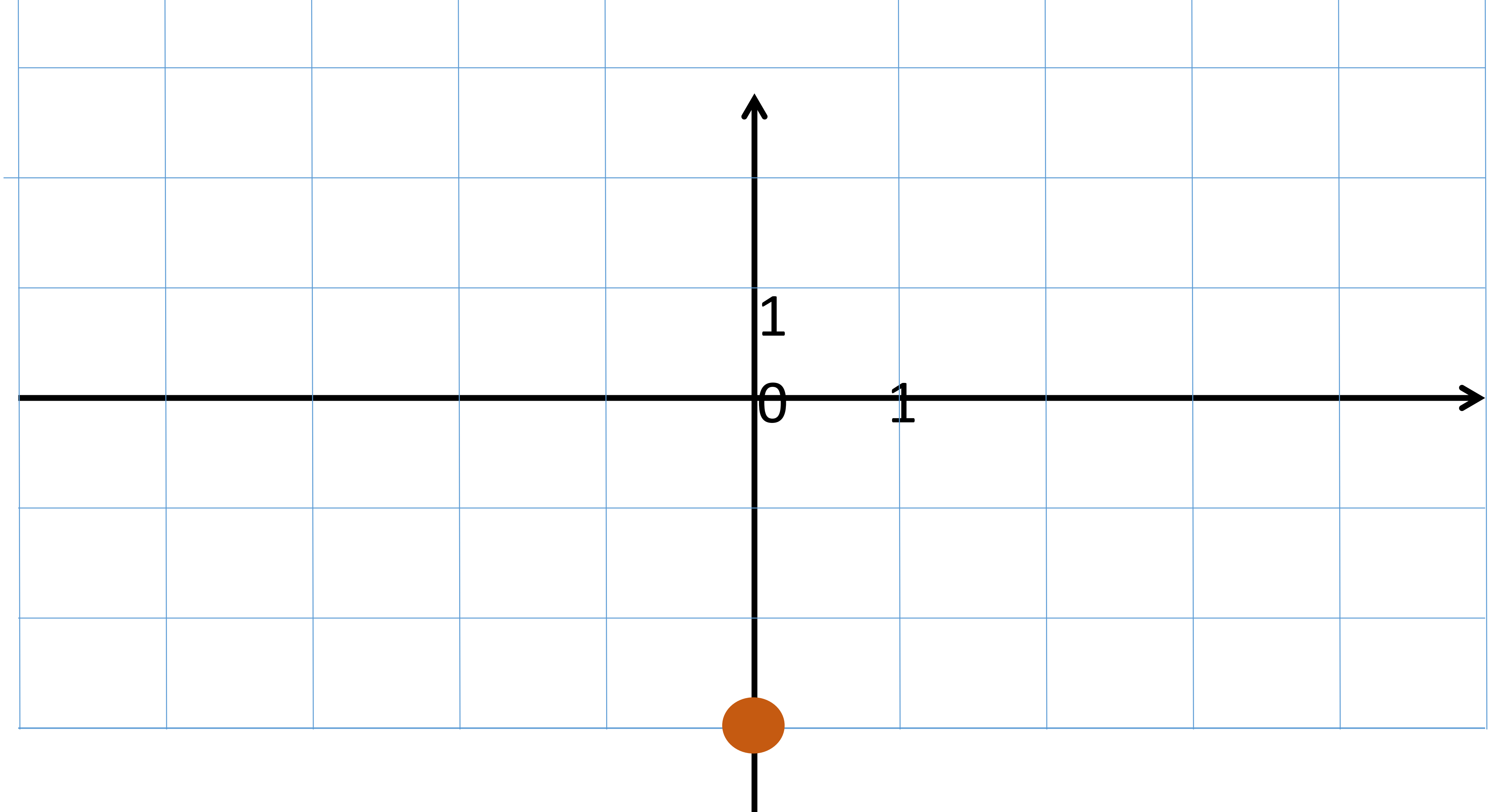


$f(x) = 2x - 3$ ➡ fct affine ➡ sa courbe est une droite



$f(x) = 2x - 3$ ➡ fct affine ➡ sa courbe est une droite

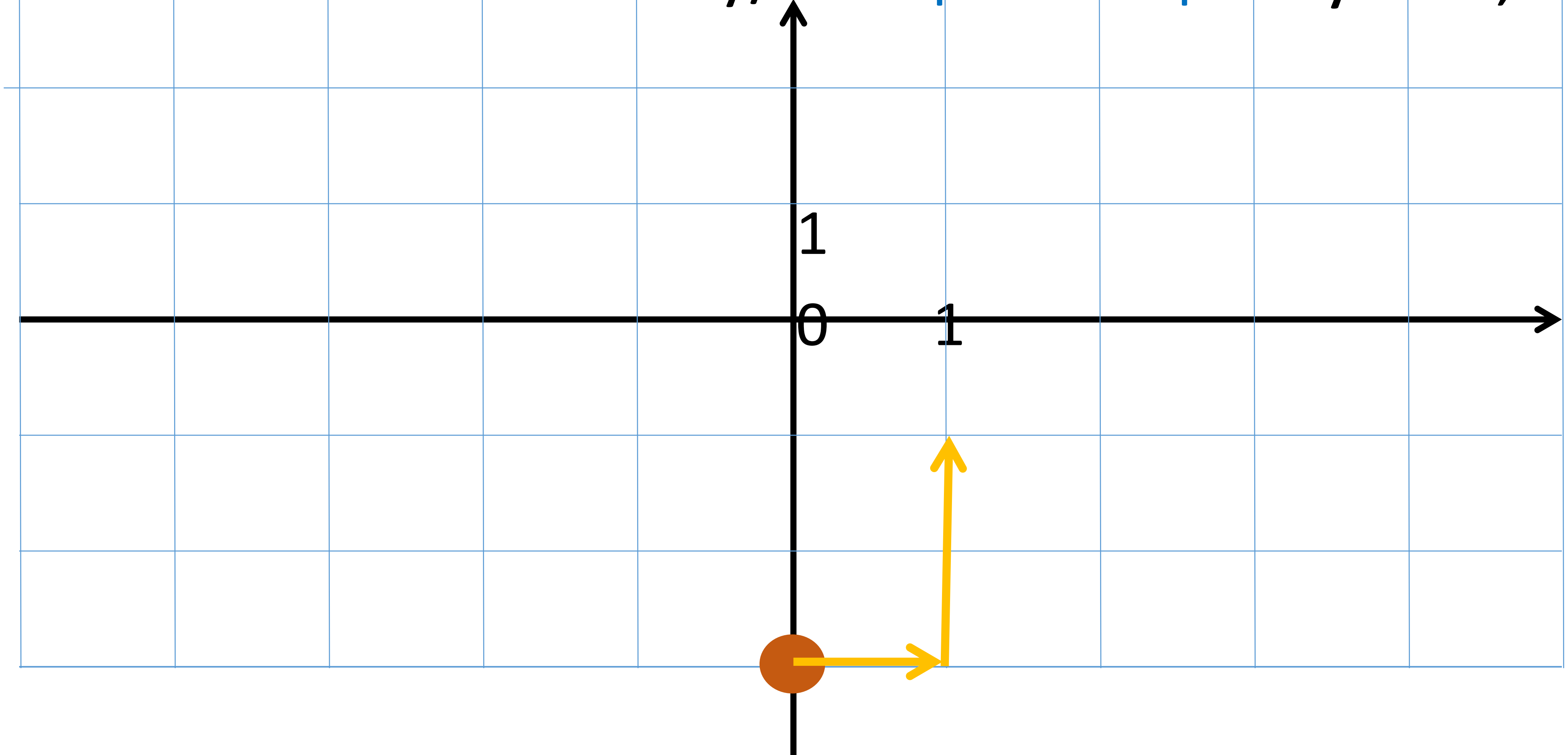
p = ordonnée à l'origine ➡ point (0 ; - 3)



$f(x) = 2x - 3$ ➡ fct affine ➡ sa courbe est une droite

p = ordonnée à l'origine ➡ point (0 ; - 3)

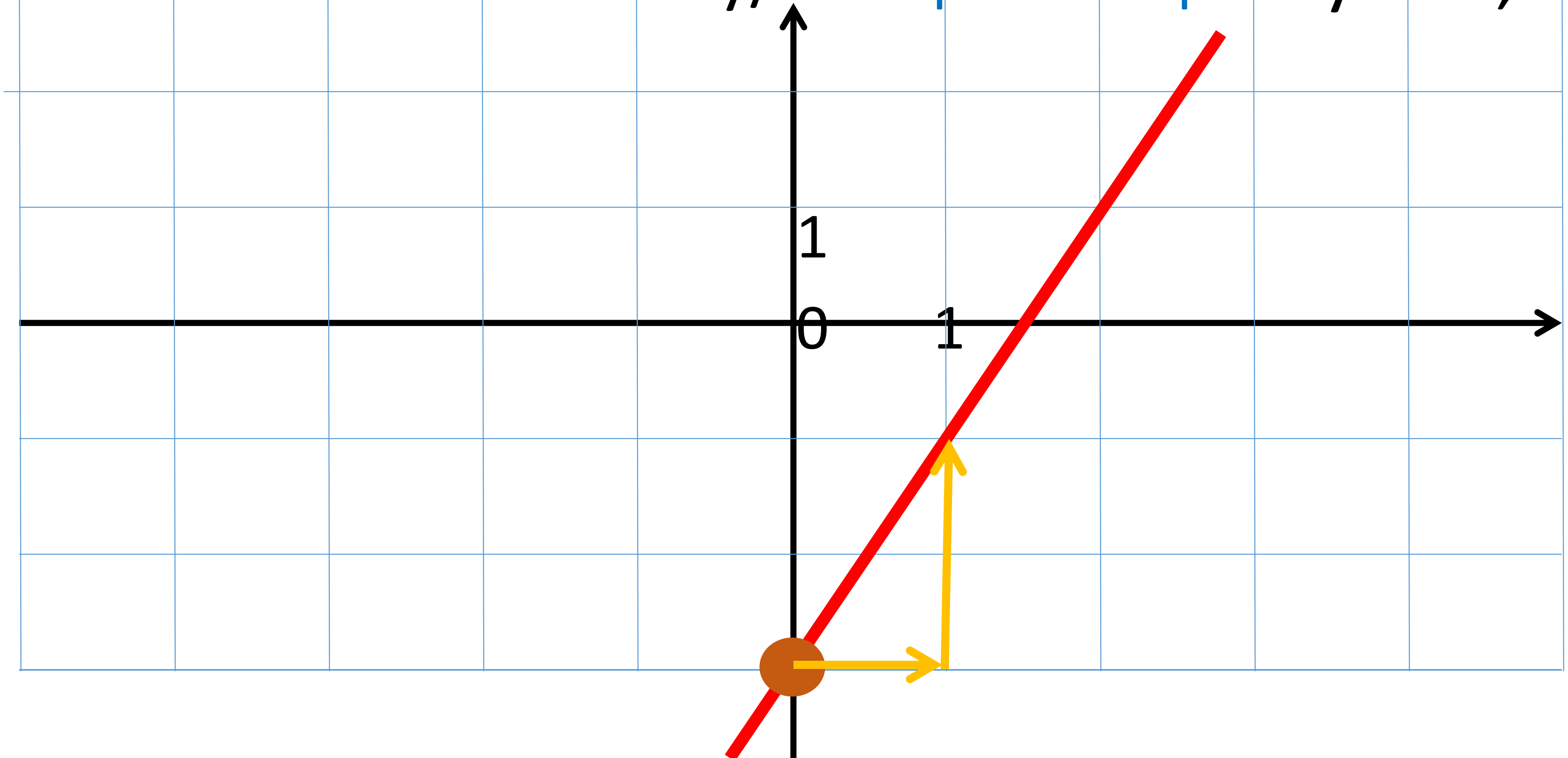
m = coeff. directeur = 2 = $\Delta y/\Delta x$ par exemple $\Delta y = 2$; $\Delta x = 1$



$f(x) = 2x - 3$ ➡ fct affine ➡ sa courbe est une droite

p = ordonnée à l'origine ➡ point (0 ; - 3)

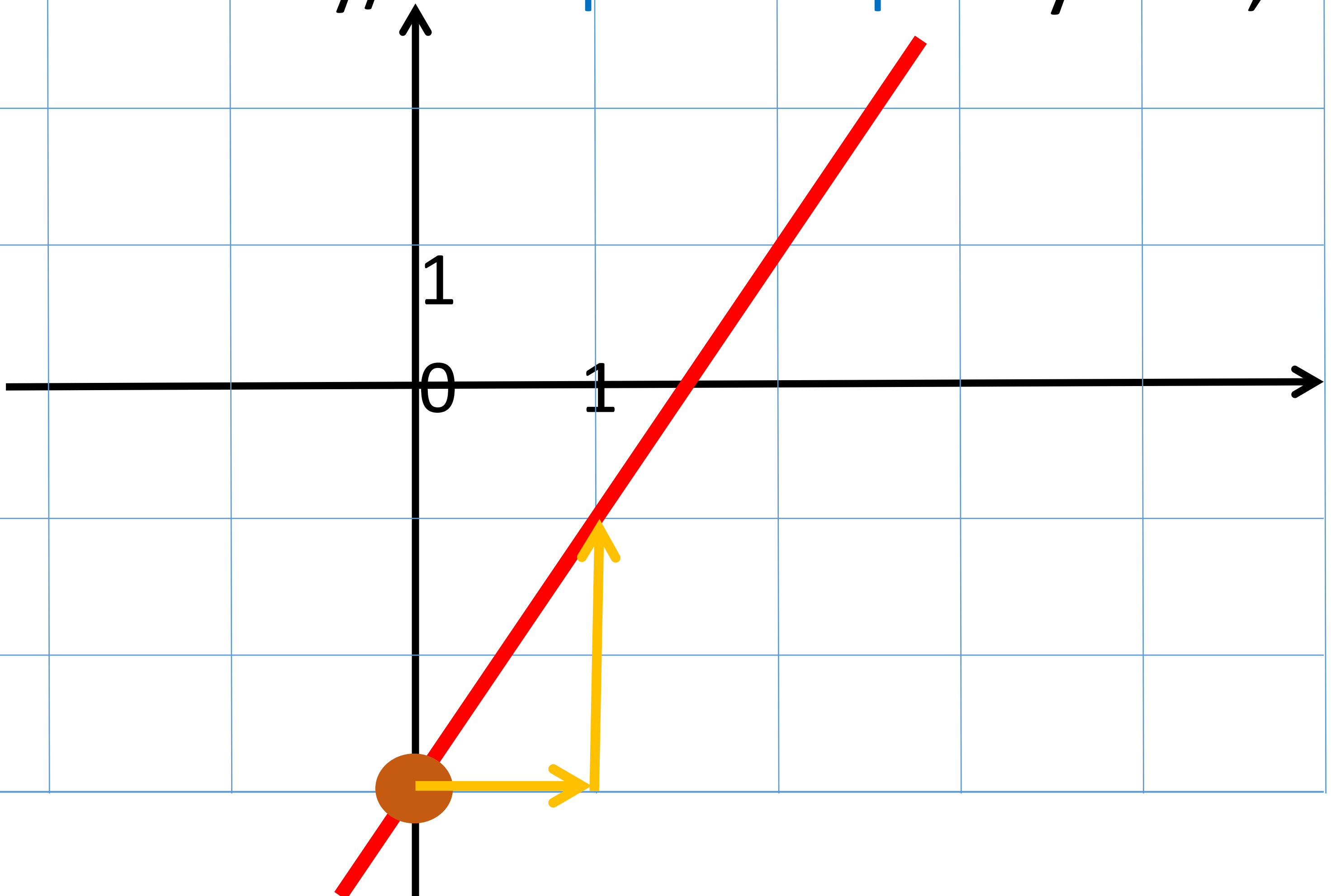
m = coeff. directeur = 2 = $\Delta y / \Delta x$ par exemple $\Delta y = 2$; $\Delta x = 1$



$f(x) = 2x - 3$ ➡ fct affine ➡ sa courbe est une droite

p = ordonnée à l'origine ➡ point (0 ; - 3)

m = coeff. directeur = $2 = \Delta y / \Delta x$ par exemple $\Delta y = 2$; $\Delta x = 1$

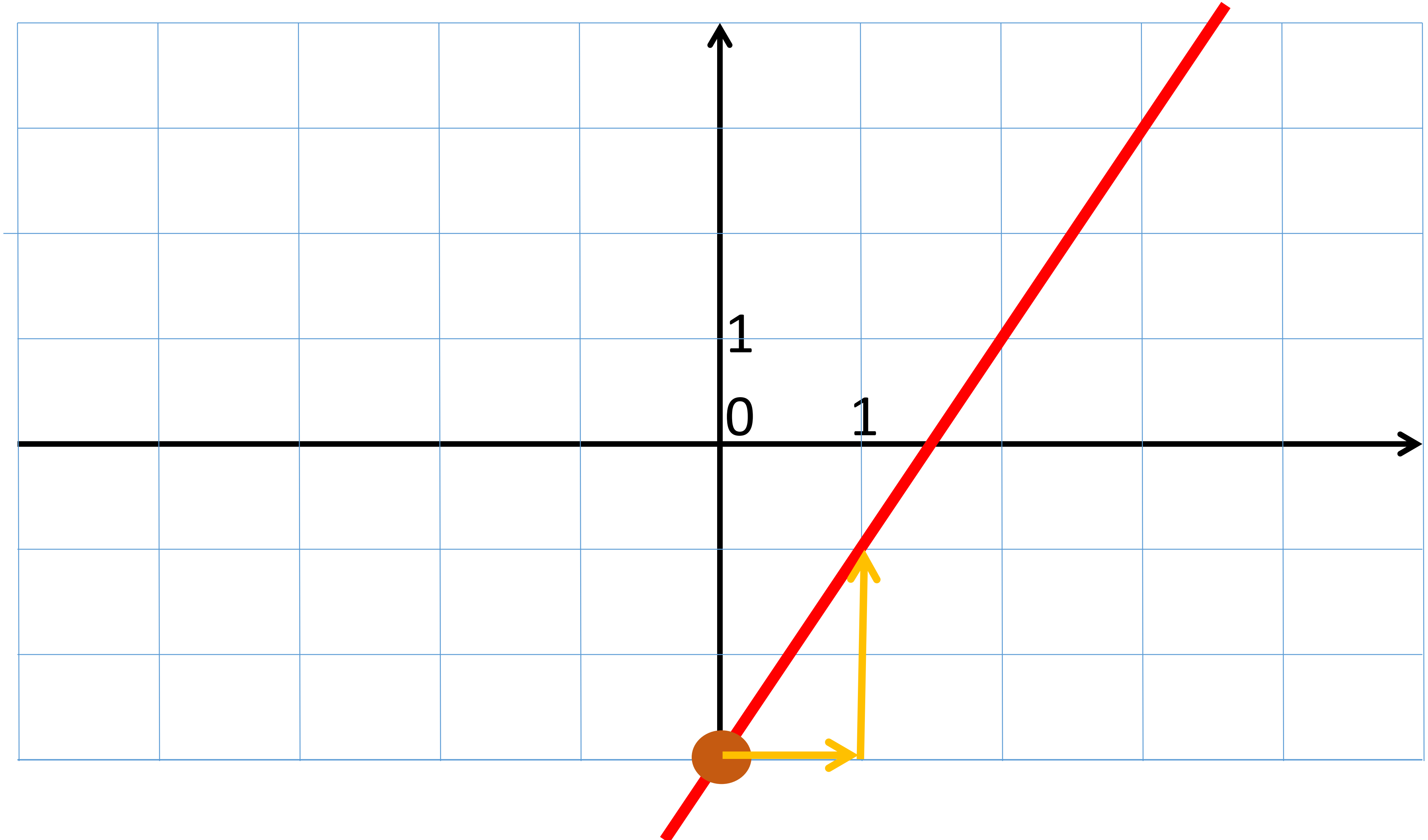


Même méthode :

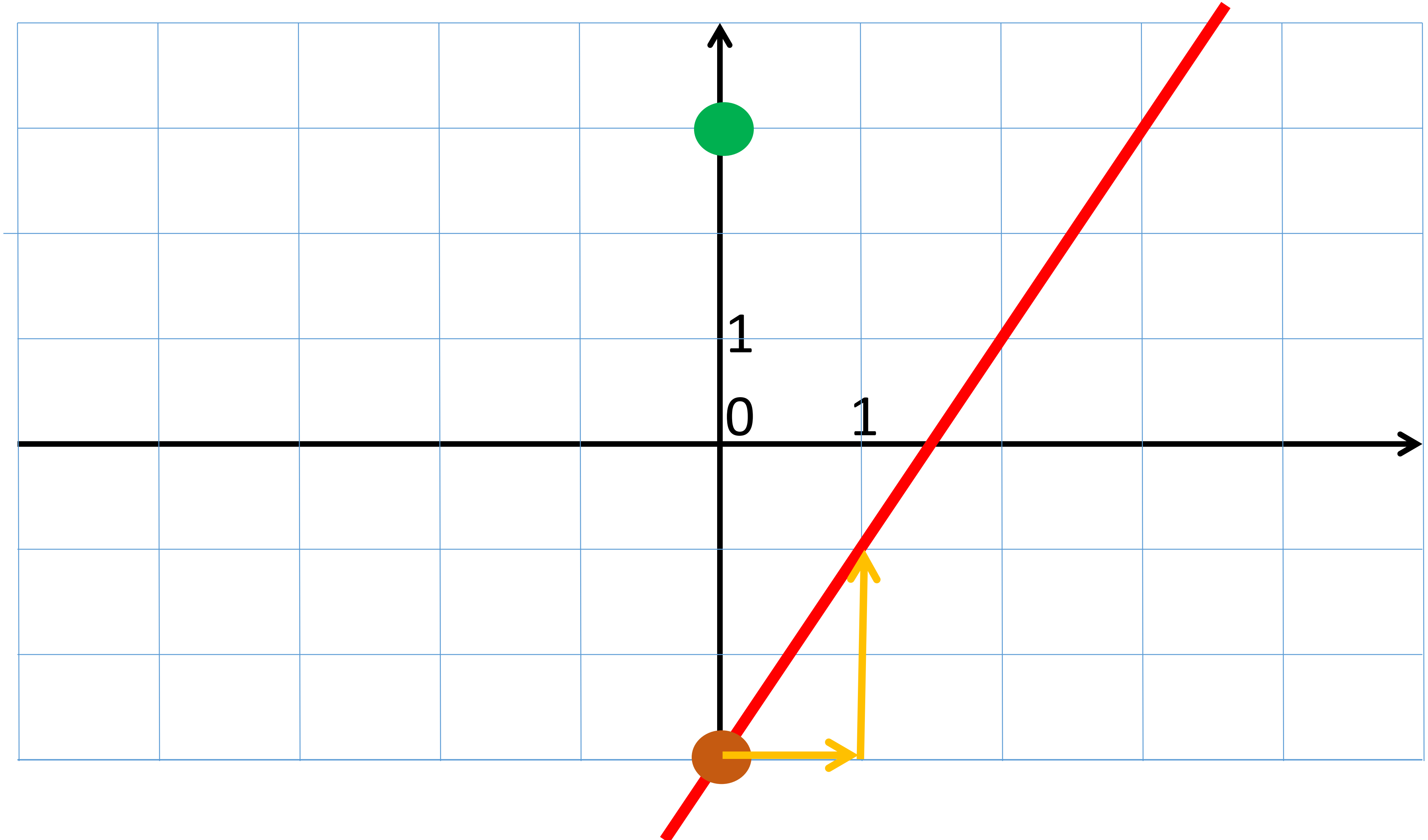
$g(x) = -0{,}5x + 3$

$h(x) = \dfrac{2}{3}x - 1$

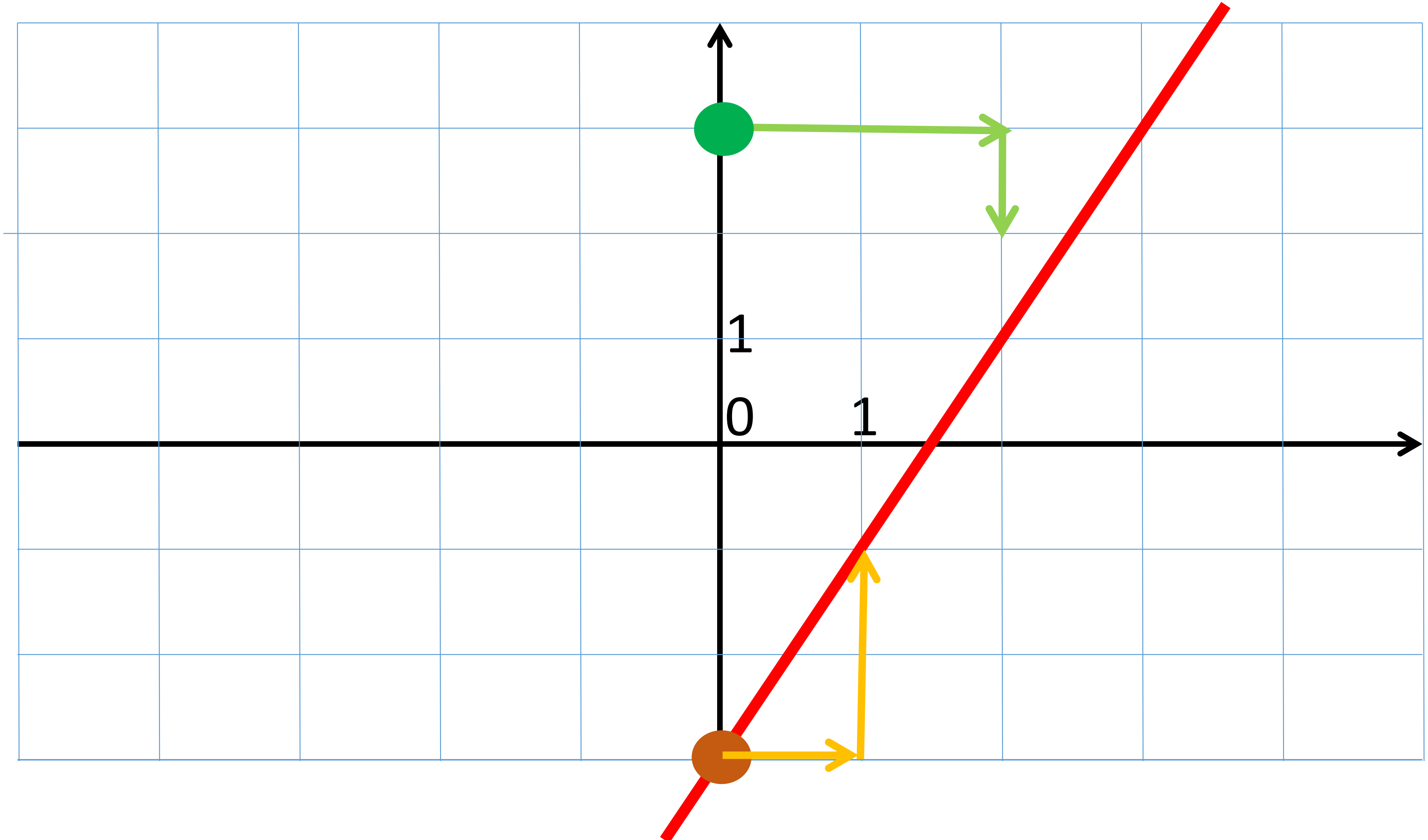
$g(x) = -\,0{,}5x + 3 \qquad p = 3$



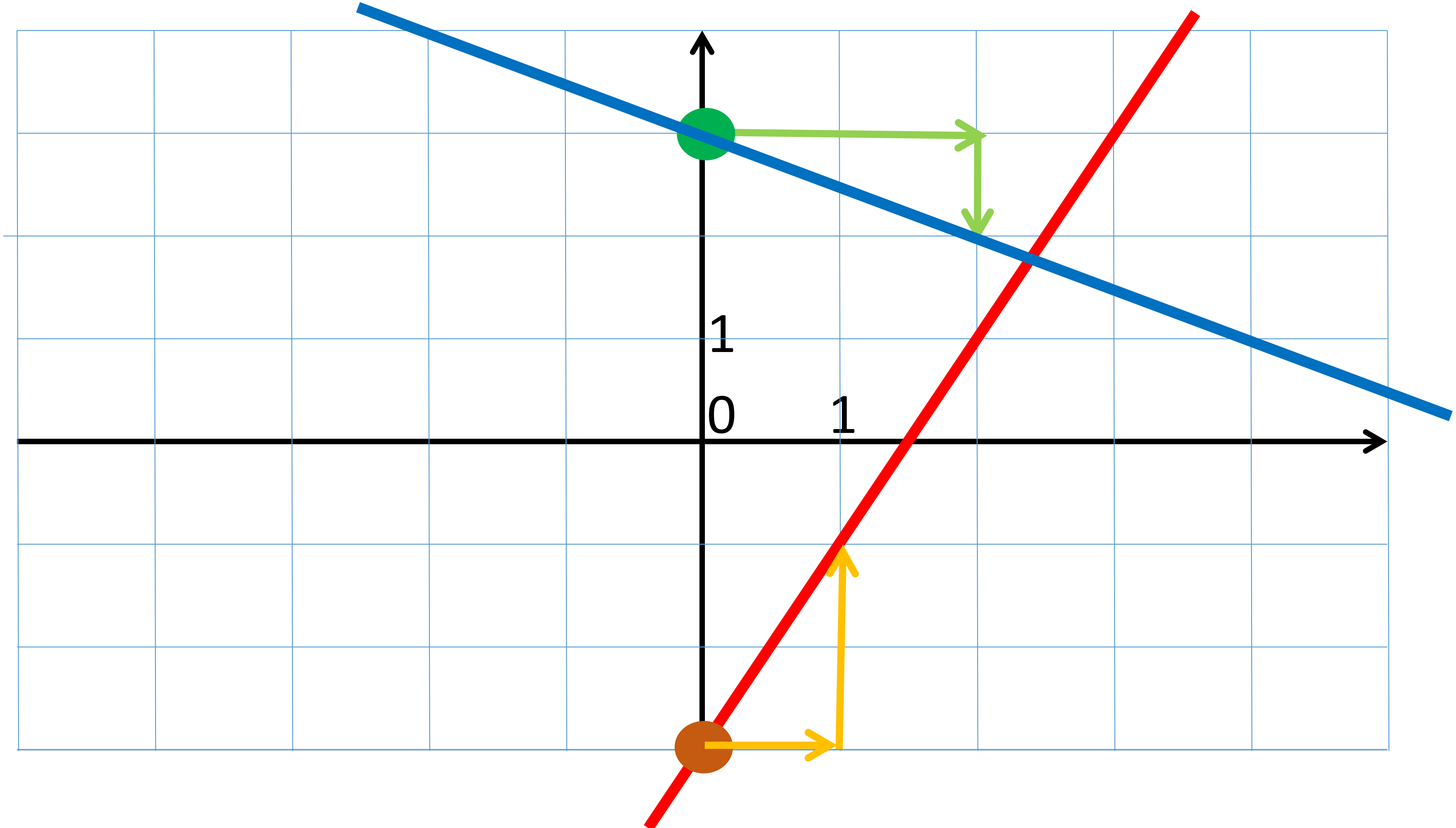
$g(x) = -0{,}5x + 3 \qquad p = 3$



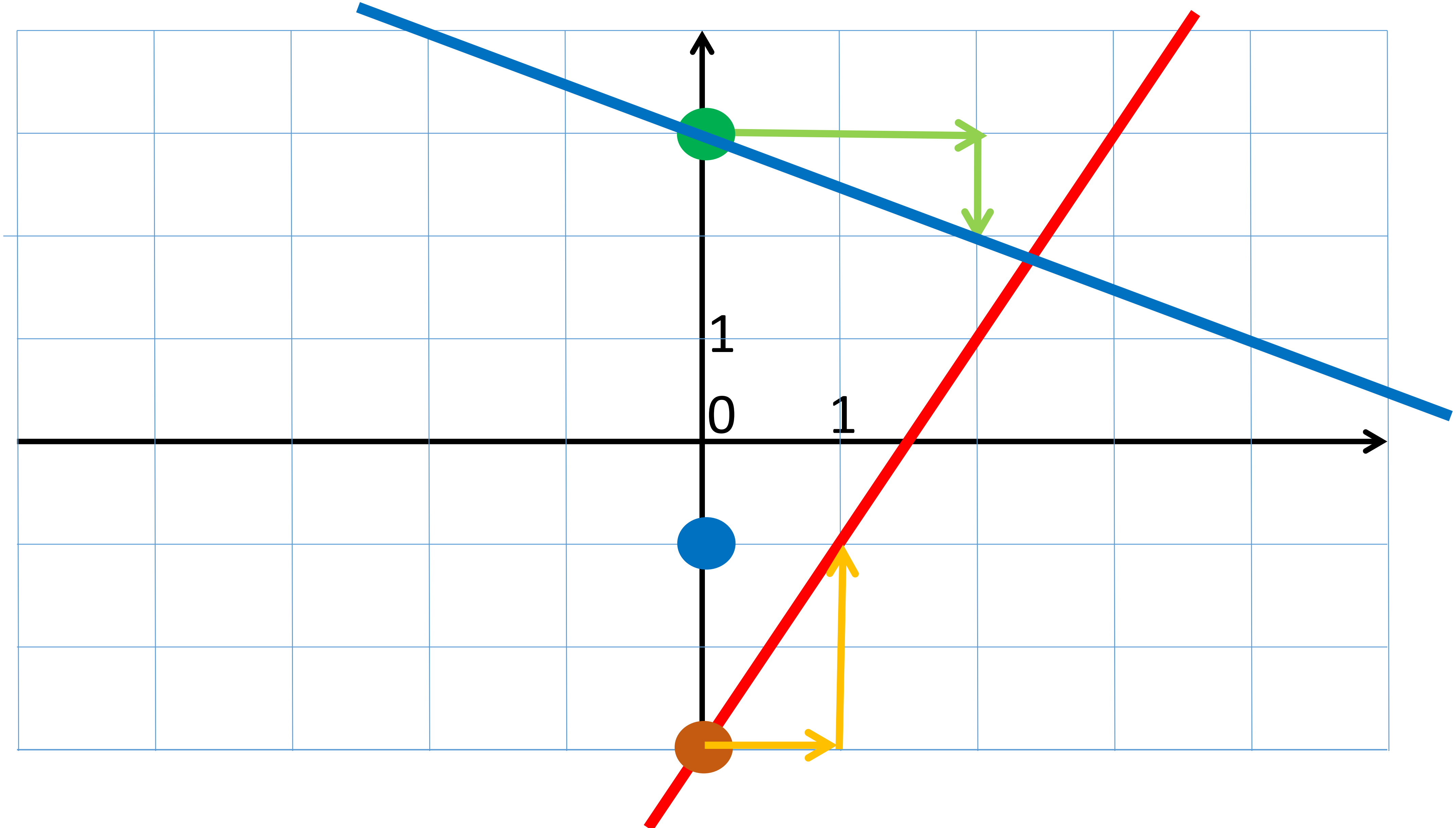
$g(x) = -\ 0{,}5x + 3 \quad p = 3 \quad m = -\ 0{,}5 = \Delta y/\Delta x = -\ 1/2$



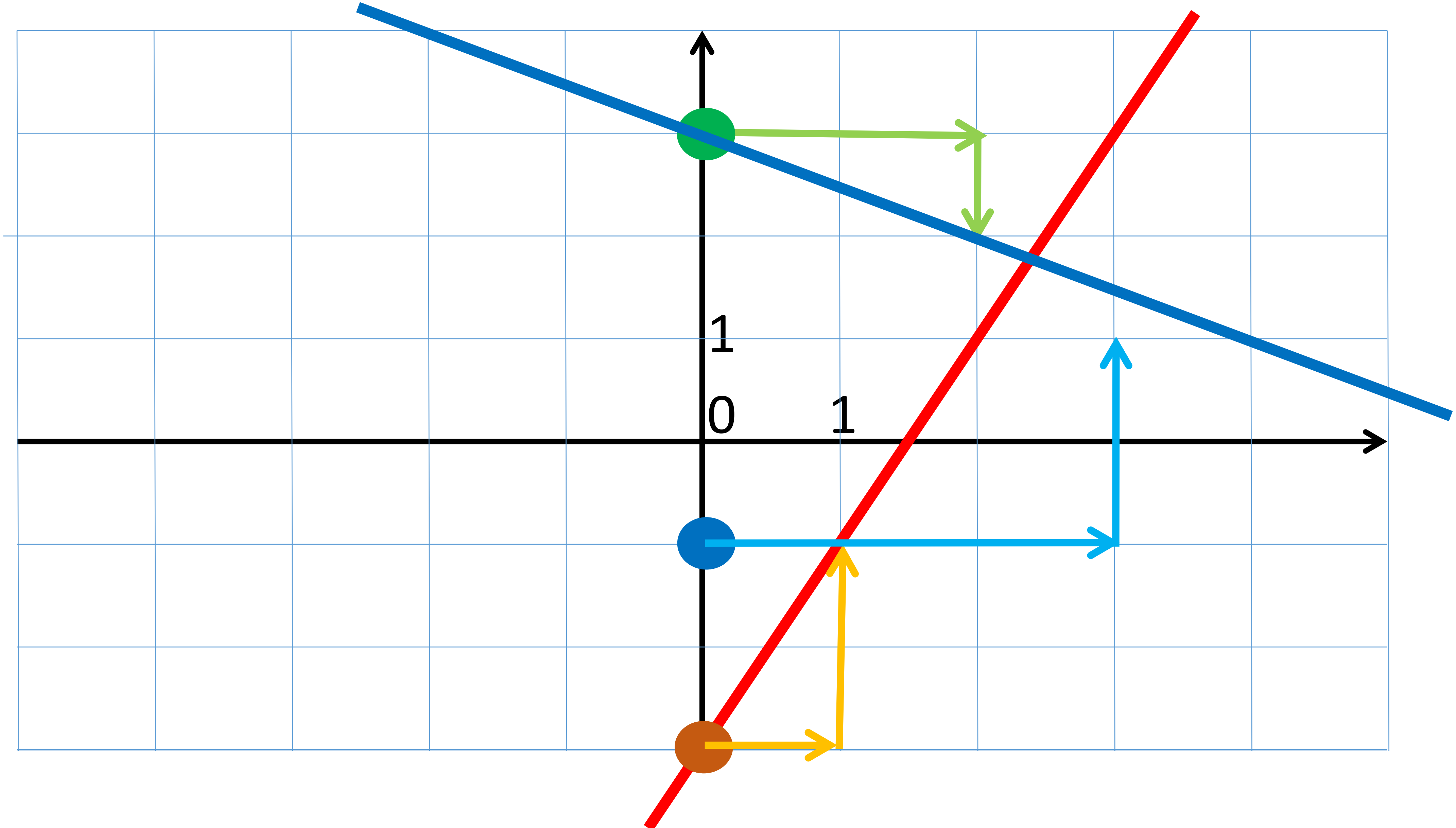
$g(x) = -0{,}5x + 3 \quad p = 3 \quad m = -0{,}5 = \Delta y / \Delta x = -1/2$



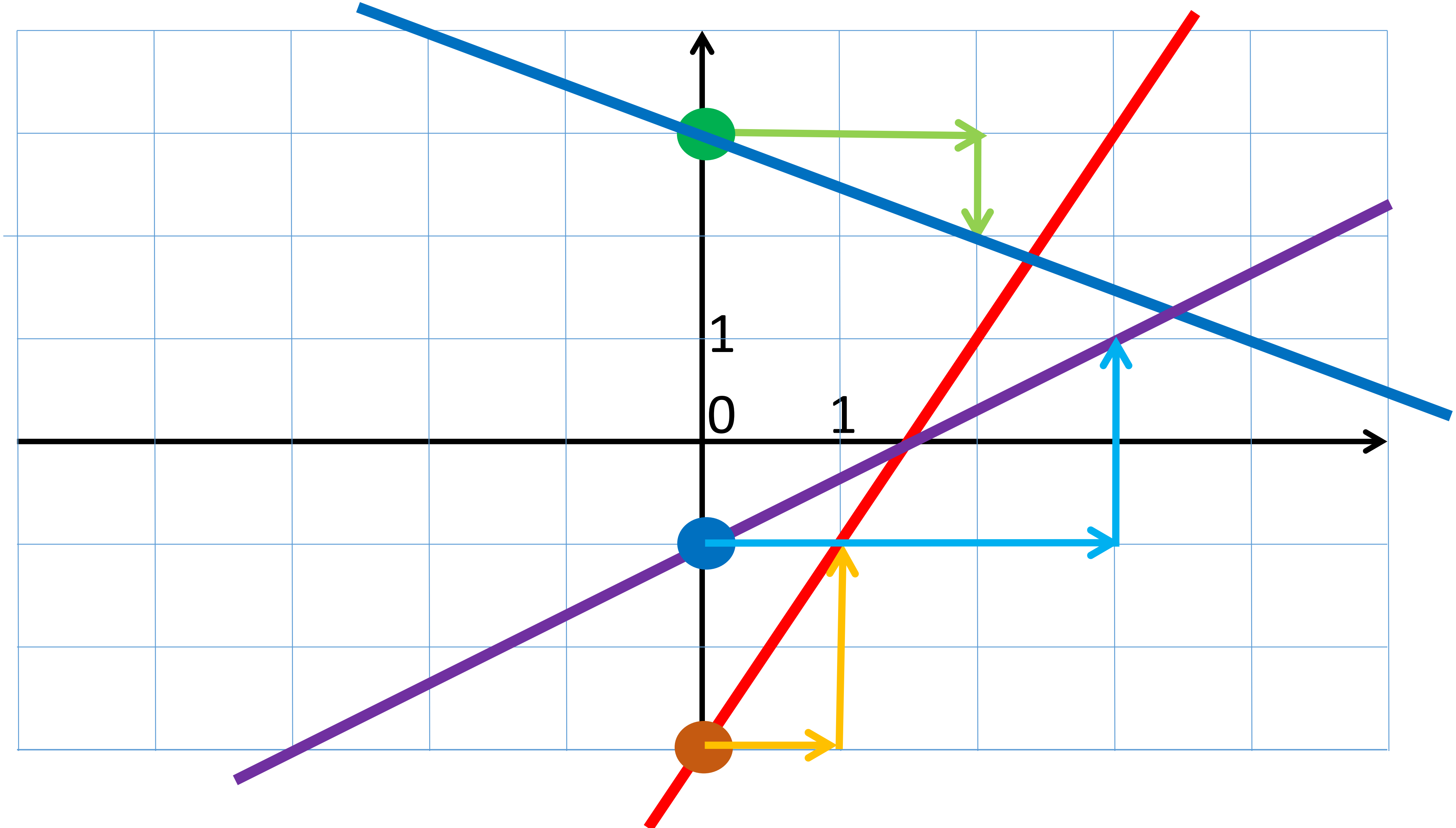
$h(x) = \frac{2}{3}x - 1$ $\quad p = -1$ $\quad m = \frac{2}{3} = \Delta y / \Delta x = 2/3$



$h(x) = \frac{2}{3}x - 1$ $\quad$ $p = -1$ $\quad$ $m = \frac{2}{3} = \Delta y / \Delta x = 2/3$



$h(x) = \frac{2}{3}x - 1$ $\quad$ $p = -1$ $\quad$ $m = \frac{2}{3} = \Delta y / \Delta x = 2/3$



Fonctions affines et proportionnalité

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$ pour **tous** les points A et B distincts

Le coefficient directeur est donc …

Fonctions affines et proportionnalité

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$ pour **tous** les points A et B distincts

Le coefficient directeur est donc un coefficient de proportionnalité !

Fonctions affines et proportionnalité

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$ pour **tous** les points A et B distincts

Le coefficient directeur est donc un coefficient de proportionnalité !

Les …   sont proportionnelles aux …

Fonctions affines et proportionnalité

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$ pour **tous** les points A et B distincts

Le coefficient directeur est donc un coefficient de proportionnalité !

f est affine

$\Longleftrightarrow$ Les variations des images sont proportionnelles aux variations des antécédents.

qui est un 2ème outil permettant de démontrer qu'une fonction est affine.

Application :

Déterminons par 2 méthodes différentes si la fonction f définie par le tableau de valeurs est affine :

x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

1ère méthode : la définition.

Application :

Déterminons par 2 méthodes différentes si la fonction f définie par le tableau de valeurs est affine :

x	- 2	3	5
f(x)	8	- 7	- 13

1ère méthode : la définition.

Existe-t-il deux réels m et p fixés tels que f(x) = mx + p

pour tous les antécédents de l'ensemble de définition ?

Existe-t-il deux réels m et p fixés tels que $f(x) = mx + p$ pour tous les antécédents de l'ensemble de définition ?

Nommons A, B et C les points correspondant au tableau :

x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Existe-t-il deux réels m et p fixés tels que f(x) = mx + p pour tous les antécédents de l'ensemble de définition ?

Nommons A, B et C les points correspondant au tableau :

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Existe-t-il deux réels m et p fixés tels que f(x) = mx + p pour tous les antécédents de l'ensemble de définition ?

Nommons A, B et C les points correspondant au tableau :

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Pour les deux points A et B, les réels m et p …

Existe-t-il deux réels m et p fixés tels que f(x) = mx + p pour tous les antécédents de l'ensemble de définition ?

Nommons A, B et C les points correspondant au tableau :

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Pour les deux points A et B, les réels m et p existent forcément, car…

Existe-t-il deux réels m et p fixés tels que f(x) = mx + p pour tous les antécédents de l'ensemble de définition ?

Nommons A, B et C les points correspondant au tableau :

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Pour les deux points A et B, les réels m et p existent forcément, car par 2 points passe forcément une droite !

coeff. directeur de la droite (AB) = … ?

Existe-t-il deux réels m et p fixés tels que f(x) = mx + p pour tous les antécédents de l'ensemble de définition ?

Nommons A, B et C les points correspondant au tableau :

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

m est le coefficient directeur de la droite (AB),

$$\text{donc } m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{(-7) - 8}{3 - (-2)} = \frac{-15}{5} = -3$$

Existe-t-il deux réels m et p fixés tels que f(x) = mx + p
pour tous les antécédents de l'ensemble de définition ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

m est le coefficient directeur de la droite (AB),

$$\text{donc } m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{(-7) - 8}{3 - (-2)} = \frac{-15}{5} = -3$$

p est l'ordonnée à l'origine, mais cette définition …

Existe-t-il deux réels m et p fixés tels que f(x) = mx + p pour tous les antécédents de l'ensemble de définition ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

m est le coefficient directeur de la droite (AB),

donc m = $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{(-7) - 8}{3 - (-2)} = \dfrac{-15}{5} = -3$

p est l'ordonnée à l'origine, mais cette définition ne peut être utilisée ici, car …

Existe-t-il deux réels m et p fixés tels que f(x) = mx + p pour tous les antécédents de l'ensemble de définition ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

m est le coefficient directeur de la droite (AB),

$$\text{donc } m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{(-7) - 8}{3 - (-2)} = \frac{-15}{5} = -3$$

p est l'ordonnée à l'origine, mais cette définition ne peut être utilisée ici, car on ne connaît pas de point d'abscisse 0.

Existe-t-il deux réels m et p fixés tels que f(x) = mx + p
pour tous les antécédents de l'ensemble de définition ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

m est le coefficient directeur de la droite (AB),

$$\text{donc } m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{(-7) - 8}{3 - (-2)} = \frac{-15}{5} = -3$$

p est l'ordonnée à l'origine, mais cette définition ne peut être utilisée ici, car on ne connaît pas de point d'abscisse 0.

On va déterminer p grâce à la connaissance du chapitre 2 : « …

Existe-t-il deux réels m et p fixés tels que f(x) = mx + p
pour tous les antécédents de l'ensemble de définition ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

m est le coefficient directeur de la droite (AB),

donc m = $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{(-7) - 8}{3 - (-2)} = \dfrac{-15}{5} = -3$

p est l'ordonnée à l'origine, mais cette définition ne peut être utilisée ici, car on ne connaît pas de point d'abscisse 0.

On va déterminer p grâce à la connaissance du chapitre 2 :

« *Un point appartient à une courbe, si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de la courbe* ».

Existe-t-il deux réels m et p fixés tels que f(x) = mx + p
pour tous les antécédents de l'ensemble de définition ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

p est l'ordonnée à l'origine, mais cette définition ne peut être utilisée ici, car on ne connaît pas de point d'abscisse 0.

On va déterminer p grâce à la connaissance du chapitre 1 :

« *Un point appartient à une courbe, si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de la courbe* ».

$f(x) = mx + p$ donne une courbe d'équ. $y = mx + p$

$A \in d$ donc $y_A = m\, x_A + p$

donc $8 = (-3)(-2) + p$ donc $8 = 6 + p$ donc $p = 8 - 6 = 2$

Existe-t-il deux réels m et p fixés tels que $f(x) = mx + p$ pour tous les antécédents de l’ensemble de définition ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Donc $f(x) = -3x + 2$

Existe-t-il deux réels m et p fixés tels que $f(x) = mx + p$
pour tous les antécédents de l'ensemble de définition ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Donc $f(x) = -3x + 2$ uniquement pour x dans $\{ -2 ; 3 \}$.

Existe-t-il deux réels m et p fixés tels que $f(x) = mx + p$ pour tous les antécédents de l'ensemble de définition ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Donc $f(x) = -3x + 2$ uniquement pour x dans { - 2 ; 3 }.

Est-ce vrai pour tous les antécédents de l'ensemble de définition ? donc aussi pour 5 ?

$m\,x_C + p = -3(5) + 2 = -15 + 2 = -13 = f(5)$

Existe-t-il deux réels m et p fixés tels que $f(x) = mx + p$ **pour tous** les antécédents de l'ensemble de définition ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Donc $f(x) = -3x + 2$ uniquement pour x dans $\{-2 ; 3\}$.

$m\,x_C + p = -3(5) + 2 = -15 + 2 = -13 = f(5)$

Donc $f(x) = -3x + 2$ pour **tous** les antécédents de l'ensemble de définition,

donc f est une fonction affine.

2ème méthode :

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

2ème méthode : les variations des images sont-elles proportionnelles aux variations des antécédents ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

2ème méthode : les variations des images sont-elles proportionnelles aux variations des antécédents ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Δx

Δy

$2^{\text{ème}}$ méthode : les variations des images sont-elles proportionnelles aux variations des antécédents ?

Variations en x et en y de A à B, et de B à C

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Δx	5	2
Δy	-15	-6

$2^{ème}$ méthode : les variations des images sont-elles proportionnelles aux variations des antécédents ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Δx	5	2
Δy	-15	-6
$\Delta y/\Delta x$	- 3	- 3

2ème méthode : les variations des images sont-elles proportionnelles aux variations des antécédents ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Δx	5	2
Δy	-15	- 6
Δy/Δx	**- 3**	**- 3**

Δy/Δx est constant, donc les variations des images sont proportionnelles aux variations des antécédents, donc la fonction est affine.

IV Signes d'une fonction affine

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x ...$

$f(x) > 0 \Leftrightarrow x ...$

$f(x) < 0 \Leftrightarrow x ...$

voir chapitre 4
« Analyse d'une fonction ».

IV Signes d'une fonction affine

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow mx + p = 0$

$\Leftrightarrow \dots$

IV Signes d'une fonction affine

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow mx + p = 0$

$\Leftrightarrow mx = 0 - p$

$\Leftrightarrow \ldots$

IV Signes d'une fonction affine

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow mx + p = 0$$

$$\Leftrightarrow mx = 0 - p$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-p}{m}$$

IV Signes d'une fonction affine

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow mx + p = 0$

$\Leftrightarrow mx = 0 - p$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-p}{m}$ seulement si $m \neq 0$

Si $m = 0$, $f(x) = 0x + p = 0 + p = p$ est toujours du signe de p.

IV Signes d'une fonction affine

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow$ $mx + p = 0$

$\Leftrightarrow$ $mx = - p$

$\Leftrightarrow$ $x = - p / m$ seulement si $m \neq 0$ Si $m = 0$, $f(x) = p$ est du signe de p.

Etudions le cas des fonctions affines non constantes ($m \neq 0$) :

$f(x) > 0$

$\Leftrightarrow$ $mx + p > 0$

$\Leftrightarrow$ $mx > - p$

$\Leftrightarrow$

IV Signes d'une fonction affine

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow mx + p = 0$

$\Leftrightarrow mx = - p$

$\Leftrightarrow x = - p / m$ seulement si $m \neq 0$ Si $m = 0$, $f(x) = p$ est du signe de p.

Etudions le cas des fonctions affines non constantes ($m \neq 0$) :

$f(x) > 0$

$\Leftrightarrow mx + p > 0$

$\Leftrightarrow mx > - p$

$\Leftrightarrow x > - p / m$

IV Signes d'une fonction affine

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow mx + p = 0$

$\Leftrightarrow mx = - p$

$\Leftrightarrow x = - p / m$ seulement si $m \neq 0$

Etudions le cas des fonctions affines non constantes ($m \neq 0$) :

$f(x) > 0$

$\Leftrightarrow mx + p > 0$

$\Leftrightarrow mx > - p$

$\Leftrightarrow x > - p / m$ seulement si $m > 0$

IV Signes d'une fonction affine

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow mx + p = 0$

$\Leftrightarrow mx = - p$

$\Leftrightarrow x = - p / m$ seulement si $m \neq 0$

Etudions le cas des fonctions affines non constantes ($m \neq 0$) :

$f(x) > 0$

$\Leftrightarrow mx + p > 0$

$\Leftrightarrow mx > - p$ diviser par un positif conserve l'ordre par un négatif inverse l'ordre

$\Leftrightarrow x > - p / m$ si $m > 0$ $x < - p / m$ si $m < 0$

IV Signes d'une fonction affine

1^{er} cas $m = 0$

x	$-\infty$		$+\infty$
f(x)	est toujours du signe de p		

$2^{ème}$ cas $m > 0$

x	$-\infty$		$-p/m$		$+\infty$
f(x)		-	0	+	

$3^{ème}$ cas $m < 0$

x	$-\infty$		$-p/m$		$+\infty$
f(x)		+	0	-	

IV Signes d'une fonction affine

1^{er} cas $m = 0$ et $p > 0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	

et $p = 0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		toujours nul	

et $p < 0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	

$2^{ème}$ cas $m > 0$

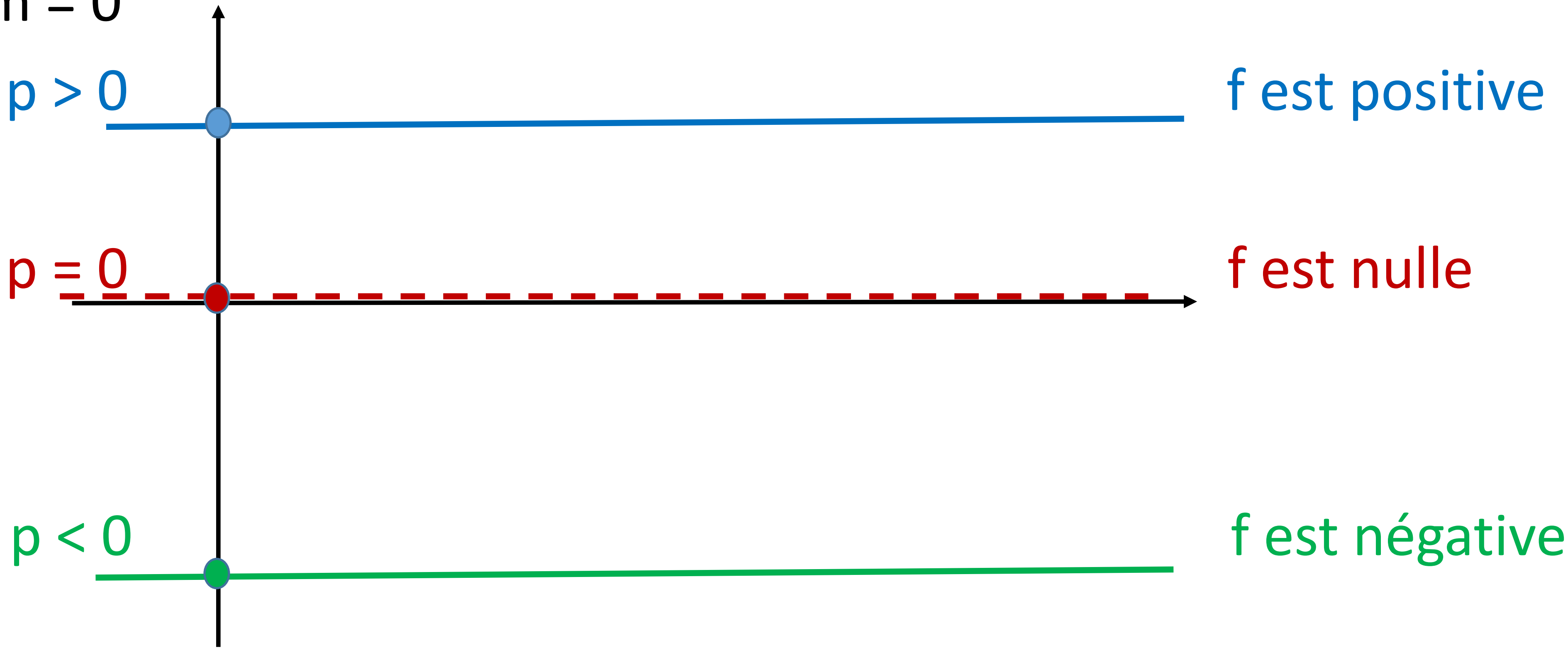
x	$-\infty$		$-p/m$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

$3^{ème}$ cas $m < 0$

x	$-\infty$		$-p/m$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

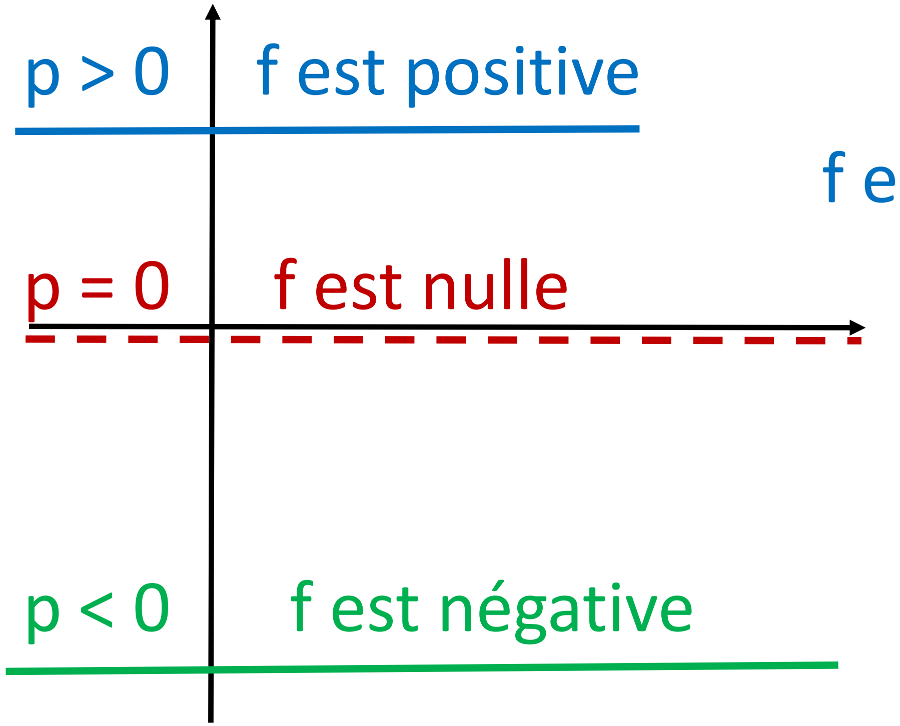
Que l'on peut visualiser par les courbes :

1er cas $m = 0$

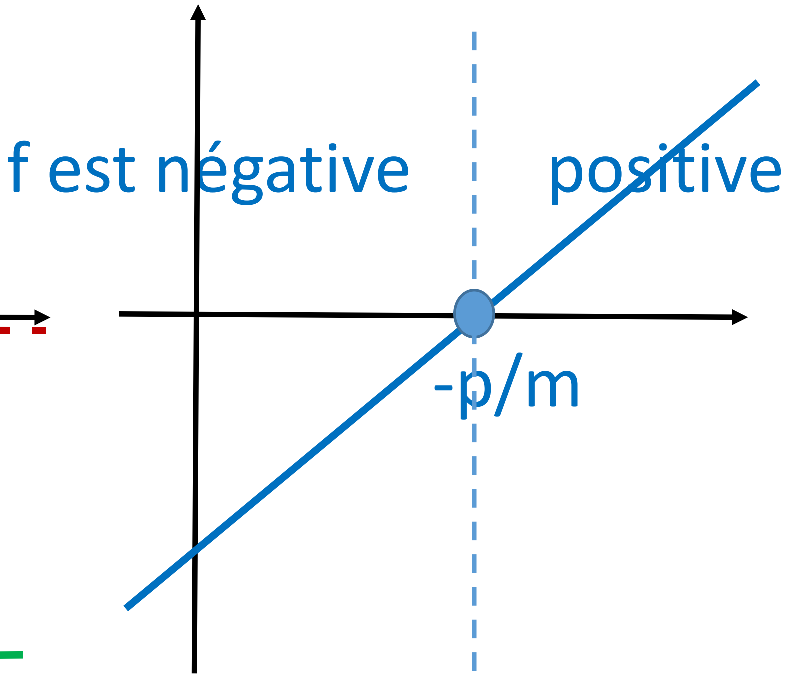


Que l'on peut visualiser par les courbes :

1^er^ cas $m = 0$

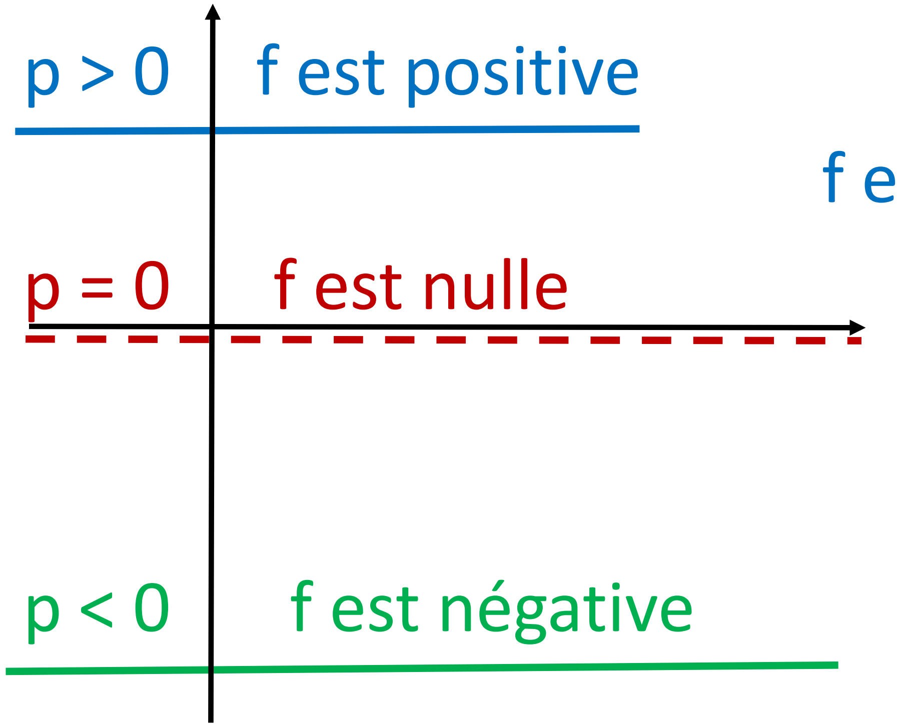


2^ème^ cas $m > 0$

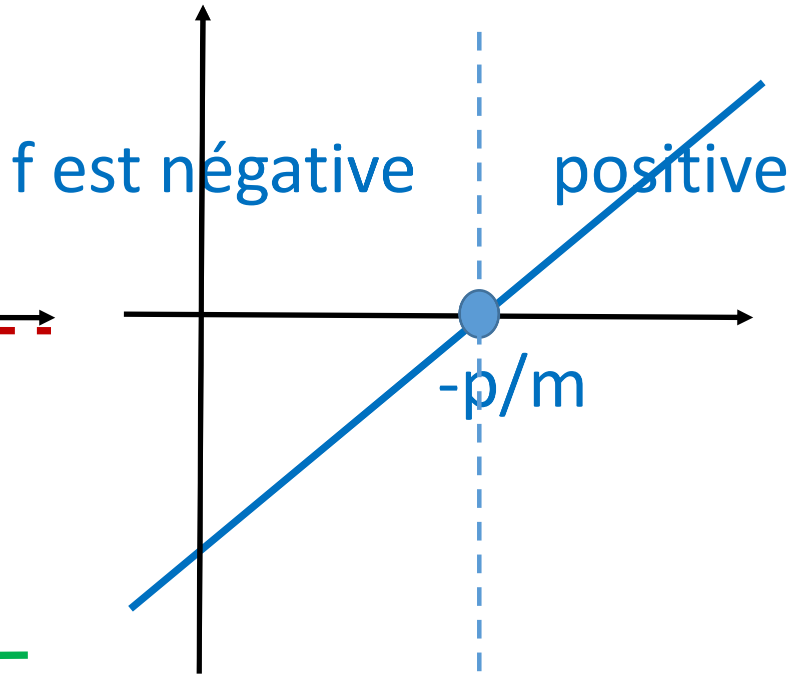


Que l'on peut visualiser par les courbes :

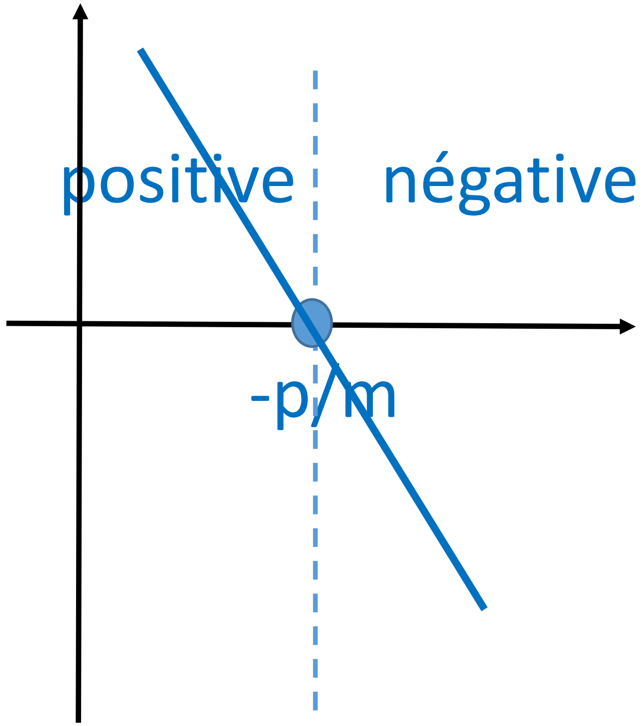
1er cas $m = 0$



2ème cas $m > 0$



3ème cas $m < 0$



V Fonctions linéaires.

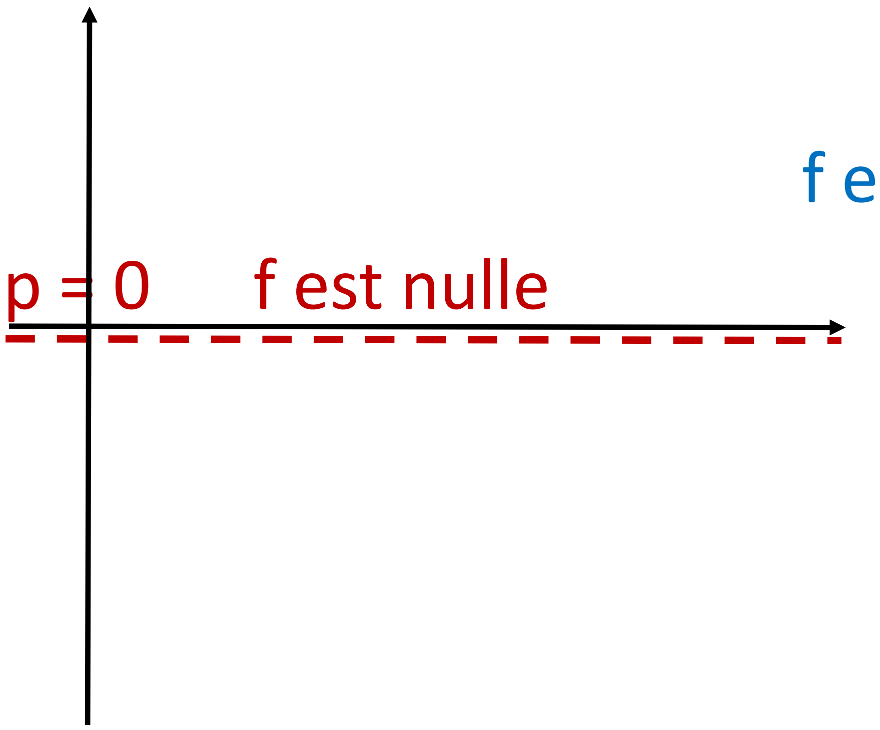
1) Définition :

c’est une fonction affine ($f(x) = mx + p$ pour tous les x de l’ensemble de définition) avec en plus $p = 0$

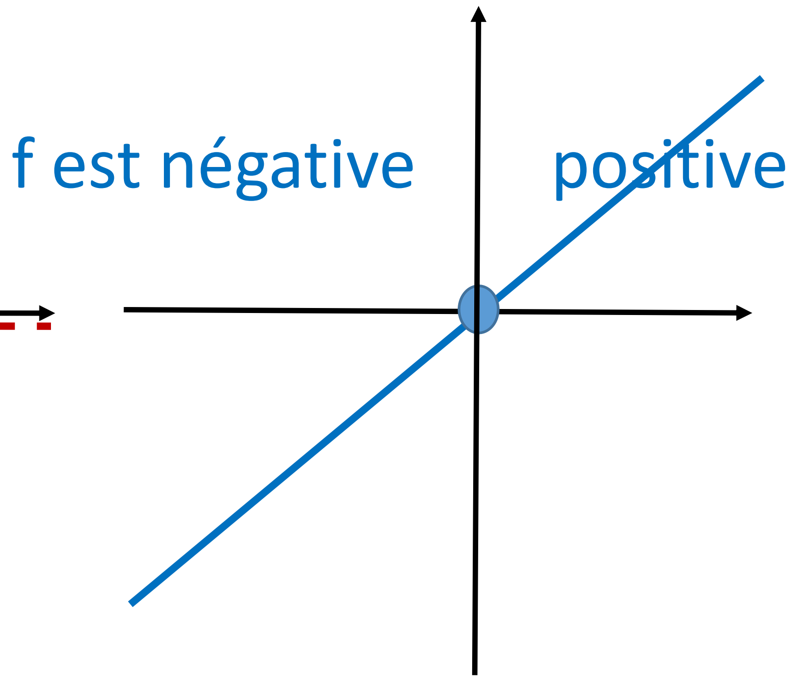
V Fonctions linéaires. 1) Définition :

c'est une fonction affine ($f(x) = mx + p$ pour tous les x de l'ensemble de définition) avec en plus $p = 0$

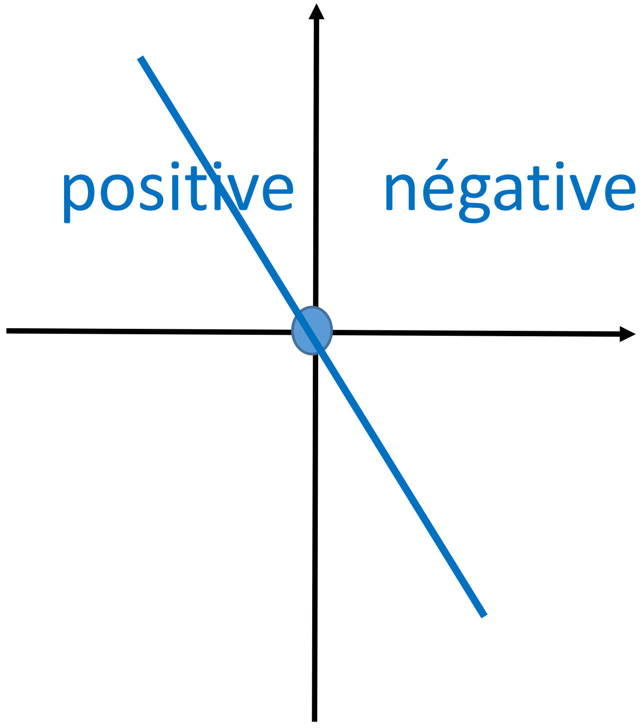
1er cas $m = 0$



2ème cas $m > 0$



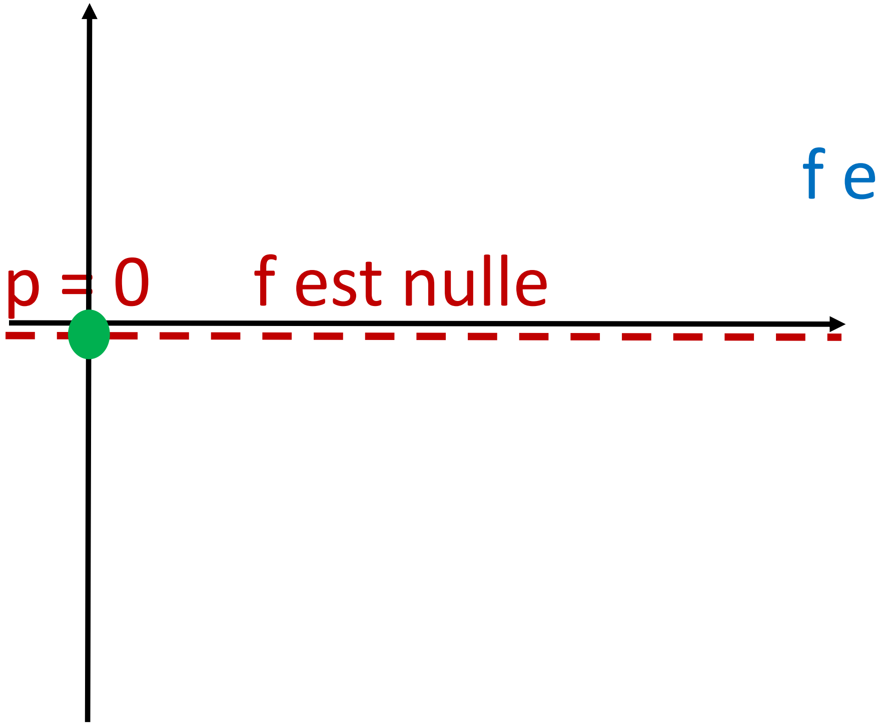
3ème cas $m < 0$



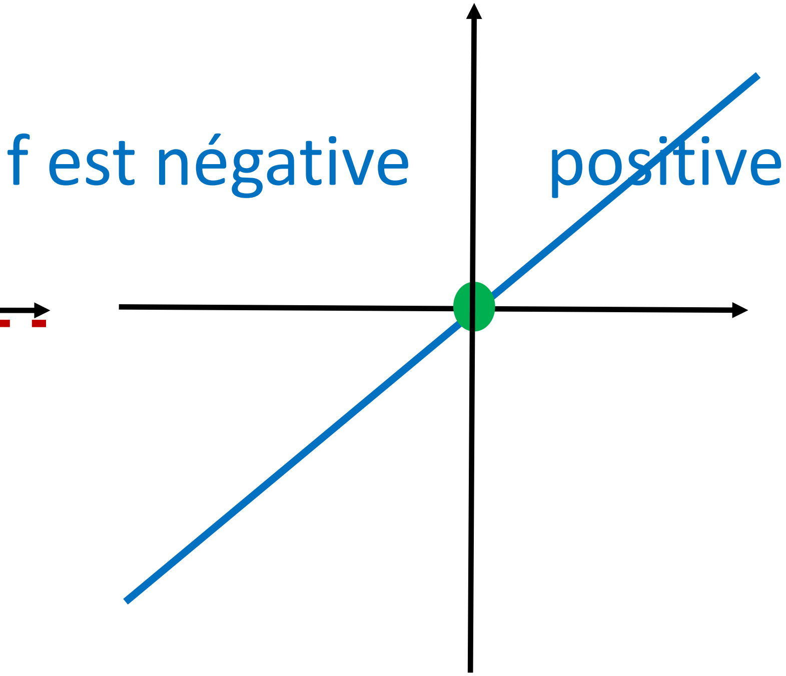
V Fonctions linéaires. 1) Définition :

c'est une fonction affine ($f(x) = mx + p$ pour tous les x de l'ensemble de définition) avec en plus $p = 0$

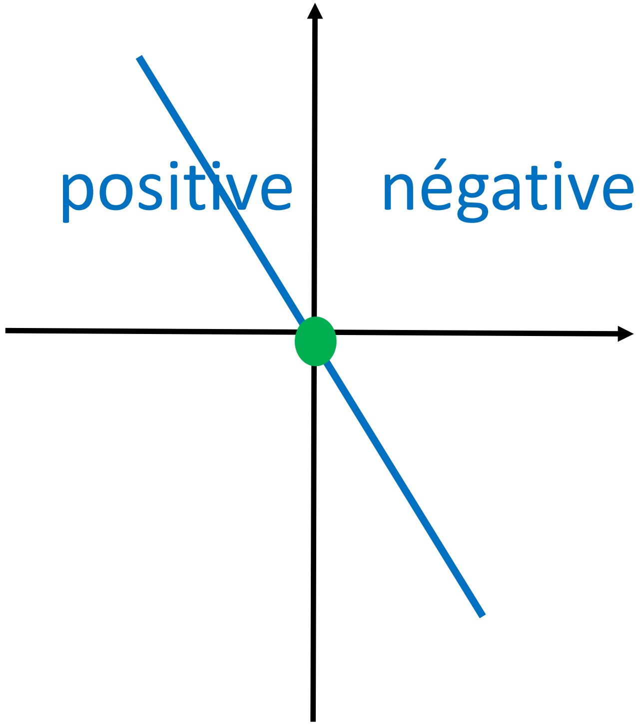
1er cas $m = 0$



2ème cas $m > 0$



3ème cas $m < 0$



2°) Conséquence : la droite passe par l'origine.

V Fonctions linéaires.

1) Définition :

c'est une fonction affine ($f(x) = mx + p$ pour tous les x de l'ensemble de définition) avec en plus $p = 0$

2) Conséquences :

…

…

V Fonctions linéaires.

1) Définition :

c'est une fonction affine ($f(x) = mx + p$ pour tous les x de l'ensemble de définition) avec en plus $p = 0$

2) Conséquence :

$f(x) = mx$ pour tous les x de l'ensemble de définition.

$p = 0$ donc la droite passe par l'origine.

Une fonction linéaire …

V Fonctions linéaires.

1) Définition :

c'est une fonction affine ($f(x) = mx + p$ pour tous les x de l'ensemble de définition) avec en plus $p = 0$

2) Conséquence :

$f(x) = mx$ pour tous les x de l'ensemble de définition.

$p = 0$ donc la droite passe par l'origine.

Une fonction linéaire est forcément affine.

V Fonctions linéaires.

1) Définition :

c'est une fonction affine ($f(x) = mx + p$ pour tous les x de l'ensemble de définition) avec en plus $p = 0$

2) Conséquence :

$f(x) = mx$ pour tous les x de l'ensemble de définition.

$p = 0$ donc la droite passe par l'origine.

Une fonction linéaire est forcément affine.

Une fonction affine …

V Fonctions linéaires.

1) Définition :

c'est une fonction affine ($f(x) = mx + p$ pour tous les x de l'ensemble de définition) avec en plus $p = 0$

2) Conséquence :

$f(x) = mx$ pour tous les x de l'ensemble de définition.

$p = 0$ donc la droite passe par l'origine.

Une fonction linéaire est forcément affine.

Une fonction affine n'est pas forcément linéaire.

linéaire $\Rightarrow$ affine *(mais pas forcément dans l'autre sens !)*

$mx + 0 \Rightarrow mx + p$ $\qquad$ $mx + p \not\Rightarrow mx + 0$

V Fonctions linéaires.

2) Conséquence :

$f(x) = mx$ pour tous les x de l'ensemble de définition.

$p = 0$ donc la droite passe par l'origine.

Une fonction linéaire est forcément affine.

Une fonction affine n'est pas forcément linéaire.

linéaire $\Rightarrow$ affine *(mais pas forcément dans l'autre sens !)*

$mx + 0 \Rightarrow mx + p$

Les images sont…

V Fonctions linéaires.

2) Conséquence :

$f(x) = mx$ pour tous les x de l'ensemble de définition.

p = 0 donc la droite passe par l'origine.

Une fonction linéaire est forcément affine.

Une fonction affine n'est pas forcément linéaire.

linéaire $\Rightarrow$ affine *(mais pas forcément dans l'autre sens !)*

$mx + 0 \Rightarrow mx + p$

Les images sont proportionnelles aux antécédents,

alors que pour une fonction affine **non** linéaire les …

V Fonctions linéaires.

2) Conséquence :

$f(x) = mx$ pour tous les x de l'ensemble de définition.

$p = 0$ donc la droite passe par l'origine.

Une fonction linéaire est forcément affine.

Une fonction affine n'est pas forcément linéaire.

linéaire $\Rightarrow$ affine *(mais pas forcément dans l'autre sens !)*

$mx + 0 \Rightarrow mx + p$

Les images sont proportionnelles aux antécédents,

alors que : pour une fonction **affine non** linéaire les **variations** des images sont proportionnelles aux **variations** des antécédents.

Application : la fonction définie par ce tableau de valeurs est-elle linéaire ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Application : la fonction définie par ce tableau de valeurs est-elle linéaire ?

1ère méthode : la définition (a-t-on $f(x) = mx$ pour tous les x ?)

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Application : la fonction définie par ce tableau de valeurs est-elle linéaire ?

1ère méthode : la définition (a-t-on f(x) = mx pour tous les x ?)

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	**8**	- 7	- 13

Point A : $8 = m\,(-2)$ donc $m = \dfrac{8}{-2} = -4$

Application : la fonction définie par ce tableau de valeurs est-elle linéaire ?

1ère méthode : la définition (a-t-on $f(x) = mx$ pour tous les x ?)

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Point A : $8 = m(-2)$ donc $m = -4$

Point B : a-t-on $f(x) = m x$? $-7 = -4(3)$? $-7 = -12$? Non !

donc on n'a pas $f(x) = mx$ pour tous les x, donc f n'est pas linéaire.

Application : la fonction définie par ce tableau de valeurs est-elle linéaire ?

1ère méthode bis : la fonction est-elle affine ? Si oui, a-t-on p = 0 ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Application : la fonction définie par ce tableau de valeurs est-elle linéaire ?

1ère méthode bis : la fonction est-elle affine ? Si oui, a-t-on p = 0 ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Si f est affine, f(x) = m x + p pour tous les x.

De A à B : m = coeff directeur = $\dfrac{(-7) - 8}{3 - (-2)} = \dfrac{-15}{5} = -3$

Point A : y = m x + p devient 8 = (-3) (-2) + p donc p = 2

Application : la fonction définie par ce tableau de valeurs est-elle linéaire ?

1ère méthode bis : la fonction est-elle affine ? Si oui, a-t-on p = 0 ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13

Si f est affine, $f(x) = m\,x + p$ pour tous les x.

$$\text{De A à B : } m = \text{coeff directeur} = \frac{(-7) - 8}{3 - (-2)} = \frac{-15}{5} = -3$$

Point A : $y = m\,x + p$ devient $8 = (-3)\,(-2) + p$ donc $p = 2 \neq 0$

donc f serait (si $mx + p$ convient aussi pour $x = 5$) affine non linéaire.

Application : la fonction définie par ce tableau de valeurs est-elle linéaire ?

2ème méthode : les images et les antécédents sont-ils proportionnels ?

	A	B	C
x	**- 2**	**3**	**5**
f(x)	8	- 7	- 13
y/x	- 4	- 7/3	- 13/5

Si la fonction est linéaire, les rapports sont égaux au coefficient de proportionnalité entre les images et les antécédents.

Rapports non égaux $\Longleftrightarrow$ pas de proportionnalité

$\Longleftrightarrow$ la fonction est non linéaire (et on ne sait pas si elle est affine)